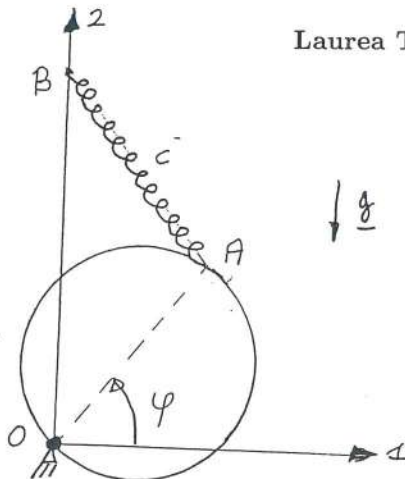


Compito di Meccanica Razionale e Analitica, 9 cfu

17 luglio 2017

Laurea Triennale (M. Ughi)



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 4R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Parte I

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio ,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}mR^2[2\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + 2\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta]$$

$$V = mgR[\sin(\varphi + \theta) + 6(\sin(\theta/2))^2]$$

Si chiede di :

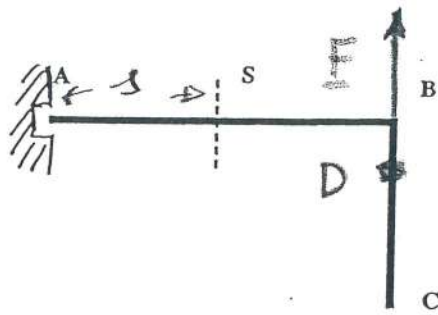
- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = -\pi/2$, $\theta = \pi$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

per la Laurea in Matematica

- 6) Dato il sistema meccanico a due gradi di libertà della Parte I , scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il problema nonlineare

per la Laurea in Ingegneria Civile

È data un' asta a L **ABC** in un piano orizzontale, soggetta al solo carico **F** in **D**, come in figura, incastro in **A**; $\overline{AB} = 4L$, $\overline{BC} = 2L$, $\overline{CD} = \overline{BC}/5$



- 6) determinare gli sforzi interni all'asta ad L **ABC** in funzione della lunghezza d'arco s misurata a partire da **A**.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

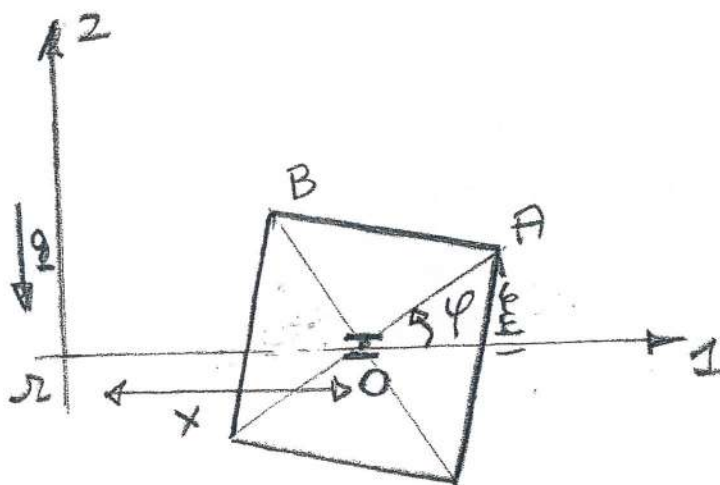
Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

26 giugno 2017

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data una lamina quadrata omogenea di massa M e lato L vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera con carrello in O , centro della lamina, su una retta orizzontale. La lamina è soggetta ad una forza elastica in A , di costante elastica $4c$, a una forza elastica in O , di costante elastica c , come in figura, e al proprio peso. Le due coordinate libere sono x , ascissa di O , e φ , angolo tra OA e asse 1, vedi figura.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare della cerniera con carrello in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) le due equazioni di moto.

Parte II

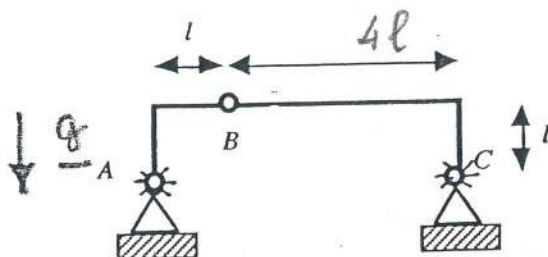
È dato un sistema meccanico ad un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}[(3 + x^2(\sin x)^2)\dot{x}^2]$$

$$V = \frac{1}{2}x^3(\cos x)^2$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale del problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC in un piano verticale come in figura, omogeneo di densità ρ . Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

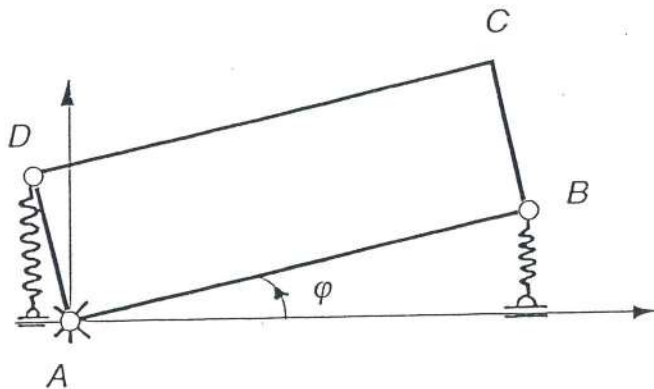
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

12 giugno 2017

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un telaio rettangolare omogeneo di massa M , lati $AD = L$ e $AB = 4L$, vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in A . La lamina è soggetta a una forza elastica in D , di costante elastica c e a una forza elastica in B , anche di costante elastica c .

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare della cerniera in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[\dot{x}^2 + \dot{\varphi}^2 - \dot{\varphi}\dot{x}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{1}{2}cl^2(2x^2 + 4x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0$, $\varphi = 3\pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,

- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta omogenea AB di massa totale M , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in A , pattino in C , con $\overline{AB} = L$, $\overline{AC} = 2L/3$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

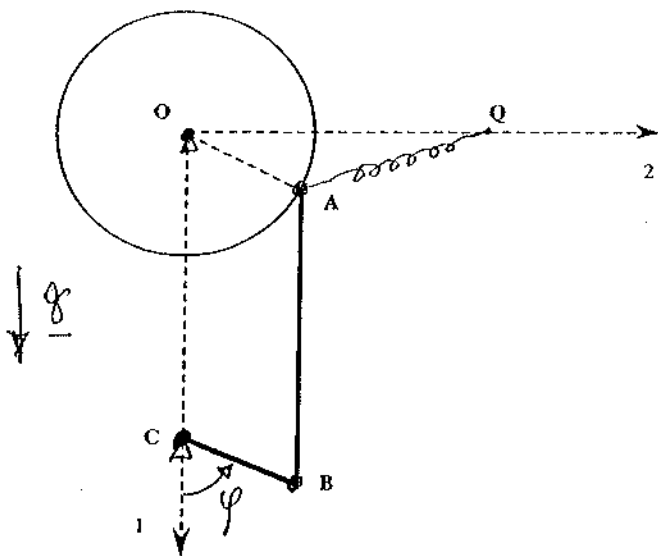
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

18 luglio 2016

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste e un anello, omogenei, vincolata in un piano verticale come in figura, cerniere fisse in O e in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in A , di costante elastica c , e al proprio peso.

massa dell'asta $AB = 4m$

massa dell'asta $BC = 2m$

massa dell'anello = $5m$

$BC = OA = R$

$AB = OC = 4R$

$OQ = 2R$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la componente orizzontale della reazione vincolare in C nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

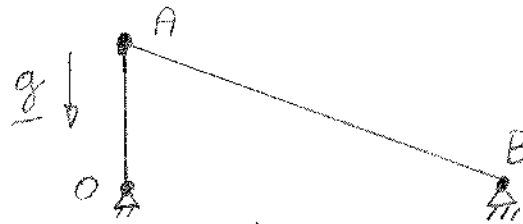
È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = ml^2[\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\varphi]$$

$$V = cl^2((\sin\varphi)^2 - 3\cos(\theta - \varphi))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0, \theta = \pi$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per la Lagrangiana data.
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere come in figura, aste omogenee, AB di massa totale M , OA di massa totale $M/2$, vincolata in un piano verticale come in figura, con $\overline{OA} = L$, $\overline{OB} = 2L$. Determinare gli sforzi interni all'asta OA in funzione della lunghezza d'arco s misurata da O .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

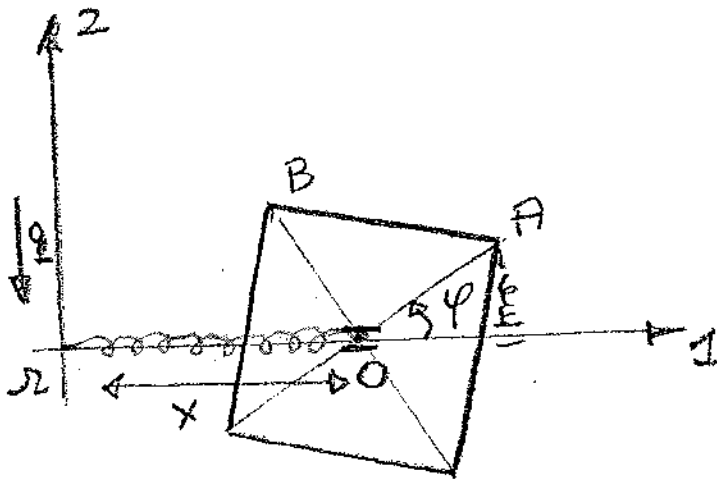
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

4 luglio 2016

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un **telaio** quadrato omogeneo di massa M e lato L vincolato in un piano **verticale** come in figura, cerniera con carrello in O , centro del telaio, su una retta orizzontale. Il telaio è soggetto ad una forza elastica in A , di costante elastica $2c$, a una forza elastica in O , di costante elastica c , come in figura, e al proprio peso. Le due coordinate libere sono x , ascissa di O , e φ , angolo tra OA e asse 1, vedi figura.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare della cerniera con carrello in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) le due equazioni di moto.

Parte II

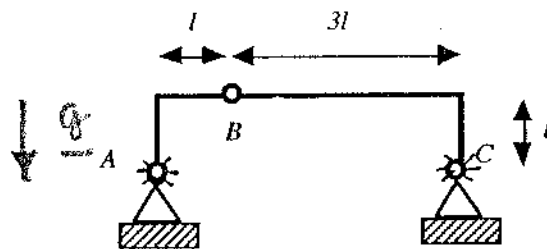
È dato un sistema meccanico ad un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}[(3 + x^2)\dot{x}^2]$$

$$V = \frac{1}{2}\delta x^2(1 + 3x^3)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0$ al variare del parametro δ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale del problema linearizzato, sempre al variare del parametro δ ,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC in un piano verticale come in figura, omogeneo di densità ρ . Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

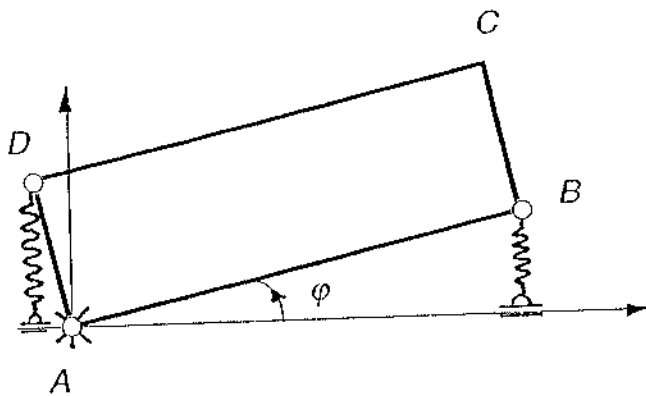
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

13 giugno 2016

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un telaio rettangolare omogeneo di massa M , lati $AD = L$ e $AB = 3L/2$, vincolato in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in A . Il telaio è soggetto a una forza elastica in D , di costante elastica c e a una forza elastica in B , di costante elastica $c/3$.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare della cerniera in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

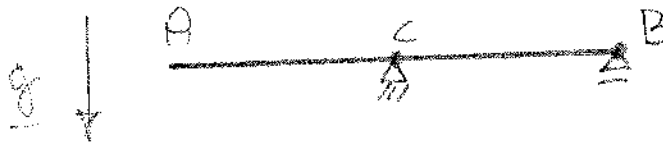
$$K = \frac{1}{2} m l^2 [(2 + \cos \varphi) \dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi} \dot{\theta} (2 + \cos \varphi)]$$

$$V = -mgl(3\cos \varphi + \sin(\varphi + \theta))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0$, $\theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,

- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta omogenea AB di massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in C , cerniera con carrello in B , con $\overline{AB} = L$, $\overline{AC} = L/4$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

