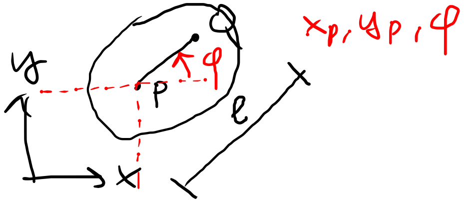
ROTOTRASLAZIONI <u>RIGIDE</u> NEL PIANO

24/3/22

Ci occupiamo di ROTOTRASLAZIONI INFINITESIME NEL PIANO



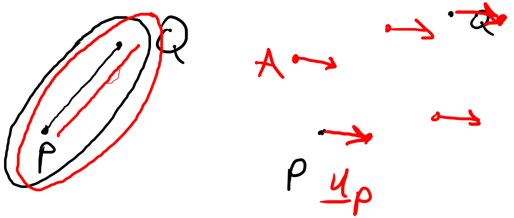
→ STUDIAMO SPOSTAMENTI IL CUI MODULO È $\ll \ell$

QUESTI SPOST. SI DIVIDONO IN 2 CATEGORIE:

ℓ: lunghezza caratteristica del corpo.

1) TRASLAZIONI

$|\underline{u}_P| \ll \ell$

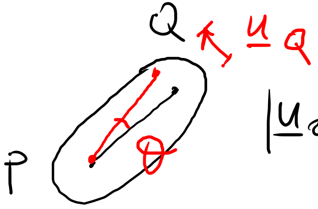


$\underline{u}_Q = \underline{u}_P$

$\underline{u}_A = \underline{u}_P, \forall A$

2) ROTAZIONI

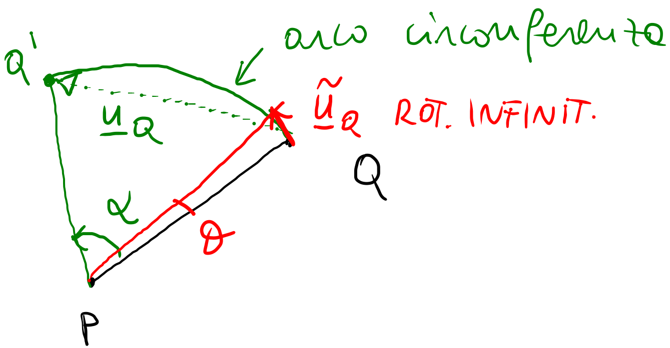
$\underline{u}_P = \underline{0}$



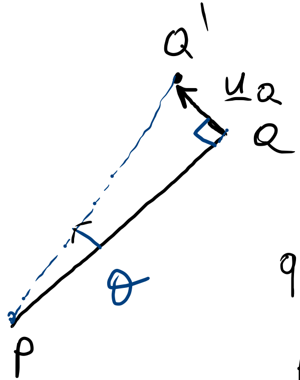
$|\underline{u}_Q| \ll \ell$; $\vartheta \ll 1$, ϑ IN RADIANTI.

P: PUNTO FISSO, CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE

... SULLA ROTAZIONE INFINITESIMA



α : ROT. FINITA



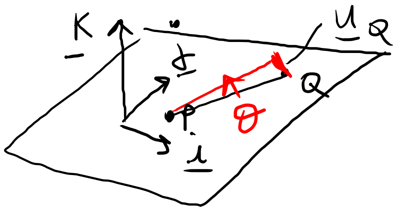
θ : ROT. INFINIT.

$\underline{u}_Q \perp PQ$ quando $\theta \ll 1$

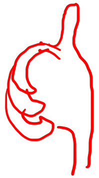
$$\boxed{|\underline{u}_Q| \simeq |PQ|\,\theta}$$

questo se $\theta \simeq \sin\theta \simeq \operatorname{tg}\theta \ll 1$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{|\underline{u}_Q|}{|PQ|} \simeq \theta$$



$\underline{\omega} = \vartheta\,\underline{K}$

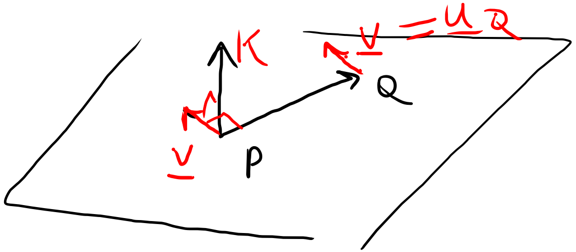


$|\underline{u}_Q| = |PQ|\,\vartheta$

$\underline{K} \perp PQ$

($\underline{\omega}$) $\underline{K}$ e PQ INDIVIDUANO UN ANGOLO COMPRESO DI $\pi/2$

$$\underline{\omega} \times PQ = \underline{v} \rightarrow |\underline{v}| = |\underline{\omega}|\,|PQ|\,\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1} = \vartheta\,|PQ|$$



