

Indice

1	Introduzione	1
2	Calcolo Vettoriale	3
2.1	Richiami di algebra vettoriale	3
2.2	Spazio affine euclideo \mathcal{E}_3	11
2.2.1	Applicazioni affini in \mathcal{E}_3	12
2.3	Riferimento cartesiano in \mathcal{E}_3	13
2.4	Riferimento polare in \mathcal{E}_2	15
2.5	Riferimento cilindrico in \mathcal{E}_3	17
2.6	Riferimento sferico in \mathcal{E}_3	19
2.7	Momenti di vettori applicati	23
2.8	Soluzione dell'Es. 2.2.2	26
3	Vincoli e gradi di libertà di un sistema meccanico	29
3.1	Spazio delle configurazioni	29
3.2	Vincoli e loro classificazione	30
3.3	Gradi di libertà di un rigido	33
3.4	Grado di un vincolo	38
3.5	Sovrapposizione di più vincoli	45
3.6	Modelli articolati	53
4	Cinematica dei Rigidi	55
4.1	Cenni di Cinematica dei Modelli Continui	55
4.2	Moti rigidi	57
4.2.1	Esempi di Moto rigido	60
4.3	Angoli di Eulero	71
4.4	Angoli nautici (di Blagoveščenskij)	76
4.5	Moto rigido generale	78
4.5.1	Teorema di Poisson	79
4.6	Applicazioni del teorema di Poisson	81
4.6.1	Campo di velocità di un rigido	82
4.6.2	Campo delle accelerazioni di un rigido	86
4.7	Cinematica Relativa	86
4.7.1	Formula di derivazione cinematica	87
4.7.2	Composizione delle velocità	88

4.7.3	Composizione delle accelerazioni	90
4.7.4	Composizione delle velocità angolari	92
4.8	Moto di precessione	93
4.9	Moto rigido piano	97
4.9.1	Accelerazioni del moto piano	105
4.9.2	Disco appoggiato su di una guida rettilinea	105
4.9.3	Vincolo di puro rotolamento	108
4.10	Disco appoggiato su un piano	113
4.10.1	Puro rotolamento	116
4.11	Classificazione dei moti rigidi	118
4.12	Soluzione degli esercizi	119
5	Principio dei lavori virtuali	123
5.1	Moti possibili e moti virtuali	123
5.2	Spostamenti possibili e virtuali	124
5.3	Vincoli unilateri e spostamenti virtuali irreversibili	126
5.4	Campo degli spostamenti virtuali di un rigido	127
5.5	Gradi di mobilità di un modello meccanico	127
5.6	Vincoli piani	129
5.7	Vincoli nello spazio	131
5.8	Lavoro virtuale	133
5.8.1	Lavoro virtuale su un rigido	135
5.9	Equilibrio dei sistemi materiali	135
5.10	Principio dei lavori virtuali	136
5.11	PLV per un sistema olonomo	143
5.12	Soluzioni degli esercizi	151
6	Sollecitazioni conservative	155
6.1	Richiami sui campi di forze conservative	155
6.2	Sollecitazione conservativa	158
6.3	Energia potenziale di una molla	162
6.3.1	Molle lineari interne	162
6.3.2	Molle lineari esterne	162
6.3.3	Molle Angolari	164
6.4	Energia potenziale ed equilibri	165
6.5	Criterio statico di stabilità	166
6.6	Soluzione degli esercizi	175
7	Forze applicate su un rigido	179
7.1	Insiemi di forze equivalenti su un rigido	179
7.2	Insiemi elementari di forze su un rigido	180
7.2.1	Singola forza	180
7.2.2	Coppia	181
7.2.3	Torsore	181
7.2.4	Insieme nullo o equilibrato	182
7.3	Caso generale	182
7.4	Insiemi di forze a risultante equivalente	184

7.4.1	Forze complanari.	184
7.4.2	Forze concorrenti	185
7.4.3	Forze parallele	186
7.5	Proprietà del centro G delle forze parallele	188
8	Equazioni cardinali della statica	197
8.1	Classificazione delle sollecitazioni	197
8.2	Sollecitazioni interne	199
8.2.1	Sollecitazione interne in un rigido	199
8.3	Equazioni cardinali della statica dei sistemi	200
8.4	Sollecitazione reattiva su un rigido	202
8.4.1	Vincoli piani non dissipativi	203
8.4.2	Vincoli spaziali non dissipativi	207
8.5	Problemi della statica dei modelli	209
9	Sollecitazioni interne in un rigido in equilibrio	217
9.1	Azioni interne in un rigido 3D in equilibrio	217
9.2	Azioni interne in un rigido 2D in equilibrio	219
9.3	Azioni interne in rigido 1D in equilibrio	221
9.4	Azioni interne in archi e aste “scariche” in equilibrio	222
9.5	Osservazioni sui fili	223
9.6	Calcolo di azioni interne in un rigido monodimensionale	224
9.6.1	Approfondimento: diagrammi delle azioni interne	226
10	Modelli articolati	229
10.1	Biella-manovella	229
10.2	Arco a 3 cerniere	233
10.3	Esempio di problema inverso	237
10.3.1	Equazioni Cardinali della Statica	237
10.3.2	Equazione pura di equilibrio	241
10.4	Soluzione del Quiz 7.1	242
11	Equazioni Cardinali della Dinamica	243
11.1	Principio di D'Alembert	243
11.1.1	I Equazione Cardinale della Dinamica	243
11.1.2	II Equazione Cardinale della Dinamica	244
11.2	Equazione dell'energia cinetica	245
11.3	Statica e Dinamica relativa del punto materiale	246
11.4	Statica e Dinamica relativa dei modelli meccanici	250
12	Operatore d'inerzia per un Rigido	259
12.1	Momento angolare per i rigidi	259
12.2	Energia cinetica di un rigido	261
12.3	Operatore d'inerzia per un rigido	261
12.4	Matrice d'inerzia nel caso piano	264
12.5	Ellissoide d'inerzia	265
12.6	Assi principali d'inerzia	269

12.7	Variazione con il polo dell'operatore d'inerzia	277
12.8	Assi principali d'inerzia centrali	279
13	Statica e Dinamica dei Rigidi	283
13.1	Equazioni Cardinali della Statica per un Rigido	283
13.2	Equazioni Cardinali della Dinamica per un Rigido	285
13.3	Moto rigido piano	287
13.4	Rigido con asse fisso	288
13.5	Moti particolari di un rotore	293
13.6	Rigido con punto fisso	296
13.6.1	Moto per inerzia	299
13.6.2	Effetti giroscopici elementari	305
13.6.3	Tendenza al parallelismo	307
13.6.4	Tenacia dell'asse giroscopico	307
13.7	Disco appoggiato su una guida fissa	308
14	Equazioni di Lagrange	319
14.1	Equazioni di Lagrange non conservative	319
14.2	Equazioni di Lagrange conservative	322
14.3	Equazioni di Lagrange in forma mista	322
14.4	Struttura dell'energia cinetica di un sistema olonomo	326
14.5	Struttura delle equazioni di Lagrange	329
14.6	Integrali primi per i sistemi olonomi	331
14.7	Macchine semplici	333
15	Linearizzazione delle equazioni di Lagrange	335
15.1	Modelli con un grado di libertà	335
15.2	Modelli con l gradi di libertà	339
15.3	Sistemi di eq. di Lagrange lineari	342
15.3.1	Modelli lineari con l gradi di libertà	344
15.4	Costruzione delle coordinate normali	351
16	Bibliografia	359