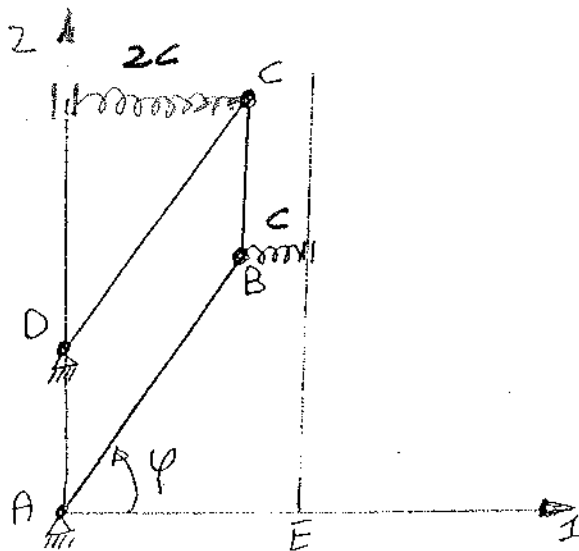
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

15/2/2016

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in B di costante elastica c e a una forza elastica in C di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

$$\overline{AE} = 5l$$

$$\text{massa di } AB = m \quad \mathbf{3}$$

$$\text{massa di } BC = m \quad \mathbf{2}$$

$$\text{massa di } CD = m \quad \mathbf{4}$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

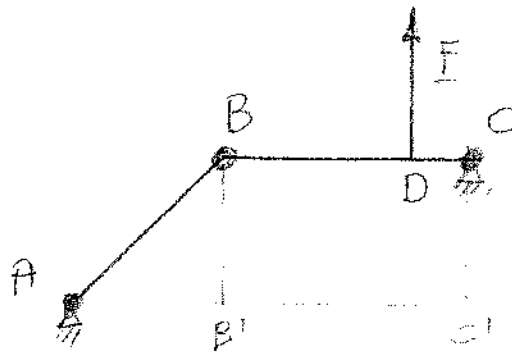
È dato un sistema meccanico con un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = ml^2 \dot{\varphi}^2 (3 + (\sin \varphi)^2)$$

$$V = \frac{cl^2}{2} [\cos \varphi - 2 + \delta (\cos \varphi)^2]$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0$ al variare del parametro δ e linearizzare il sistema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale dell'equazione linearizzata precedente, sempre al variare del parametro δ
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC in un piano orizzontale, soggetto al solo carico F in D , come in figura $\overline{AB'} = \overline{BB'} = 2l$, $\overline{BC} = \overline{B'C'} = 2l$, $\overline{BD} = (3/4)\overline{BC}$, vincoli lisci. Determinare gli sforzi interni dell'asta AB in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

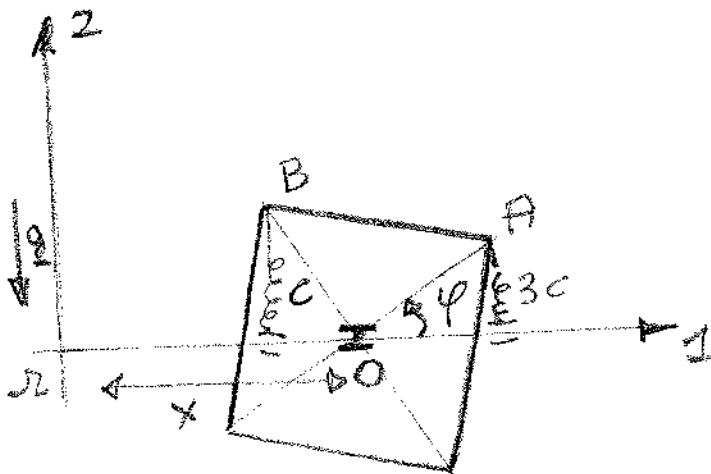
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

1/2/2016

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data una lamina quadrata omogenea di massa M e lato L vincolata in un piano verticale come in figura, pattino in O , centro della lamina, su una retta orizzontale. La lamina è soggetta a una forza elastica in A , di costante elastica c , a una forza elastica in B , di costante elastica c e al proprio peso. Le due coordinate libere sono x , ascissa di O , e φ , angolo tra OA e asse 1, vedi figura.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare del pattino in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) le due equazioni di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

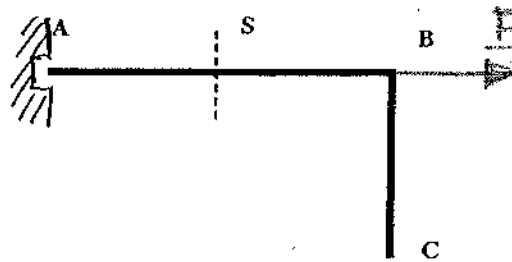
$$K = ml^2[(3 + (\cos\varphi)^2)\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}]$$

$$V = cl^2((\cos\theta)^2 + 2\cos\varphi\sin\theta)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = 0$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,

- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta a L omogenea ABC di massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in A , con $\overline{AB} = L$, $\overline{BC} = L$, soggetta alla sola forza F in B , vedi figura. Determinare gli sforzi interni all'asta ABC in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

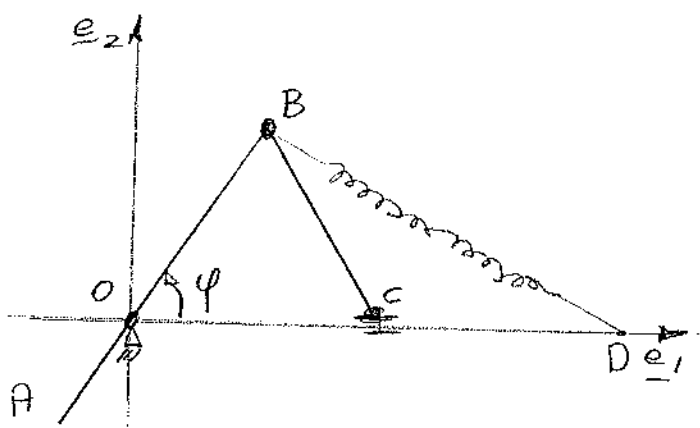
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

14 settembre 2015

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato il sistema formato da due aste AB e BC omogenee, vincolate in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O , pattino in C , vincoli lisci. Il sistema è soggetto ad una forza elastica in B come in figura.

$$\overline{OB} = BC = L$$

$$\overline{AB} = 4L$$

$$\overline{OD} = 5L$$

costante elastica della molla in $B = c$

massa dell' asta $AB = m$

massa dell' asta $BC = m$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $-\pi/2 \leq \varphi < 3\pi/2$ e discuterne la stabilità,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera in O , $H_{O1}\mathbf{e}_1$, $H_{O2}\mathbf{e}_2$ nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto,

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

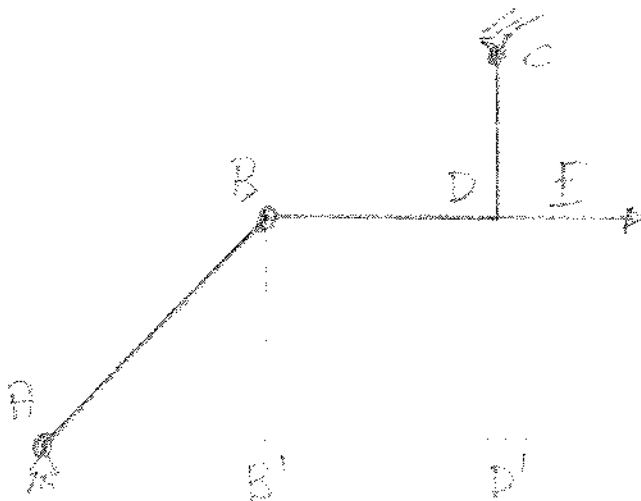
$$K = \frac{1}{2}ml^2[(4 + \cos\theta)\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}\dot{\theta}(2 + \cos\theta)]$$

$$V = -mgl(3\cos\varphi + 2\cos(\varphi + \theta))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi$, $\theta = \pi$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.

Parte II per Laurea in Ingegneria Civile



È dato un arco a tre cerniere **ABC** in un piano **orizzontale**, soggetto al solo carico **F** in **D**, come in figura, vincoli lisci; dati del problema:

$$\overline{AB'} = \overline{BB'} = \overline{DD'} = L$$

$$\overline{BD} = \overline{B'D'} = L$$

$$\overline{CD} = L/2$$

Determinare:

- 6) gli sforzi interni all'asta **AB**

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

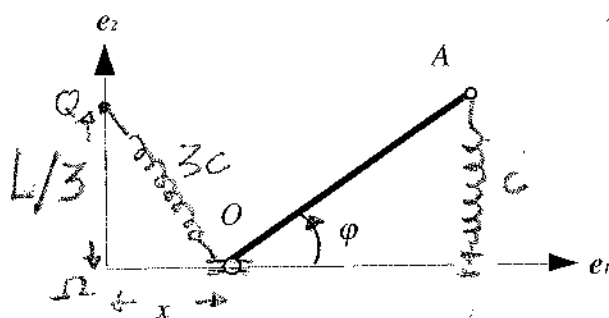
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

29 giugno 2015

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data un'asta omogenea OA , con $\overline{OA} = L$, massa M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera con carrello liscia in O , due gradi di libertà, coordinate libere x e φ . L'asta è soggetta a due forze elastiche come in figura, la forza elastica in A ha costante elastica c e la forza elastica in O ha costante elastica $3c$.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) le due equazioni di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[5\dot{x}^2 + 6\dot{\varphi}^2 - \varphi\dot{x}\sin\varphi]$$

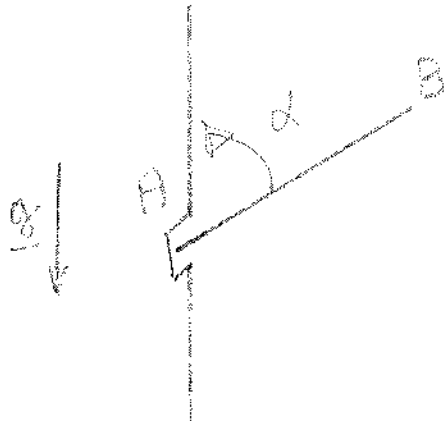
$$V = \frac{3}{2}cl^2(-x^2 + 4(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

6) per **INGEGNERIA** E' data un'asta AB omogenea di massa M e lunghezza L con incastro in A come in figura, $\alpha = \pi/4$, piano verticale, determinare gli sforzi interni N , T e M_f in funzione di s , con s distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

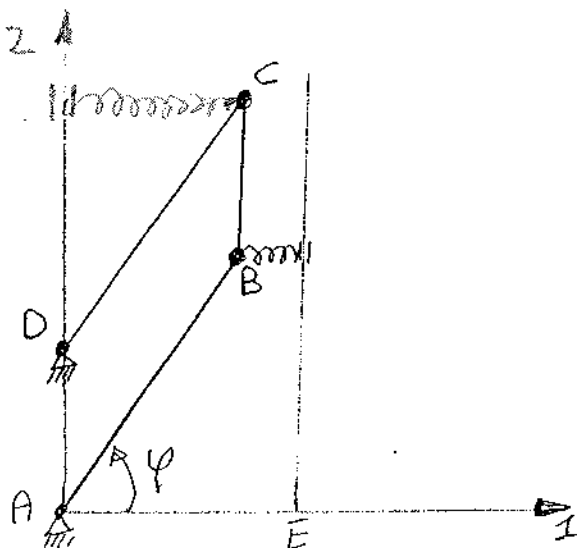
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

8 giugno 2015

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano **orizzontale**, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in B di costante elastica c e a una forza elastica in C di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

$$\overline{AE} = 5l$$

$$\text{massa di } AB = m$$

$$\text{massa di } BC = m$$

$$\text{massa di } CD = m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

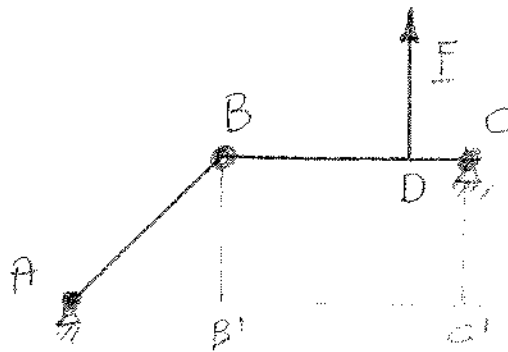
È dato un sistema meccanico con un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2\dot{\varphi}^2(3 + (\sin\varphi)^2)$$

$$V = \frac{cl^2}{2}[(\cos\varphi - 2)^2 + \delta(\cos\varphi)^2]$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0$ al variare del parametro δ e linearizzare il sistema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale dell'equazione linearizzata precedente, sempre al variare del parametro δ
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC in un piano orizzontale, soggetto al solo carico F in D , come in figura $\overline{AB'} = \overline{BB'} = l$, $\overline{BC} = \overline{B'C'} = 2l$, $\overline{BD} = (3/4)\overline{BC}$, vincoli lisci. Determinare gli sforzi interni dell'asta AB in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in

II provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

28 maggio 2015

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} a m l^2 [(1 + b + \cos\theta)\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}\dot{\theta}(2 + \cos\theta)]$$

$$V = -mgl(\alpha \cos\varphi + \beta \cos(\varphi + \theta))$$

dati dei parametri

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$\alpha = 2$$

$$\beta = 1$$

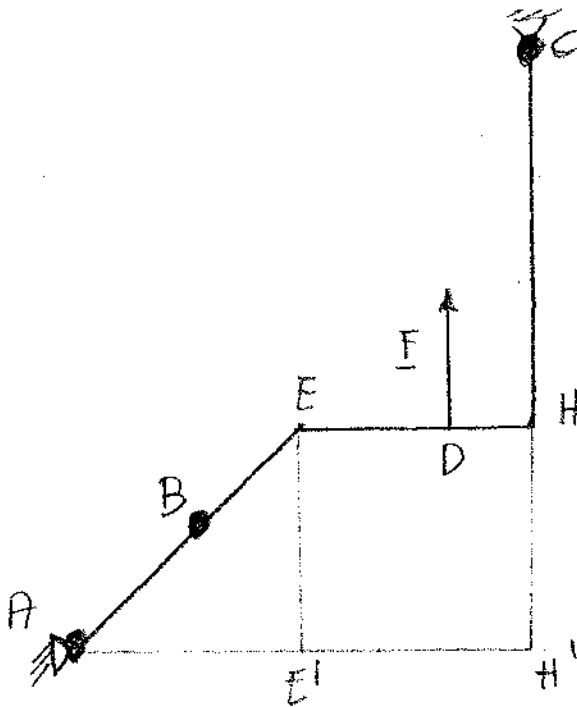
Si chiede di :

- 1) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi, \theta = 0$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 2) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

Parte II per Laurea in Matematica

- 3) Dato il sistema meccanico a due gradi di libertà della Parte I , scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

Parte II per Laurea in Ingegneria Civile



È dato un arco a tre cerniere **ABC** in un piano **orizzontale**, soggetto al solo carico **F** in **D**, come in figura, vincoli lisci; dati del problema:

$$\overline{AE'} = \overline{EE'} = \overline{HH'} = L \quad 3$$

$$\overline{EH} = \overline{E'H'} = L$$

$$\overline{CH} = L \quad 2$$

$$\overline{AB} = \overline{AE'} \quad 2$$

$$\overline{DH} = \overline{EH} \quad 5$$

Determinare:

- 3) gli sforzi interni all'asta **AB**

COGNOME e NOME

N. Matricola

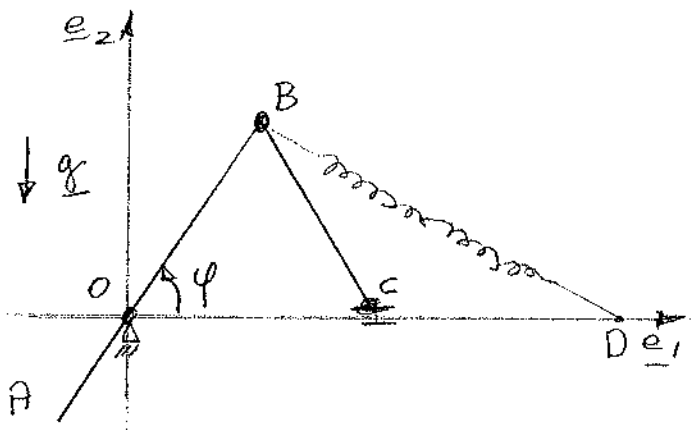
Anno di Corso

Laurea in

I Provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica, 9 cfu

16 aprile 2015

Laurea Triennale (M. Ughi)



É dato il sistema formato da due aste AB e BC omogenee, vincolate in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O , pattino in C , vincoli lisci. Il sistema é soggetto al peso e ad una forza elastica in B come in figura.

$$\overline{OB} = BC = L$$

$$\overline{AB} = L \sqrt{2}$$

$$\overline{OD} = L \sqrt{2}$$

costante elastica della molla in $B = c \sqrt{2}$

massa dell' asta $AB = m$

massa dell' asta $BC = m \sqrt{2}$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $-\pi/2 \leq \varphi < 3\pi/2$ e discuterne la stabilit ,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera in O , $H_{O1}e_1$, $H_{O2}e_2$ nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto,
- 4) Facoltativo la reazione vincolare $H_{O1}e_1$ durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

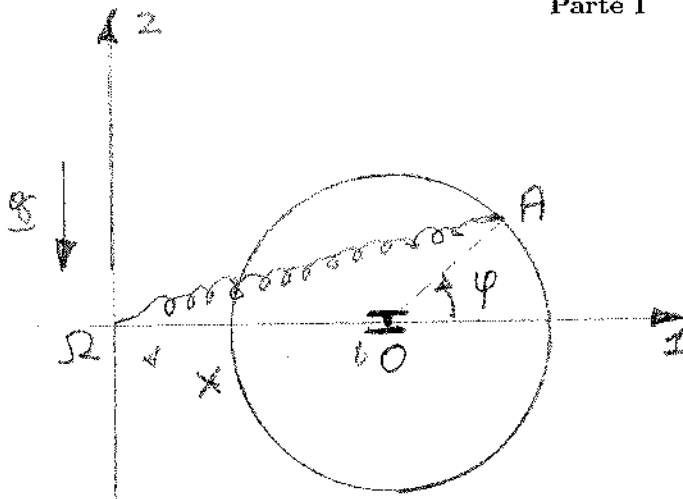
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

23 giugno 2014

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un disco omogeneo di massa M vincolato in un piano verticale come in figura, pattino in O , centro del disco, su una retta orizzontale. Il disco è soggetto a una forza elastica in A , di costante elastica c , e al proprio peso. Le due coordinate libere sono x , ascissa di O , e φ , angolo tra OA e asse 1, vedi figura.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare del pattino in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) le due equazioni di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} m l^2 [(1 + (\cos\varphi)^2) \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}]$$

$$V = \frac{1}{2} c l^2 ((\cos\theta)^2 + \cos\varphi \sin\theta)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = 0$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione,

- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato,
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra, non linearizzato.
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta omogenea AB di massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in A , pattino in C , con $\overline{AB} = L$, $\overline{AC} = L/2$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

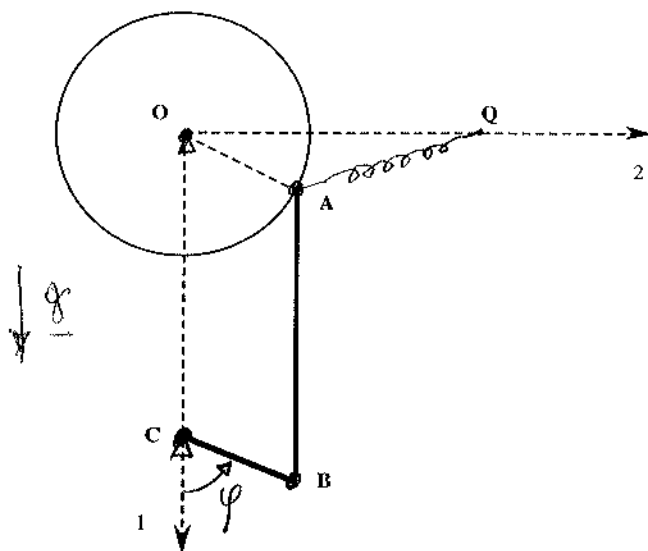
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

9 giugno 2014

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste e un disco, omogenei, vincolata in un piano verticale come in figura, cerniere fisse in O e in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in A , di costante elastica c , e al proprio peso.

massa dell' asta $AB = 3m$

massa dell' asta $BC = 2m$

massa del disco $= m$

$BC = OA = R$

$AB = OC = 3R$

$OQ = 2R$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la componente orizzontale della reazione vincolare in C nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = ml^2[\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 - \dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta]$$

$$V = cl^2((\sin\varphi)^2 + 3\cos(\theta - \varphi))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta omogenea AB di massa totale M , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in A , pattino in C , con $\overline{AB} = L$, $\overline{AC} = 2L/3$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in

II provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

26 maggio 2014

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[(a + (\cos\varphi)^2)\dot{\varphi}^2 + b\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}]$$

$$V = \frac{1}{2}cl^2(\alpha(\cos\theta)^2 + \beta\cos\varphi\sin\theta)$$

dati dei parametri

$$a = 3$$

$$b = 2$$

$$\alpha = 5$$

$$\beta = 6$$

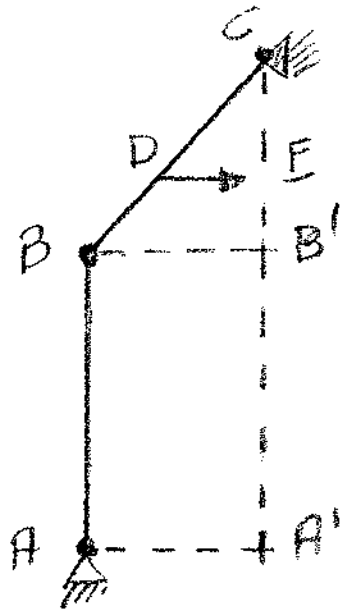
Si chiede di :

- 1) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0, \theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 2) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

Parte II per Laurea in Matematica

- 3) Dato il sistema meccanico a due gradi di libertà della Parte I , scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

Parte II per Laurea in Ingegneria Civile



È dato un arco a tre cerniere in un piano orizzontale, soggetto al solo carico F in D , come in figura, vincoli lisci; dati del problema:

$$\overline{AB} = \overline{A'B'} = L \quad 5$$

$$\overline{AA'} = \overline{BB'} = L \quad 4$$

$$\overline{B'C} = L$$

$$\overline{DC} = \overline{BC} / 3$$

Determinare:

- 3) gli sforzi interni all'asta AB

COGNOME e NOME

N. Matricola

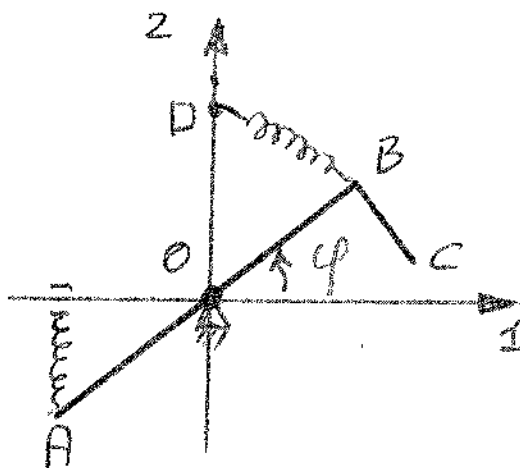
Anno di Corso

Laurea in

I Provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica, 9 cfu

28 aprile 2014

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un' asta a L , ABC omogenea di massa M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O , con O punto medio di AB , vincolo liscio. L'asta è soggetta ad una forza elastica in B e ad una in A come in figura.

$$\overline{AB} = L \quad 2$$

$$\overline{BC} = L$$

$$\overline{OD} = L \quad 1$$

costante elastica della molla in $A = c \quad 3$

costante elastica della molla in $B = c$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $0 \leq \varphi < 2\pi$ e discuterne la stabilità,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera in O , $H_0 e_1$, $V_0 e_2$ nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto,
- 4) **Facoltativo** le reazioni vincolari della cerniera in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi(0) = \pi/2$, $\dot{\varphi}(0) = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

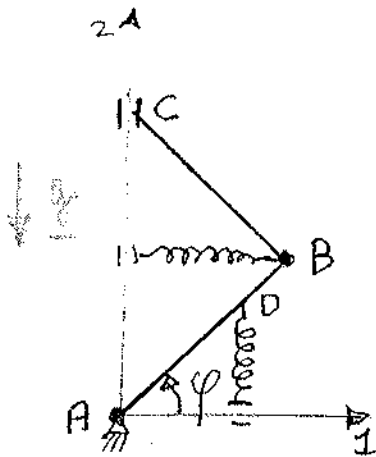
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

17 febbraio 2014

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste omogenee, entrambe di lunghezza L , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in A e pattino in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B e D e al proprio peso.

massa dell'asta $AB = m$

massa dell'asta $BC = 2m$

costante elastica della molla in $B = c$

costante elastica della molla in $D = c/2$

$$\overline{AD} = 3L/4$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare in C nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

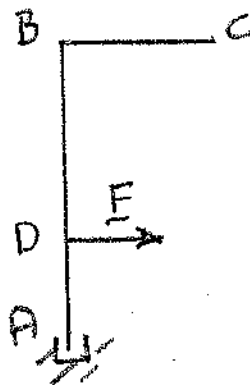
È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 5ml^2 [\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\psi}^2 - \dot{\varphi}\dot{\psi}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{3cl^2}{2} [(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2(\cos\varphi + 3\cos\psi)]$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della condizione di equilibrio $\varphi = 0, \psi = 0$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 3L$, $\overline{BC} = 2L$ e massa totale M , vincolata in un piano **orizzontale** come in figura, incastro in A . L'asta è soggetta ad una forza F in D come in figura, con $\overline{AD} = L/2$. Determinare gli sforzi interni all'asta ABC in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