$\underline{v} \perp \underline{\omega}, \quad \underline{v} \perp PQ$

$$\boxed{\underline{\omega} \times PQ = \underline{u}_Q}$$

IN CONCLUSIONE, UNA ROTOTRASLAZIONE INFINITESIMA SI PUÒ RAPPRESENTARE IN GENERALE CON LA RELAZIONE

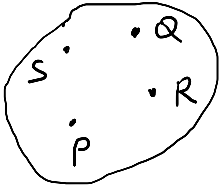
$$\underline{u}_Q = \underbrace{\underline{u}_P}_{\text{TRASLAZ.}} + \underbrace{\underline{\omega} \times PQ}_{\text{ROTAZIONE}}$$

1) TRASLAZ. $\underline{u}_Q = \underline{u}_P$

2) ROT. $\underline{u}_Q = \underline{\omega} \times PQ$

OSSERVAZ. SULLA LEGGE GENERALE $\underline{u}_Q = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PQ$ $\quad (\underline{\omega} = \theta \underline{k})$

DATI DEL PROBLEMA



$\underline{u}_R = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PR$

$\underline{u}_S = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PS$

Q, R, S,: PUNTI GENERICI

Se $\underline{u}_P \equiv \underline{0} \Rightarrow$ P È CENTRO IST. ROTAZIONE $\quad \underline{u}_R = \underline{\omega} \times PR$, $\underline{u}_S = \underline{\omega} \times PS$

Per sottolineare queste propr. $\Rightarrow \underline{u}_Q = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PQ$, $\forall Q \in$ C. RIGIDO

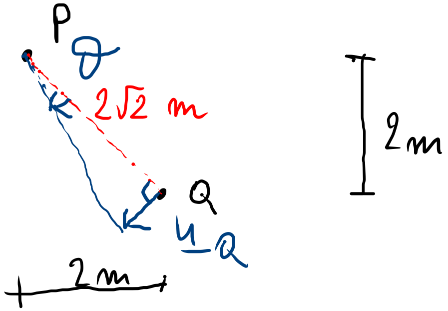
$\theta > 0$ se ANTIORARIO ($\underline{\omega}$ È CONCORDE A $\underline{k}$)

$\theta < 0$ SE ORARIO ($\underline{\omega}$ È DISCORDE RISPETTO A $\underline{k}$)

ES. θ ORARIO $|\theta| = 0{,}01$ RAD. 1m

P È C.I.R.

$\underline{u}_Q$?



$|\underline{u}_Q| = \theta\,|PQ|$

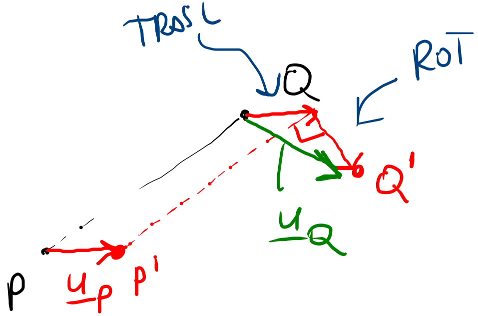
$= 0{,}01 \cdot 2\sqrt{2}$

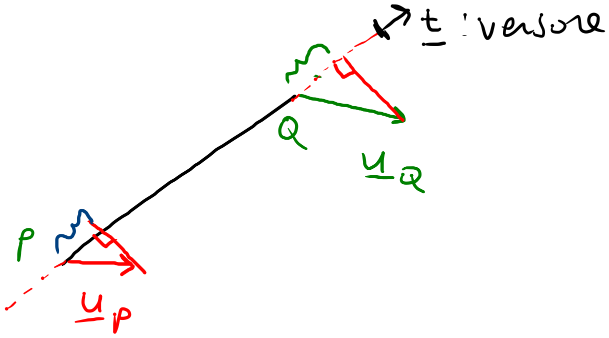
$\simeq 0.0282$ m

ANCORA UNA OSSERVAZIONE

$$\underline{u}_Q = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PQ \qquad (*)$$

P', Q' : POSIZ. DEI PUNTI DOPO LA ROTOTRASL.



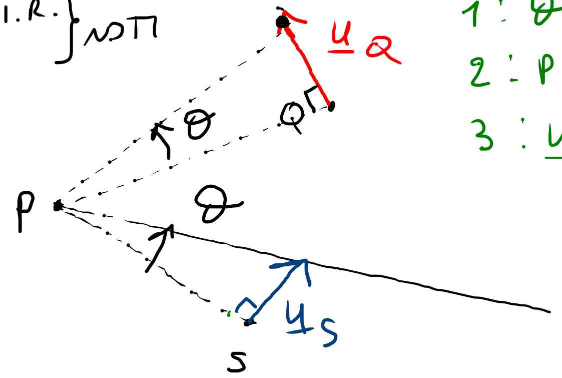


$$\underline{u}_P \cdot \underline{t} = \underline{u}_Q \cdot \underline{t}$$ VALE PER (*)

DUE COSTRUZ. GRAFICHE NOTEVOLI

1) ASSEGNATO IL C.I.R. (CENTRO IST. ROTAZ.) E LO SPOST. DI UN PUNTO, "CALCOLARE" (DISEGNARE) LO SPOST. DI UN PUNTO GENERICO

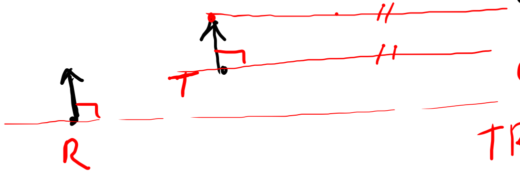
P : C.I.R. } NOTI
$\underline{u}_Q$
$\underline{u}_S$?



