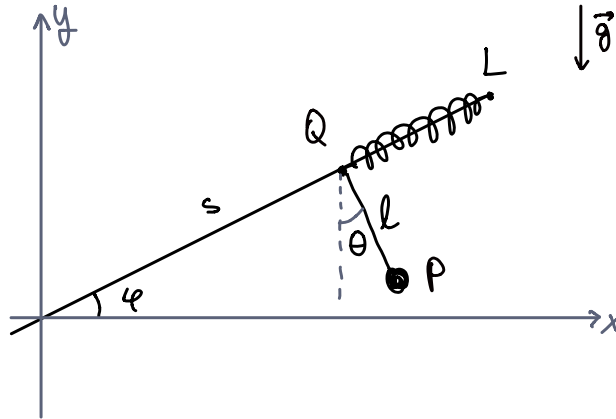


Esercizio



Un punto materiale P di massa m è vincolato a distanza fissa ℓ da un punto Q . Il punto Q è vincolato a giacere su un piano inclinato come in figura ed è connesso con una molla di costante elastica k a un punto L sul piano inclinato a distanza d dall'origine. Sul sistema agisce la forza di gravità. Si prendano come coordinate libere la distanza s di Q dall'origine degli assi, e l'angolo θ del pendolo.

1. Si trovi la Lagrangiana L del sistema in funzione delle coordinate libere s, θ e si scriva la matrice cinetica [2pt].
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
3. Si trovino i punti di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità [1pt].
4. Si descrivano i passaggi per linearizzare un sistema Lagrangiano con *generica* Lagrangiana del tipo $L = T - V$, con T e V indipendenti dal tempo. Si descriva in che situazioni la descrizione linearizzata è una buona approssimazione [2pt].
5. Si linearizzi la Lagrangiana attorno al punto di equilibrio stabile e si trovino le frequenze delle piccole oscillazioni [2pt].
6. Si prenda $\varphi = \frac{\pi}{3}$ e $k = \frac{mg}{\ell}$. Si scrivano le soluzioni delle equazioni di Lagrange linearizzate [1pt].
7. Si prenda $\varphi = \frac{\pi}{2}$: si scrivano le frequenze delle piccole oscillazioni per tale valore di φ e si spieghi perchè è un risultato atteso fisicamente [1pt].

[Lo scritto viene superato con un punteggio di almeno $\frac{6}{10}$.]