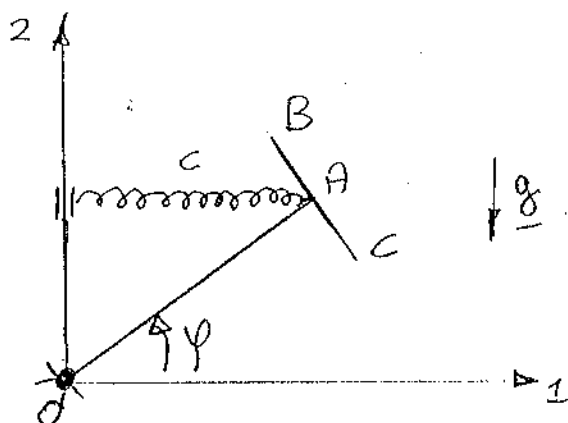
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

3 febbraio 2014

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)



È data un'asta a T omogenea $OABC$, con $\overline{OA} = 3L$, $\overline{BC} = 2L$ e massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

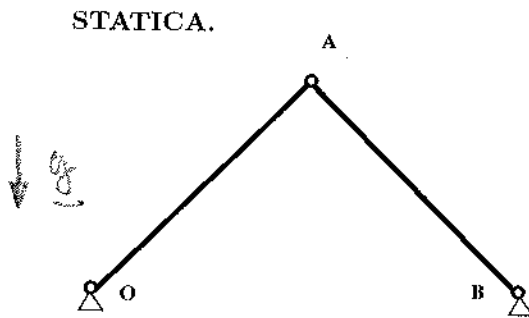
$$K = \frac{1}{2}ml^2[2\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\psi}^2 - \dot{\varphi}\dot{\psi}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{cl^2}{2}[(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2(\cos\varphi + 3\cos\psi)]$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della condizione di equilibrio $\varphi = 0$, $\psi = 0$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra

- 6) per INGEGNERIA È data un arco a tre cerniere OAB , con le due aste omogenee, di uguale lunghezza L e massa di $\overline{OA} = 3m$, massa di $\overline{AB} = m$, vincolato in un piano verticale come in figura con $\overline{OB} = L$. Determinare gli sforzi interni all'asta OA in funzione della lunghezza d'arco s misurata da O .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

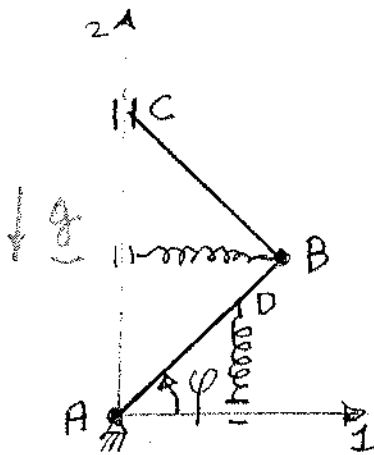
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

20 gennaio 2014

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste omogenee, entrambe di lunghezza L , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in A e pattino in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B e D e al proprio peso.

massa dell'asta $AB = 3m$

massa dell'asta $BC = 2m$

costante elastica della molla in $B = c$

costante elastica della molla in $D = c/2$

$\overline{AD} = 3L/4$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare in C nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

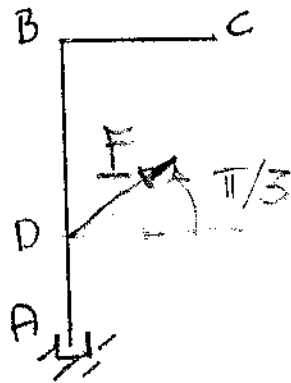
$$K = ml^2[\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 - \dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi + \theta)]$$

$$V = cl^2((\sin\varphi)^2 + 2\cos(\theta - \varphi))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione

- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra
- 6) per **INGEGNERIA** È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 3L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in A . L'asta è soggetta ad una forza F in D come in figura, con $\overline{AD} = L/3$. Determinare gli sforzi interni all'asta ABC in funzione della lunghezza d'arco s misurata da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

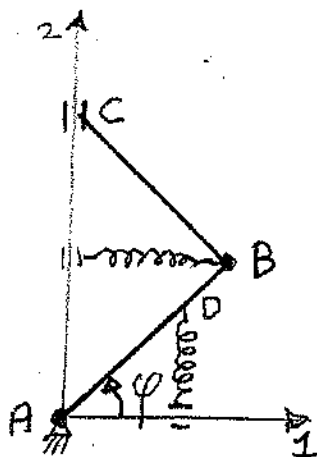
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

1 luglio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste omogenee, entrambe di lunghezza L , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in A e pattino in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B e D .

massa dell' asta $AB = m$

massa dell' asta $BC = 2m$

costante elastica della molla in $B = c$

costante elastica della molla in $D = 2c$

$\overline{AD} = 3L/4$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare in C nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

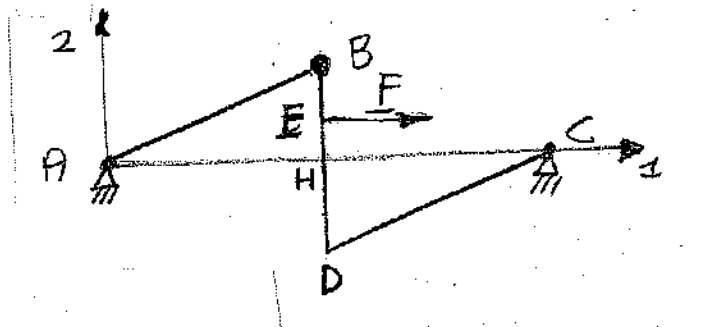
È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[2\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi + \theta)]$$

$$V = \frac{1}{2}cl^2((\sin\varphi)^2 + 3\cos(\theta - \varphi))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC posto in un piano orizzontale soggetto al solo carico F in E , come in figura, vincoli lisci, dati del problema: $\overline{AH} = \overline{HC} = l$, $\overline{BH} = \overline{HD} = l/3$, $\overline{EH} = l/6$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

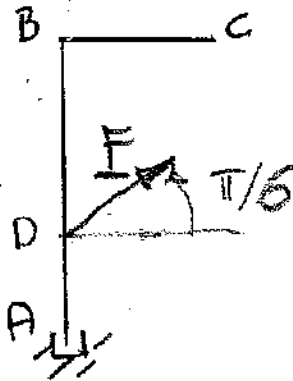
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

1/7/2013

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 2L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in A . L'asta è soggetta ad una forza F in D come in figura, con $\overline{AD} = L/2$.

Determinare:

- 1) la reazione e il momento di reazione in A ,
- 2) gli sforzi interni N e T in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 3) il momento flettente in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 4) il centro di massa dell'intera asta ad L ,
- 5) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta AB ,
- 6) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

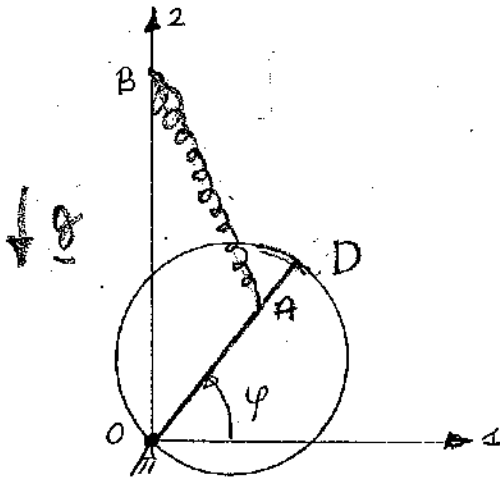
Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

10 giugno 2013

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un rigido composto da una circonferenza di raggio R e un'asta OD saldate tra loro come in figura, entrambe omogenee e ciascuna di massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 3R/2$, $\overline{OB} = 6R$, vincoli lisci. Il rigido è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

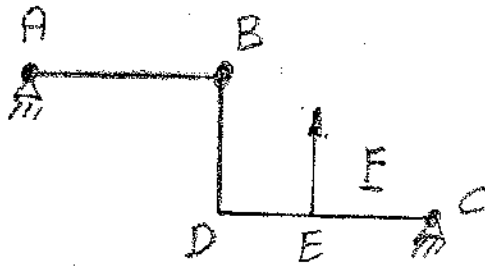
$$K = \frac{1}{2} m l^2 [\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi + \theta)]$$

$$V = \frac{1}{2} c l^2 ((\sin\varphi)^2 + \cos(\theta - \varphi))$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/2, \theta = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico per il sistema scritto sopra
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere ABC posto in un piano orizzontale soggetto al solo carico F in E , come in figura, vincoli lisci, dati del problema: $AB = 2L$, $BD = L$, $DC = 3L$, $EC = L$. Determinare gli sforzi interni all'asta AB in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in

II provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

27 maggio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo doppio pendolo) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} ml^2 [a\dot{\varphi}^2 + b\dot{\theta}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\varphi + \theta)]$$

$$V = \frac{1}{2} cl^2 (\alpha(\sin\varphi)^2 + \beta\cos(\theta - \varphi))$$

dati dei parametri

$$a = 2$$

$$b = 3$$

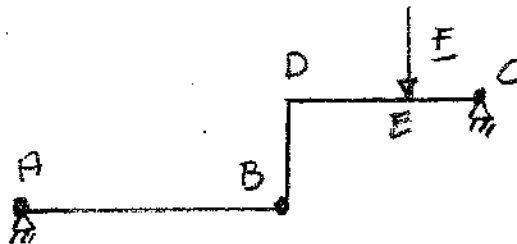
$$\alpha = 1$$

$$\beta = 2$$

Si chiede di :

- 1) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0, \theta = \pi$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 2) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

Parte II per Laurea in Ingegneria Civile



È dato un arco a tre cerniere in un piano orizzontale, soggetto al solo carico F in E , come in figura, vincoli lisci.

dati del problema

$$\overline{AB} = L \cdot 2$$

$$\overline{BD} = L \quad \mathfrak{z}$$

$$\overline{DC} = L$$

$$\overline{EC} = L/3$$

Determinare:

- 3) gli sforzi interni all'asta AB

Parte II per Laurea in Matematica

- 3) Dato il sistema meccanico a due gradi di libertà della Parte I, scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

COGNOME e NOME

N. Matricola

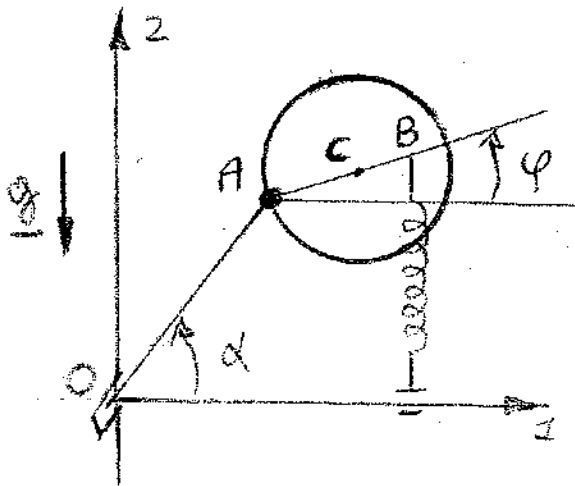
Anno di Corso

Laurea in

I Provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica, 9 cfu

15 aprile 2013

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da un'asta, OA , e un disco, di centro C e raggio R , omogenei, vincolata in un piano verticale come in figura, incastro in O e cerniera interna in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta ad una forza elastica in B , di costante elastica c , e al proprio peso.

$$\overline{OA} = R$$

$$\overline{AB} = R \sqrt{2}$$

$$\text{angolo } \alpha = \pi/4$$

$$\text{massa del disco} = m$$

$$\text{massa dell'asta} = m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $-\pi < \varphi \leq \pi$,
- 2) le reazioni vincolari dell'incastro in O , $H_0 \mathbf{e}_1$, $V_0 \mathbf{e}_2$, $\mu_0 \mathbf{e}_3$, nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto,
- 4) **Facoltativo** le reazioni vincolari dell'incastro O , $H_0 \mathbf{e}_1$, $V_0 \mathbf{e}_2$, $\mu_0 \mathbf{e}_3$, durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

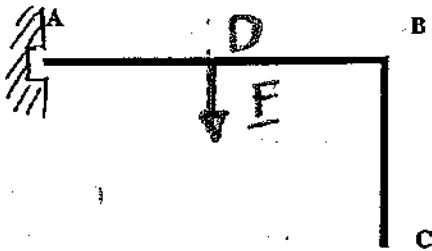
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

4 febbraio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L ABC , con $\overline{AB} = 3L$, $\overline{BC} = 2L$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in A . L'asta è soggetta ad una forza F in D come in figura, con $\overline{AD} = L$.

