

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 26.01.2022 – FILA C

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 2u' - 3u = \sin(2t) + \cos(2t) \\ u(0) = 0, \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Si stabilisca se convergono le seguenti serie a termini complessi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{\ln(n+3)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n e^{in}}{2n^3 - 1}.$$

3. Si calcoli il volume del seguente insieme:

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{\frac{y^2 + z^2}{3}} \leq x \leq \sqrt{4 - y^2 - z^2} \right\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (xy + z^2) dx + (yz - x^2) dy + (zx + y^2) dz,$$

scrivere l'espressione esplicita di $d\omega$.

Inoltre, calcolare $\int_{\sigma} d\omega$, dove $\sigma : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la superficie definita da

$$\sigma(u, v) = (u - v, -u - v, u + v).$$