Esame di Statistica del 10 gennaio 2017

Tempo a disposizione 2h.

Le domande vero/falso valgono 1.5 punti, risposte errate nelle domande vero/falso pesano in negativo sulla valutazione. Risposte errate alle altre domande di questa pagina non pesano in negativo.

Il testo deve essere consegnato (con nome e cognome) per consentire la correzione.

Nome e cognome	Matricola	1
----------------	-----------	---

- V F Se $A \subset B$ e $P(B) \neq 0$ è sempre vero che $P(A|B) = P(A)/P(B)$
- V F La media può essere calcolata per qualunque tipo di variabile
- V F Un campione costruito selezionando a caso n individui dalla popolazione in modo che ciascuno abbia la stessa probabilità di essere incluso è un campione rappresentativo
- V F La densità di frequenza relativa è sempre minore di uno
- V F La media aritmetica è uno stimatore consistente per la media della popolazione
- V F Effettuando una verifica d'ipotesi con livello di significatività del 5%, la probabilità di trarre una conclusione errata è non superiore a 0.05
- V F La varianza della media campionaria diminuisce all'aumentare della numerosità della popolazione
- V F Data una variabile X si ha $P(X \geq E(X)) = 0.5$
- V F Per disegnare un diagramma a scatola e baffi è necessario conoscere la media
- V F Date due variabili X e Y si ha $E((X - Y)^2) = E(X^2) + E(Y^2) - 2E(XY)$

1 Per stimare la proporzione di abitazioni dotate di connessione internet si intervista un campione casuale di 1500 persone. Di queste, 897 riferiscono che la loro abitazione principale è dotata di connessione.

- (2) Si fornisca la regione di rifiuto al 1% per il sistema d'ipotesi con ipotesi nulla "la proporzione di abitazioni dotate di connessione internet è maggiore o uguale a 0.6" contro l'alternativa per cui la proporzione è minore di 0.6.
- (2) Si fornisca il valore p per il test di significatività di cui sopra dato il campione.

2 Sia X una variabile aleatoria con distribuzione binomiale con dimensione 9 e probabilità 0.9. Si ricavi

- (1) la media di X ;
- (2) la probabilità che X sia non superiore a 3;
- (2) la probabilità che X sia non superiore a 3 sapendo che è maggiore di 0 ($P(X \leq 3 | X > 0)$);

3 Si considerino le osservazioni seguenti: 0; 0; 0.1; 0.1; 0.1; 0.3; 0.7; 0.9; 2.9; 3.7; 4.2.

- (2) Si calcolino la mediana e i quartili;
- (2) Si ottenga la varianza;
- (2) Si rappresentino le osservazioni mediante un diagramma a scatola e baffi;

Fine I parte, II parte sul retro del foglio

Si ricorda che **rispondendo solo alla prima parte il voto massimo è 21** e che i quesiti della seconda parte vengono corretti solo se si è ottenuto almeno 18 nella prima parte.

ATTENZIONE:

per ottenere il massimo dei voti, è sufficiente svolgere due dei tre esercizi in questa pagina. Risposte errate possono pesare in negativo.

4 Sia X una variabile aleatoria con distribuzione normale con media 0 e varianza unitaria. Si definisca la variabile

$$Y = \begin{cases} -2 & \text{se } X < -1.5 \\ -1 & \text{se } -1.5 \leq X < -0.5 \\ 0 & \text{se } -0.5 \leq X < 0.5 \\ 1 & \text{se } 0.5 \leq X < 1.5 \\ 2 & \text{se } 1.5 \leq X \end{cases}$$

- a. Si ricavi la funzione di ripartizione della variabile Y (se ne dia la forma analitica e il disegno).
Sia poi Z una variabile binomiale con dimensione $n = 3$ e probabilità 0.9
- b. Si ottenga $P(Y > 0 \cap Z = 2)$
- c. Si ottenga $E(YZ)$
- d. Si ottenga $V(Y + Z)$

5 Si dimostri, nel caso di due variabili aleatorie X e Y con un numero finito di possibili determinazioni, che $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$.

6 Si consideri un campione $X_1, \dots, X_n$ IID dalla funzione di densità

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$$

per $x > 0, \alpha > 0, \beta > 0$ ($\Gamma()$ è una funzione nota).

- a. Assumendo $\alpha = 2$ (e quindi $\Gamma(2) = 1$), si ottenga lo stimatore di massima verosimiglianza di β .
- b. Sapendo che la media di X_i è α/β , si ricavi, sempre assumendo $\alpha = 2$, lo stimatore di β basato sul metodo dei momenti.