Determinare:

- 1) la reazione e il momento di reazione in A ,
- 2) gli sforzi interni N e T in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 3) il momento flettente in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 4) il centro di massa dell'intera asta ad L ,
- 5) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta AB ,
- 6) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

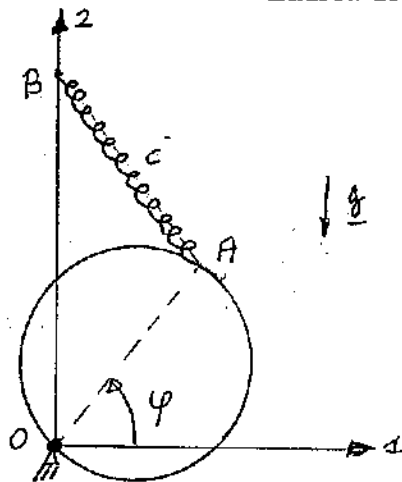
Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

4 febbraio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 6R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilit,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo asta rigida con pattino) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

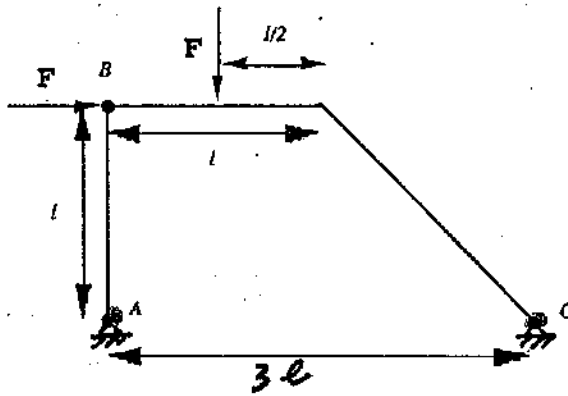
$$K = \frac{3}{2}ml^2[\dot{x}^2 + 7\dot{\varphi}^2 - 2\dot{x}\dot{\varphi}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{5}{2}cl^2(3x^2 + 4(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

- 6) per INGEGNERIA È dato un arco a tre cerniere come in figura posto in un piano orizzontale, vincoli lisci, caricato come in figura, determinare gli sforzi interni al pezzo BC in funzione della lunghezza d'arco s misurata a partire da C .



COGNOME e NOME

N. Matricola

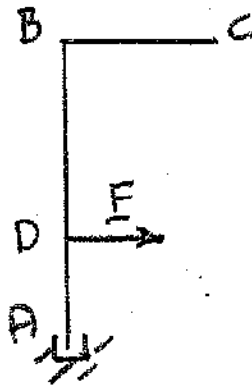
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

21 gennaio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 3L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in A . L'asta è soggetta ad una forza \mathbf{F} in D come in figura, con $\overline{AD} = L/3$.

Determinare:

- 1) la reazione e il momento di reazione in A ,
- 2) gli sforzi interni N e T in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 3) il momento flettente in funzione di s , lunghezza d'arco misurata da A ,
- 4) il centro di massa dell'intera asta ad L ,
- 5) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta AB ,
- 6) il momento d'inerzia dell'asta ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

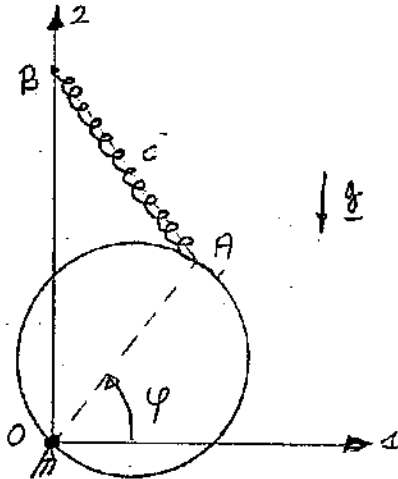
Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

21 gennaio 2013

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 5R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilit,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo asta rigida con pattino) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

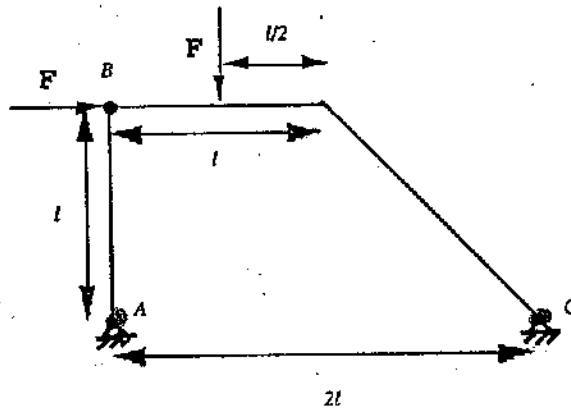
$$K = \frac{3}{2} m l^2 [\dot{x}^2 + 6\dot{\varphi}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{x}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{5}{2} c l^2 (x^2 + 4(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilit  della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere come in figura posto in un piano orizzontale, vincoli lisci, caricato come in figura, determinare gli sforzi interni al pezzo BC in funzione della lunghezza d'arco s misurata a partire da C .



COGNOME e NOME

N. Matricola

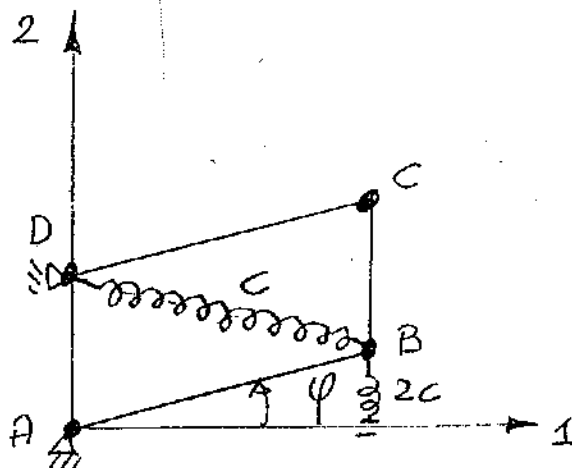
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

17 settembre 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B di costante elastica come in figura.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 3l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

$$\text{massa di } AB = m$$

$$\text{massa di } BC = 2m$$

$$\text{massa di } CD = 4m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio ,
- 2) la loro stabilità,
- 3) le reazioni vincolari della cerniera A nelle configurazioni di equilibrio stabile trovate,
- 4) per l'asta AB gli sforzi interni N e T in funzione di s , distanza della sezione da A , nelle configurazioni di equilibrio stabile trovate
- 5) per l'asta AB il momento flettente M_f in funzione di s , distanza della sezione da A , nelle configurazioni di equilibrio stabile trovate
- 6) il momento d'inerzia dell'asta AB rispetto alla retta passante per il suo punto E , $\overline{AE} = 2l/5$, e ortogonale al piano.

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

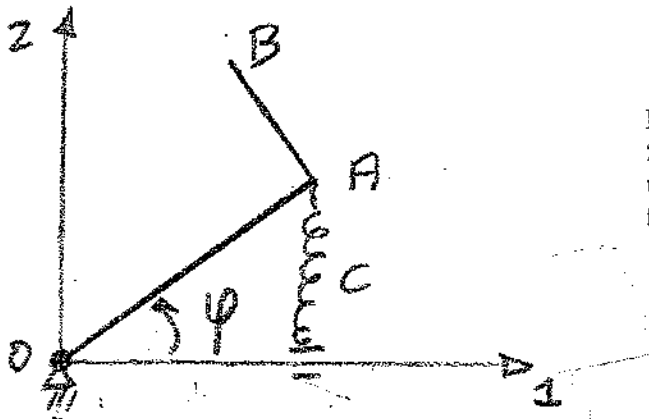
Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

17 settembre 2012

Laurea Triennale (M. Ughi, 9 cfu)

Parte I



È data un'asta a L omogenea OAB , con $\overline{OA} = 2L$, $\overline{AB} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci..

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo asta rigida con pattino) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

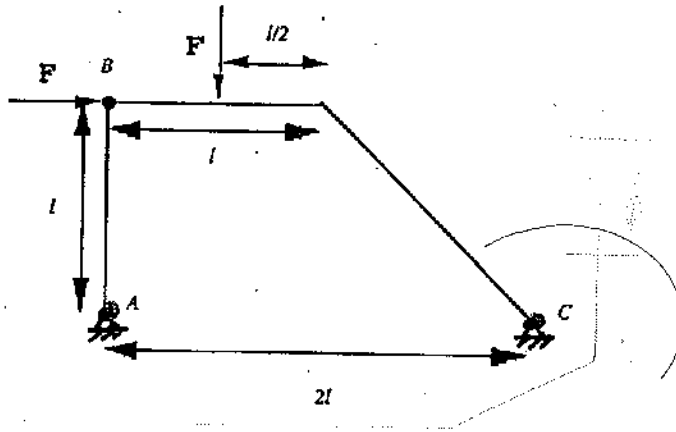
$$K = \frac{3}{2}ml^2[\dot{x}^2 + 5\dot{\varphi}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{x}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{5}{2}cl^2(x^2 + 3(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per MATEMATICA scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

- 6) per INGEGNERIA È dato un arco a tre cerniere come in figura posto in un piano orizzontale, vincoli lisci, caricato come in figura, determinare gli sforzi interni al pezzo AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata a partire da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

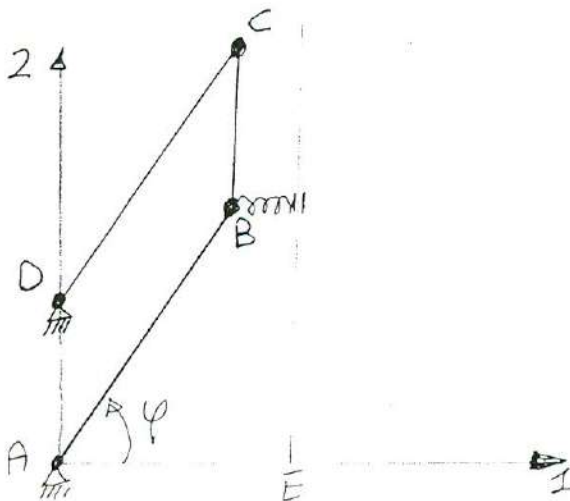
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

16 luglio 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in B di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 3l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

$$\overline{AE} = 2l$$

$$\text{massa di } AB = 3m$$

$$\text{massa di } BC = m$$

$$\text{massa di } CD = 2m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

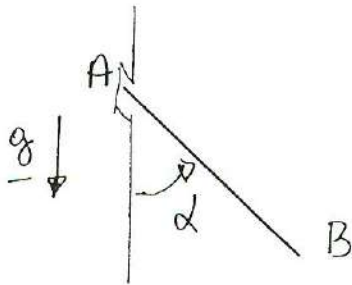
È dato un sistema meccanico con un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 3ml^2 \dot{\varphi}^2 (3 - 2(\sin\varphi)^2)$$

$$V = \frac{cl^2}{2} [3\cos\varphi - \delta]^2$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0$ al variare del parametro δ e linearizzare il sistema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale dell'equazione linearizzata precedente, sempre al variare del parametro δ
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un'asta omogenea AB di massa M e lunghezza L con incastro in A come in figura con $\alpha = \pi/3$, piano verticale, determinare gli sforzi interni in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

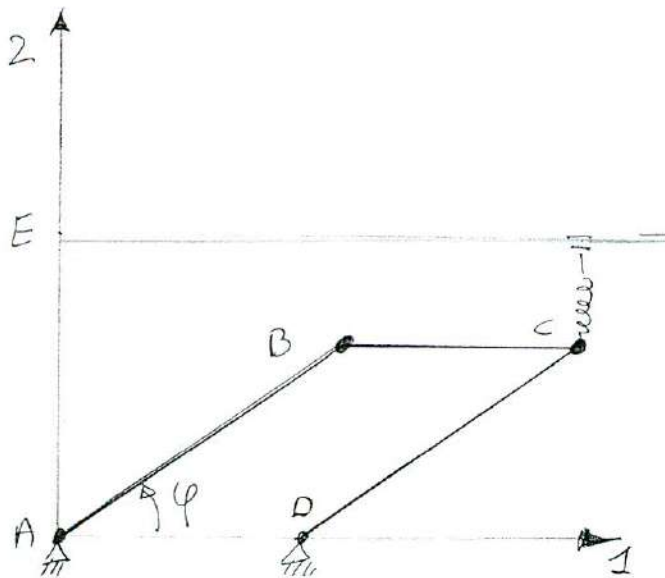
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

2 luglio 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in C di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 3l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = 2l$$

$$\overline{AE} = 2l$$

massa di $AB = 3m$

massa di $BC = m$

massa di $CD = m$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

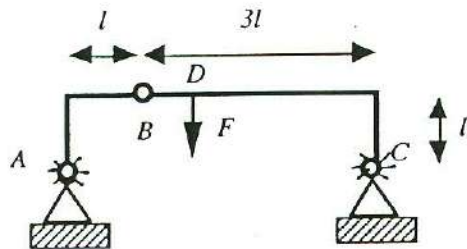
È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo asta rigida con pattino) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[\dot{x}^2 + 4\dot{\varphi}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{x}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{1}{2}cl^2(x^2 + 3(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 5) determinare i due modi normali per il problema linearizzato
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un arco a tre cerniere come in figura posto in un piano **orizzontale**, vincoli lisci, soggetto alla forza F applicata nel punto D tale che $\overline{BD} = l$, determinare gli sforzi interni al pezzo AB in funzione della lunghezza d'arco s misurata a partire da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

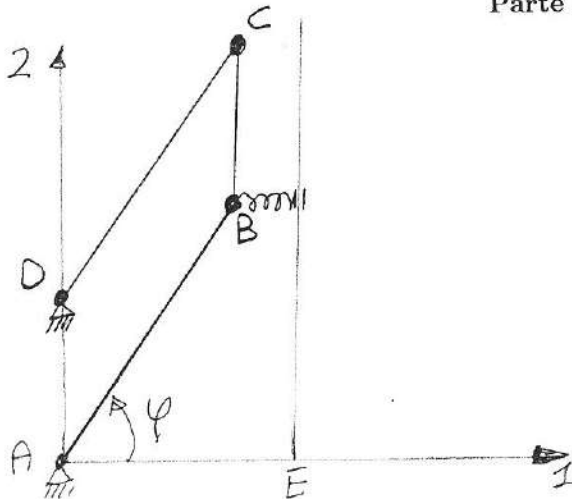
Laurea in

Compito di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

5 giugno 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in B di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

$$\overline{AE} = 3l/2$$

$$\text{massa di } AB = m$$

$$\text{massa di } BC = 2m$$

$$\text{massa di } CD = 2m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la reazione vincolare in A nelle configurazioni di equilibrio trovate sopra,
- 3) l'equazione di moto.

Parte II

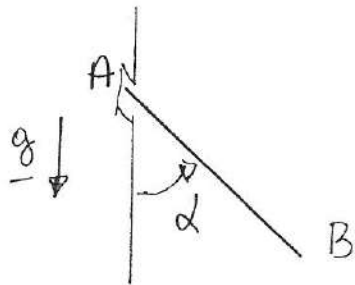
È dato un sistema meccanico con un grado di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 5ml^2 \dot{\varphi}^2 (3 - (\sin\varphi)^2)$$

$$V = \frac{cl^2}{2} [2\cos\varphi - \delta]^2$$

Si chiede di :

- 4) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $\varphi = 0$ al variare del parametro δ e linearizzare il sistema vicino a tale configurazione,
- 5) determinare la soluzione generale dell'equazione linearizzata precedente, sempre al variare del parametro δ
- 6) per **MATEMATICA** scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico
- 6) per **INGEGNERIA** È dato un'asta omogenea AB di massa M e lunghezza L con incastro in A come in figura con $\alpha = \pi/6$, piano verticale, determinare gli sforzi interni in funzione della distanza da A .



COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in

II provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica

28 maggio 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)

Parte I

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo asta rigida con pattino) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2}ml^2[\dot{x}^2 + (1+a)\dot{\varphi}^2 - 2\dot{\varphi}\dot{x}\sin\varphi]$$

$$V = \frac{1}{2}cl^2(bx^2 + d(\cos\varphi)^2 + 2x\cos\varphi)$$

dati dei parametri

$$a = 3$$

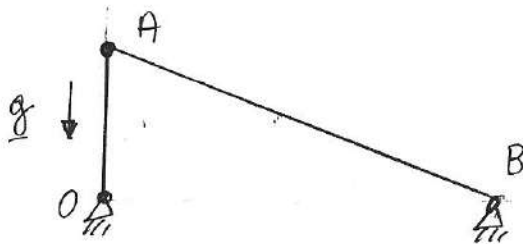
$$b = 5$$

$$d = 2$$

Si chiede di :

- 1) determinare la stabilità della configurazione di equilibrio $x = 0, \varphi = \pi/2$ e linearizzare il problema vicino a tale configurazione
- 2) determinare i due modi normali per il problema linearizzato

Parte II per Laurea in Ingegneria Civile



È dato un arco a tre cerniere come in figura, aste omogenee, con $\overline{OA} = L$, massa = M , $\overline{AB} = aL$, massa = bM , piano verticale, vincoli lisci.

dati dei parametri

$$a = 9$$

$$b = 4$$

Determinare:

- 3) gli sforzi interni all'asta OA

Parte II per Laurea in Matematica

- 3) Dato il sistema meccanico a due gradi di libertà della Parte I , scrivere la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

COGNOME e NOME

N. Matricola

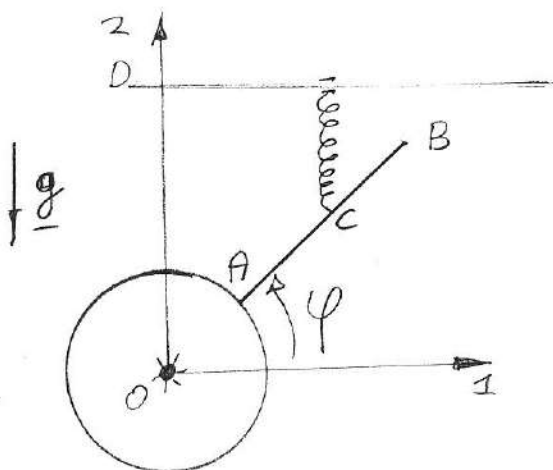
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Provetta di Meccanica Razionale e Meccanica Analitica, 9cfu

16 aprile 2012

Laurea Triennale (M. Ughi)



È dato il rigido costituito da un disco omogeneo di raggio R , centro O e un'asta omogenea AB , saldati in A come in figura, vincolato in un piano verticale con una cerniera fissa in O , vincolo liscio. Il rigido è soggetto ad una forza elastica in C , costante elastica c , e alla forza peso.

$$\overline{AB} = R \quad 4$$

$$\overline{AC} = R \quad 3$$

$$\overline{OD} = R \quad 3$$

$$\text{massa del disco} = m \quad 2$$

$$\text{massa dell'asta} = m$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) l'equazione di moto.
- 4) **FACOLTATIVO** le reazioni vincolari della cerniera O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

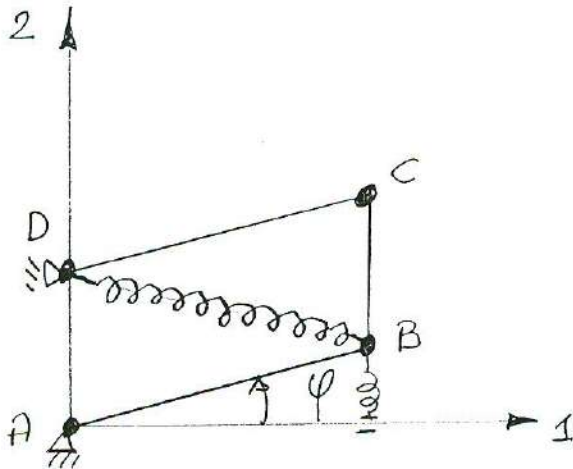
Anno di Corso

Laurea in

Compito di Meccanica Analitica, I parte, 9 cfu

14/9/2011

Laurea Triennale in Matematica (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano **orizzontale**, vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B entrambe di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

massa di $AB = m$

massa di $BC = 2m$

massa di $CD = m$

Determinare:

- 1) l'energia cinetica del sistema T ,
- 2) l'energia potenziale del sistema U ,
- 3) l'equazione di Lagrange
- 4) la funzione Hamiltoniana e il sistema canonico

COGNOME e NOME

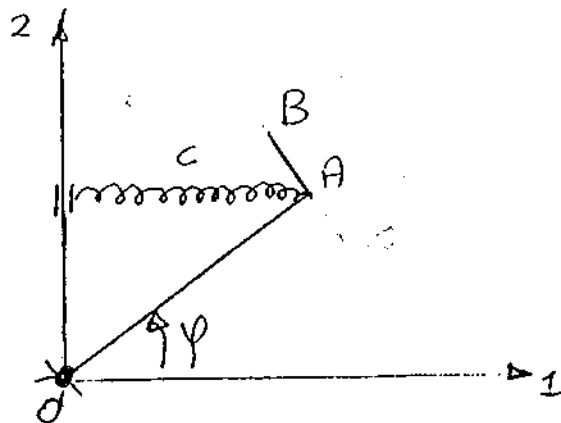
N. Matricola

Anno di Corso

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

6 giugno 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea OAB , con $\overline{OA} = L$, $\overline{AB} = L/2$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci.

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio,
- 2) la loro stabilità,
- 3) le reazioni vincolari della cerniera O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 4) per il tratto OA gli sforzi interni N e T in funzione di s , distanza della sezione da O , nelle configurazioni di equilibrio trovate
- 5) per il tratto OA il momento flettente M_f in funzione di s , distanza della sezione da O , nelle configurazioni di equilibrio trovate
- 6) il momento d'inerzia dell'asta OAB rispetto alla retta per O ortogonale al piano.

COGNOME e NOME

N. Matricola

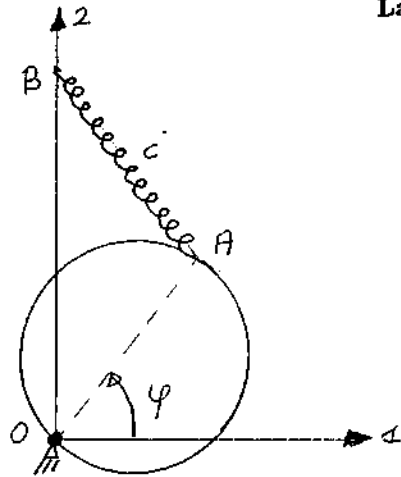
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9 cfu

15 febbraio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 4R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto alla forza elastica in A .

Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità ,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento d'inerzia del disco rispetto alla retta per O appartenente al piano di figura e inclinata di $\pi/3$ rispetto ad OA .

Parte II

- 4) l'equazione di moto ,
- 5) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = -\pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 6) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = -\pi/4$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

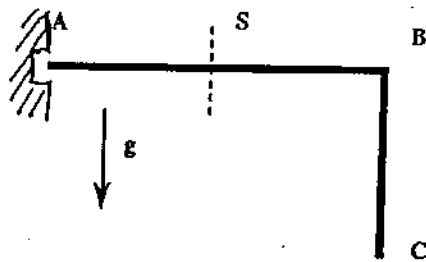
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

15 febbraio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 3L$, $\overline{BC} = 2L$ e massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, incastro in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso .

Determinare:

- 1) la reazione in A ,
- 2) il momento di reazione in A ,
- 3) gli sforzi interni N e T in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 4) il momento flettente M_f in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 5) il centro di massa dell'intera asta a L
- 6) il momento d'inerzia di ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

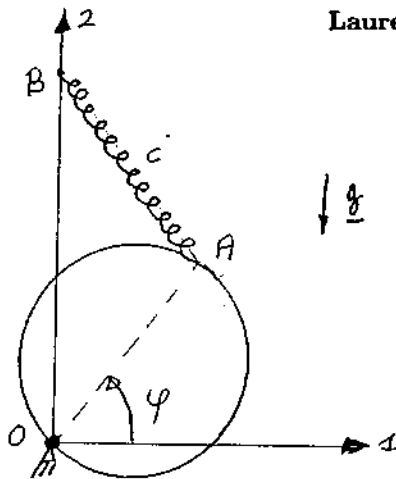
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9 cfu

31 gennaio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 3R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità ,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento d'inerzia del disco rispetto alla retta per O appartenente al piano di figura e inclinata di $\pi/4$ rispetto ad OA .

Parte II

- 4) l'equazione di moto ,
- 5) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = -\pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 6) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = -\pi/2$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

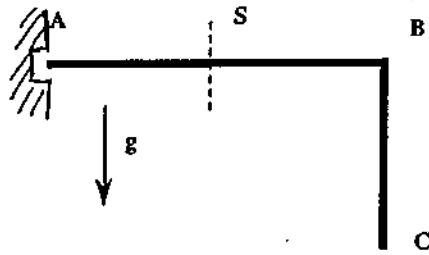
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

31 gennaio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 4L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano **verticale** come in figura, incastro in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso .

Determinare:

- 1) la reazione in A ,
- 2) il momento di reazione in A ,
- 3) gli sforzi interni N e T in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 4) il momento flettente M_f in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 5) il centro di massa dell'intera asta a L
- 6) il momento d'inerzia di ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

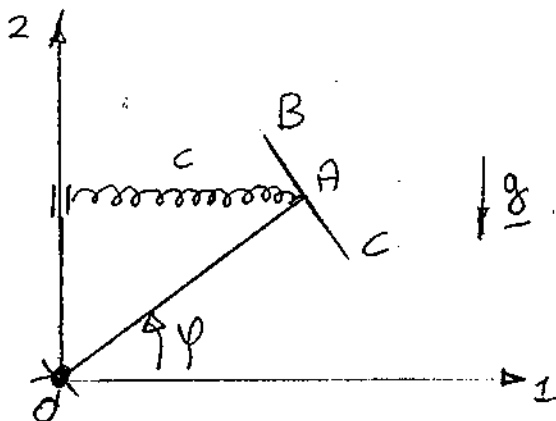
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9 cfu

17 gennaio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a T omogenea $OABC$, con $\overline{OA} = 4L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio e la loro stabilità ,
- 2) la reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento d'inerzia dell'asta $OABC$ rispetto alla retta per O ortogonale al piano.

Parte II

- 4) l'equazione di moto ,
- 5) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = -\pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 6) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = -\pi/2$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

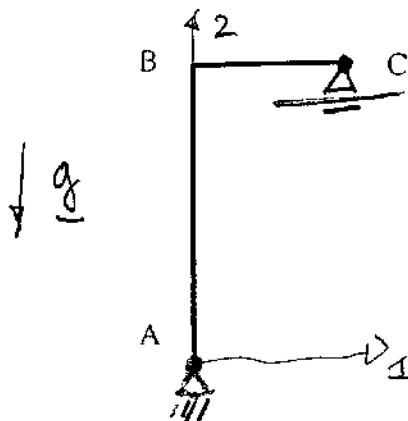
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 6 cfu

17 gennaio 2011

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a L omogenea ABC , con $\overline{AB} = 2L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in A e pattino in C , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso.

Determinare:

- 1) la reazione in C ,
- 2) la reazione in A ,
- 3) gli sforzi interni N e T in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 4) il momento flettente M_f in funzione di s , distanza della sezione da A ,
- 5) il centro di massa dell'intera asta a L
- 6) il momento d'inerzia di ABC rispetto alla retta per A ortogonale al piano di figura.

COGNOME e NOME

N. Matricola

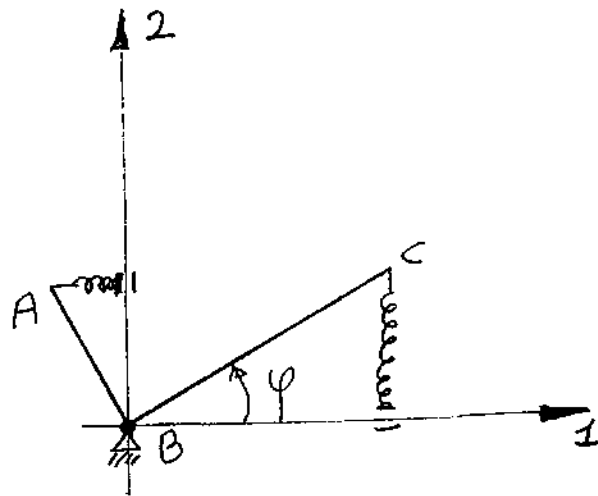
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Provetta di Meccanica Razionale, 9cfu

17 dicembre 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data l'asta ad L omogenea ABC , massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in B , vincolo liscio. L'asta è soggetta a due forze elastiche in A e C .

$$\overline{AB} = l_3$$

$$\overline{BC} = l_4$$

costante elastica della molla in $A = c_2$

costante elastica della molla in $C = c$

Determinare:

- 1) l'equazione di moto,
- 2) l'equazione linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = \frac{\pi}{2}$ e la sua soluzione generale,
- 3) le reazioni vincolari della cerniera B quando $\varphi = \pi$ per il moto con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/2$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

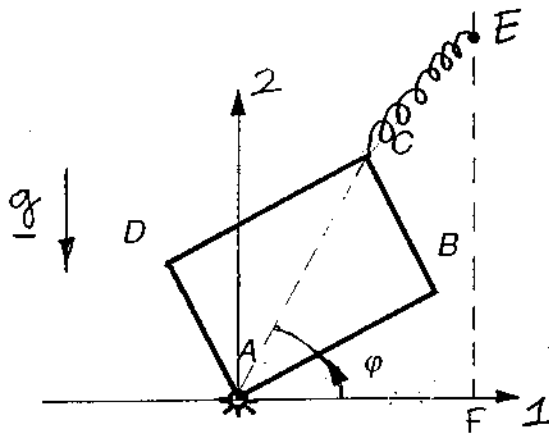
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Provetta di Meccanica Razionale, 9cfu

12 novembre 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È dato il telaio rettangolare omogeneo $ABCD$, massa totale M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in A , vincoli lisci. Il telaio è soggetto ad una forza elastica in C , costante elastica c , e alla forza peso.

$$\overline{AB} = l_3$$

$$\overline{BC} = l_4$$

$$\overline{AF} = l_3$$

$$\overline{FE} = l_3$$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $0 \leq \varphi < 2\pi$ e la relativa stabilità,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera A nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento d'inerzia del telaio rispetto alla diagonale AC .

COGNOME e NOME

N. Matricola

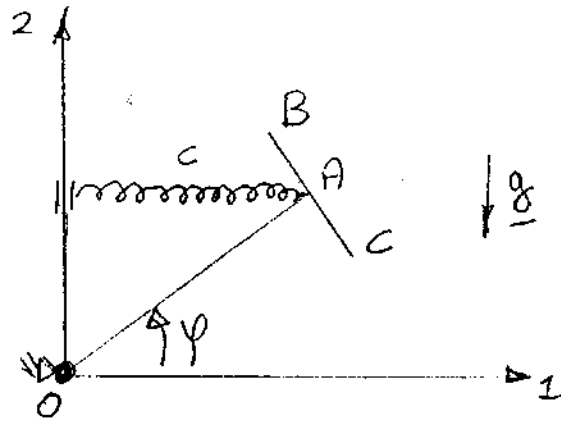
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9cfu

13 settembre 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data un'asta a T omogenea $OABC$, con $\overline{OA} = L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio ,
- 2) la loro stabilità,
- 3) il momento d'inerzia dell'asta $OABC$ rispetto alla retta per O ortogonale al piano.

Parte II

- 4) l'equazione di moto ,
- 5) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = -\pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 6) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/2$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

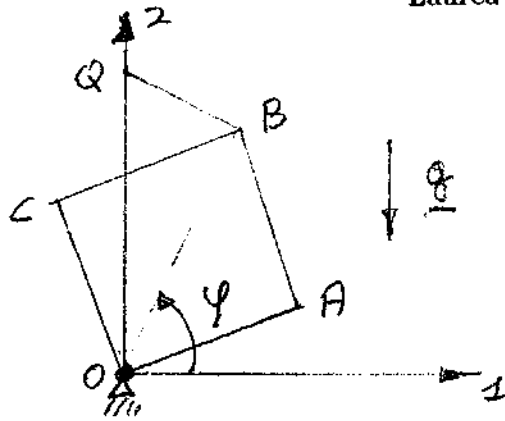
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9cfu

7 giugno 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data una lamina quadrata omogenea, di lato L e massa M , vincolata in un piano **verticale** come in figura, cerniera fissa in O e fune tra B e Q , con $\overline{OQ} = 2L$, vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso e alla tensione della fune in B .

Determinare:

Parte I

- 1) la tensione della fune $F = \tau(\underline{x}_Q - \underline{x}_B)$ nella configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/3$,
- 2) le reazioni vincolari della cerniera O nella configurazione di equilibrio precedente,
- 3) il momento d'inerzia della lamina rispetto alla retta per O ortogonale al piano.

Parte II

Se si taglia la fune la lamina cade, si chiede:

- 4) l'equazione di moto,
- 5) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = \pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 6) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3, \dot{\varphi}_0 = 0$.

COGNOME e NOME

N. Matricola

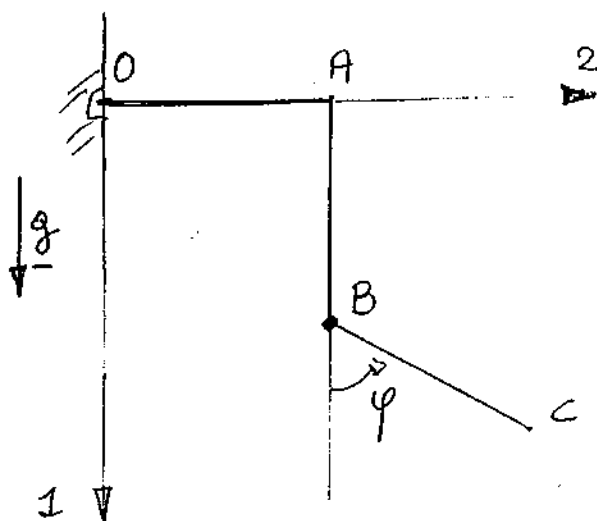
Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

Compito di Meccanica Razionale, 9cfu

15 febbraio 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da una asta a L, OAB , e un'asta BC , omogenei, vincolata in un piano verticale come in figura, incastro in O e cerniera interna in B , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso.

$$\overline{OA} = 2l$$

$$\overline{AB} = l$$

$$\overline{BC} = 2l$$

$$\text{densità} = m/l$$

Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio con $0 \leq \varphi < 2\pi$ e la relativa stabilità,
- 2) le reazioni vincolari dell'incastro O , risultante e momento, nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento deviatore dell'asta a L rispetto agli assi 1 e 2 per O ,
- 4) **Facoltativo** lo sforzo di taglio T nella porzione OA dell'asta ad L, in funzione della distanza da O , nelle configurazioni di equilibrio trovate,

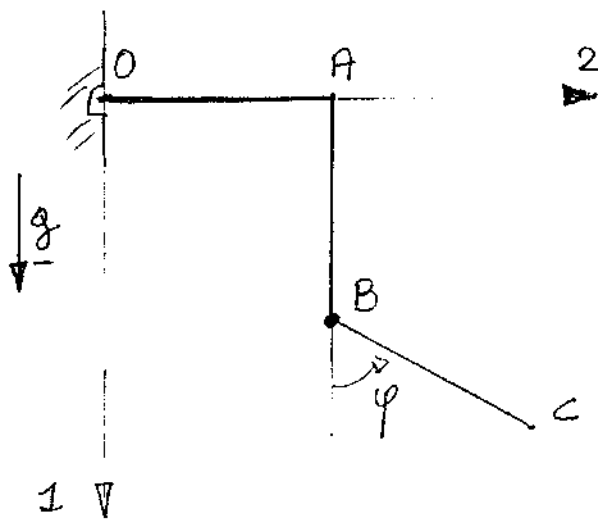
Parte II

- 5) l'equazione di moto,
- 6) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = 0$ e la sua soluzione generale,
- 7) la reazione vincolare, solo la risultante, dell'incastro in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$.
- 8) **Facoltativo** Il momento dell'incastro in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$.

Compito di Meccanica Razionale, 9cfu

1 febbraio 2010

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da una asta a L, OAB , e un'asta BC , omogenei, vincolata in un piano verticale come in figura, incastro in O e cerniera interna in B , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso.

$$\overline{OA} = l$$

$$\overline{AB} = l$$

$$\overline{BC} = l$$

$$\text{densità} = m/l$$

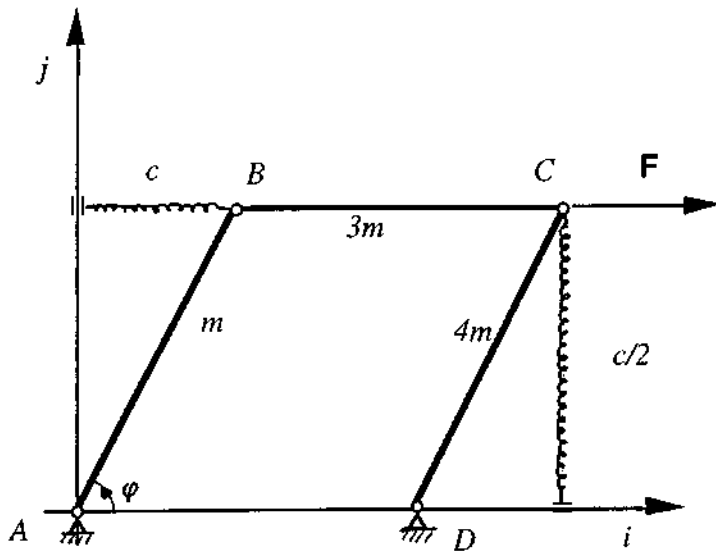
Determinare:

Parte I

- 1) le configurazioni di equilibrio con $0 \leq \varphi < 2\pi$ e la relativa stabilità,
- 2) le reazioni vincolari dell'incastro O , risultante e momento, nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) il momento deviatore dell'asta a L rispetto agli assi 1 e 2 per O ,
- 4) **Facoltativo** lo sforzo di taglio T nella porzione OA dell'asta ad L, in funzione della distanza da O , nelle configurazioni di equilibrio trovate,

Parte II

- 5) l'equazione di moto,
- 6) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = 0$ e la sua soluzione generale,
- 7) la reazione vincolare, solo la risultante, dell'incastro in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$.
- 8) **Facoltativo** Il momento dell'incastro in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste di uguale lunghezza l , poste nel piano orizzontale e vincolate con vincoli lisci. Essa è soggetta alla sollecitazione di una molla in B e di una in C e di una forza costante F in C .

I

- 1) Determinare la forza F in modo tale che la configurazione $\varphi = \pi/3$ sia di equilibrio stabile;
- 2) calcolare le reazioni vincolari in D nella configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/3$,
- 3) calcolare gli sforzi interni nell' asta BC nella configurazione di equilibrio $\varphi = \pi/3$.

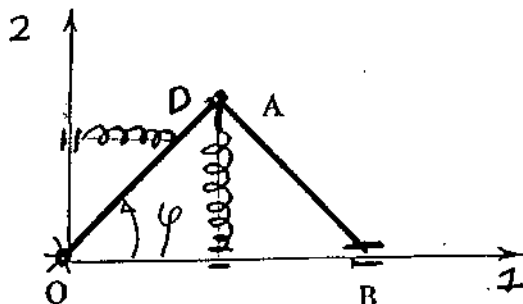
II

- 4) Scrivere l' equazione differenziale di moto del sistema;
- 5) scrivere l'integrale dell'energia;
- 6) calcolare le reazioni vincolari in D , durante il moto, in funzione di φ .

II Provetta di Meccanica Razionale

11 dicembre 2009

Laurea Triennale in Ing.Civile (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da due aste omogenee, entrambe di lunghezza L , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e pattino in B , vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in A e D .

massa dell' asta $OA = m$

massa dell' asta $AB = m$ **3**

costante elastica della molla in $A = c$ **3**

costante elastica della molla in $D = c$ **2**

$\overline{OD} = L$ **2/3**

Determinare:

- 1) l'equazione di moto ,
- 2) l'equazione di moto linearizzata vicino alla soluzione di equilibrio $\varphi = \pi/2$ e la sua soluzione generale,
- 3) la reazione vincolare del pattino in B durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$.
- 4) **Facoltativo** La reazione vincolare orizzontale della cerniera O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali generiche $\varphi_0, \dot{\varphi}_0$

COGNOME e NOME

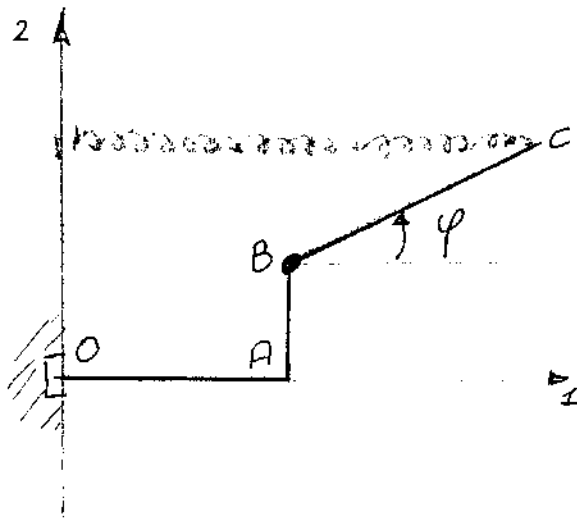
N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in Ingegneria

30 ottobre 2009

Laurea Triennale (M. Ughi)



È data la struttura articolata di figura, costituita da una asta a L, OAB , e un'asta BC , omogenei, vincolata in un piano orizzontale come in figura, incastro in O e cerniera interna in B , vincoli lisci. La struttura è soggetta ad una forza elastica in C .

$$\overline{OA} = l_3$$

$$\overline{AB} = l_4$$

$$\overline{BC} = l_2$$

costante elastica della molla c

densità $= m/l$

Determinare:

- 1) le configurazioni di equilibrio con $0 \leq \varphi < 2\pi$ e la relativa stabilità,
- 2) le reazioni vincolari dell'incastro O nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 3) lo sforzo normale N nella porzione OA dell'asta ad L, in funzione della distanza da O , nelle configurazioni di equilibrio trovate,
- 4) il momento deviatore dell'asta a L rispetto agli assi 1 e 2 per O .

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

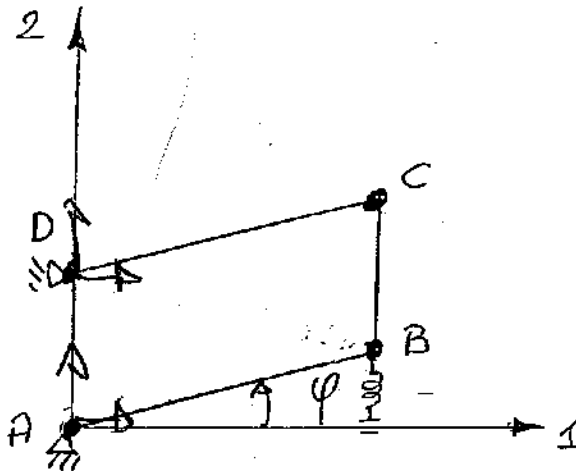
Laurea in Ingegneria

Compito di Fisica Matematica

17 settembre 2012

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a una forza elastica in B di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 3l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

massa di $AB = 2m$

massa di $BC = m$

massa di $CD = 3m$

Determinare:

- 1) l'equazione di moto,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/6$, $\dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la componente secondo l'asse 1 della reazione vincolare in A durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/6$, $\dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 5ml^2 [\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\psi}^2]$$

$$V = \frac{3cl^2}{2} [(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2(\cos\varphi + 3\cos\psi)]$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0, \psi = 0$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori
- 6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per $t = 0$:

$$\varphi = -\pi/3, \dot{\varphi} = 0, \psi = 0, \dot{\psi} = 0$$

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

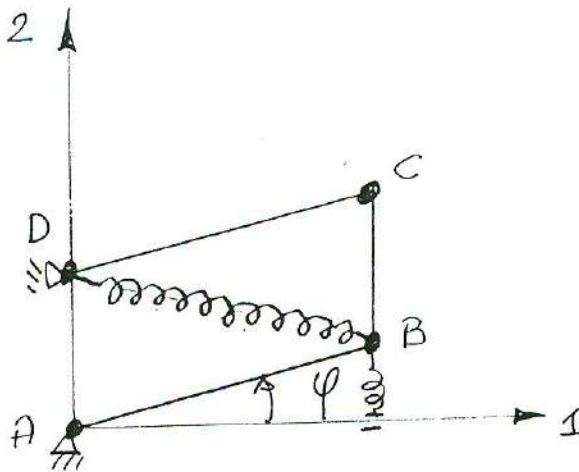
Laurea in Ingegneria

Compito di Fisica Matematica

14/9/2011

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È data la struttura articolata di figura, costituita da tre aste, ciascuna omogenea, vincolata in un piano orizzontale, vincoli lisci. La struttura è soggetta a due forze elastiche in B entrambe di costante elastica c .

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2l$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} = l$$

massa di $AB = m$

massa di $BC = 2m$

massa di $CD = m$

Determinare:

- 1) l'equazione di moto ,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = 0, \dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la componente secondo l'asse 1 della reazione vincolare in A durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = 0, \dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 5ml^2 [\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}^2]$$

$$V = \frac{cl^2}{2} [(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2(\cos\varphi + \cos\psi)]$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0, \psi = 0$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori
- 6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per $t = 0$:

$$\varphi = -\pi/2, \dot{\varphi} = 0, \psi = 0, \dot{\psi} = 0$$

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

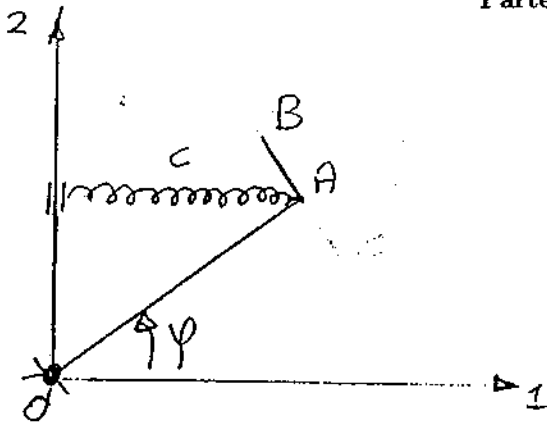
Laurea in Ingegneria

Compito di Fisica Matematica

6 giugno 2011

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È data un'asta a L omogenea OAB , con $\overline{OA} = L$, $\overline{AB} = L/2$ e massa totale M , vincolata in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci.

Determinare:

- 1) l'equazione di moto ,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo doppio pendolo) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} ml^2 [(5 + \cos\psi)\dot{\varphi}^2 + 4\dot{\psi}^2 + (2 + \cos\psi)\dot{\varphi}\dot{\psi}]$$

$$V = mgl(-\cos(\varphi + \psi) - 2\cos\psi + 5(\sin\psi)^2)$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0$, $\psi = 0$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori
- 6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per $t = 0$:

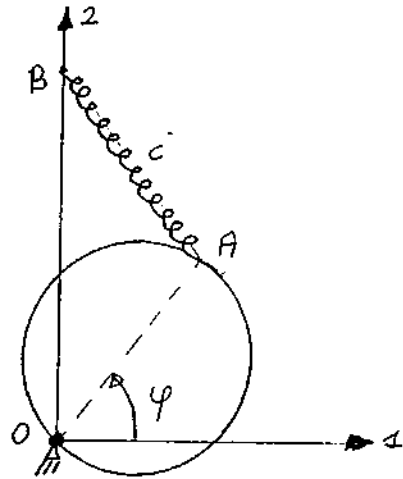
$$\varphi = \pi/2, \dot{\varphi} = 0, \psi = \pi, \dot{\psi} = 0$$

Compito di Fisica Matematica

15 febbraio 2011

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano orizzontale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 4R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) l'equazione di moto ,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} m l^2 [\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\psi}^2]$$

$$V = \frac{c l^2}{2} [(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2\cos\varphi + 3\cos\psi]$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0$, $\psi = 0$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori

6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per
 $t = 0$:

$$\varphi = -\pi/2, \dot{\varphi} = 0, \psi = 0, \dot{\psi} = 0$$

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

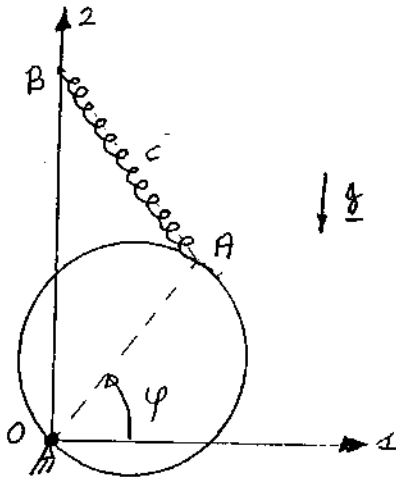
Laurea in Ingegneria

Compito di Fisica Matematica

31 gennaio 2011

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È dato un disco omogeneo di raggio R e massa M , vincolato in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A di costante c , $\overline{OA} = 2R$, $\overline{OB} = 3R$, vincoli lisci. Il disco è soggetto al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) l'equazione di moto ,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} 3ml^2 [\dot{\varphi}^2 + 5\dot{\psi}^2]$$

$$V = \frac{cl^2}{2} [(\sin\varphi - \sin\psi)^2 - 2(\cos\varphi + 3\cos\psi)]$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0$, $\psi = 0$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori

- 6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per $t = 0$:

$$\varphi = -\pi/2, \dot{\varphi} = 0, \psi = 0, \dot{\psi} = 0$$

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

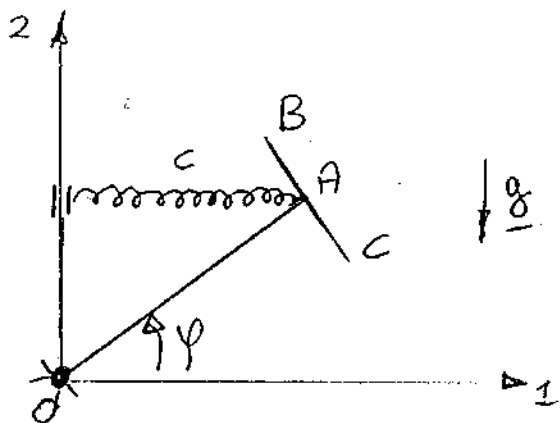
Laurea in Ingegneria

Compito di Fisica Matematica

17 gennaio 2011

Laurea Specialistica (M. Ughi)

Parte I



È data un'asta a T omogenea $OABC$, con $\overline{OA} = 3L$, $\overline{BC} = L$ e massa totale M , vincolata in un piano verticale come in figura, cerniera fissa in O e forza elastica in A , vincoli lisci. La struttura è soggetta al proprio peso e alla forza elastica in A .

Determinare:

- 1) l'equazione di moto,
- 2) l'equazione della conservazione dell'energia meccanica con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$
- 3) la reazione vincolare in O durante il moto in funzione di φ con condizioni iniziali $\varphi_0 = \pi/3$, $\dot{\varphi}_0 = 0$

Parte II

È dato un sistema meccanico a due gradi di libertà (tipo doppio pendolo) per cui l'energia cinetica K e l'energia potenziale V sono date da :

$$K = \frac{1}{2} m l^2 [(2 + \cos\psi)\dot{\varphi}^2 + 3\dot{\psi}^2 + (2 + \cos\psi)\dot{\varphi}\dot{\psi}]$$

$$V = mgl(-\cos(\varphi + \psi) - 2\cos\psi + 5(\sin\psi)^2)$$

Si chiede di :

- 4) linearizzare il sistema vicino alla condizione di equilibrio $\varphi = 0$, $\psi = \pi$
- 5) determinare a priori se entrambi i modi normali sono oscillatori e calcolare le frequenze e gli autovettori

- 6) calcolare la soluzione del problema linearizzato con condizioni iniziali per
 $t = 0$:

$$\varphi = \pi/2, \dot{\varphi} = 0, \psi = \pi, \dot{\psi} = 0$$

COGNOME e NOME

N. Matricola

Anno di Corso

Laurea in Ingegneria