1 : θ
2 : PS
3 : $\underline{u}_S$

$$\underline{u}_S = \underline{u}_Q + \underline{\omega} \times QS$$
$$\underline{u}_S = \underline{\omega} \times PS$$

2) ASSEGNATI GLI SPOST. DI DUE PUNTI, DETERMINARE IL C.I.R. (C)

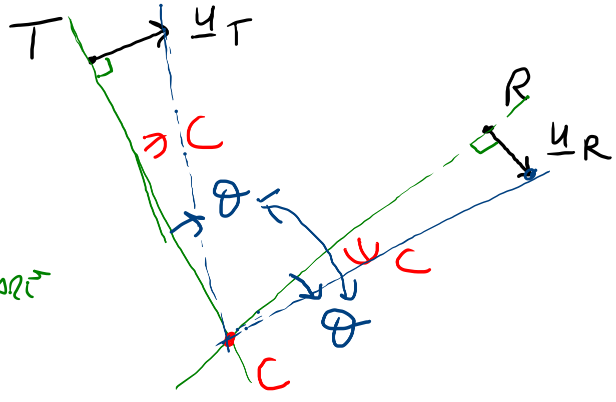


$C \to \infty$

TRASLAZIONE

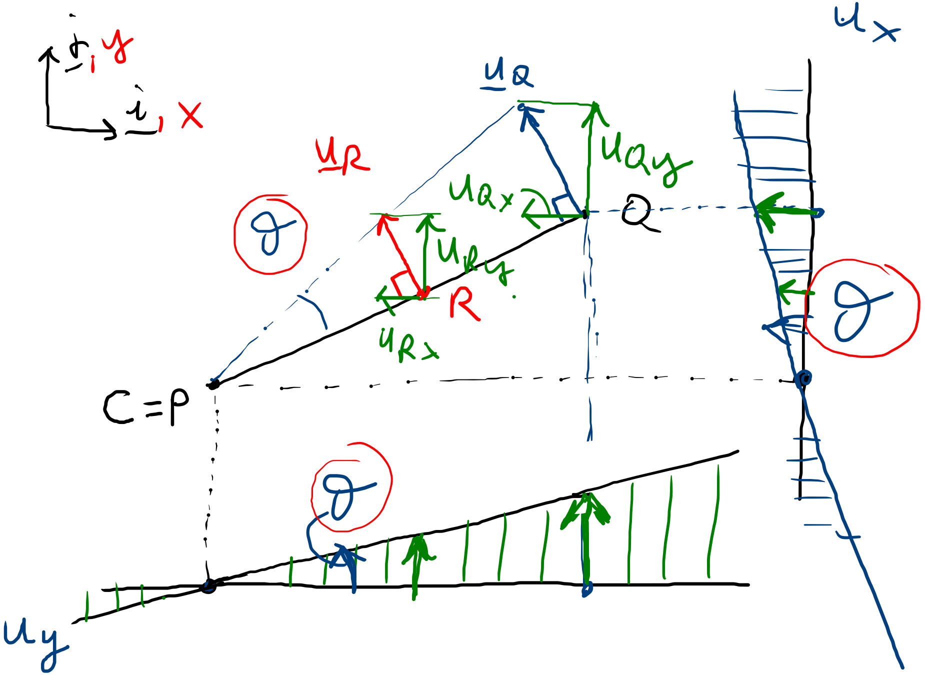
$\theta \to 0$

CASO PARTICOLARE



RAPPR. GRAFICA DELLE COMPONENTI DI SPOST.

$\underline{u}_C = \underline{0}$



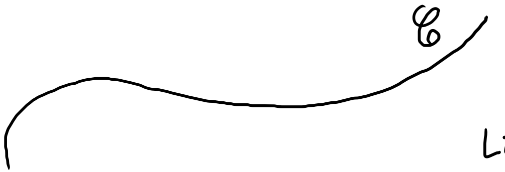
DIAGRAMMI DELLE COMPONENTI DI SPOSTAMENTO

LA TRAVE: DEFINIZIONE

SOLIDO TRIDIMENSIONALE AVENTE 'UNA' DIMENSIONE PREPONDERANTE RISPETTO ALLE ALTRE 'DUE'.

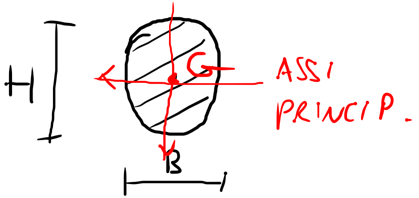
TRAVE = BEAM

Come generare una trave.



CURVA NELLO SPAZIO

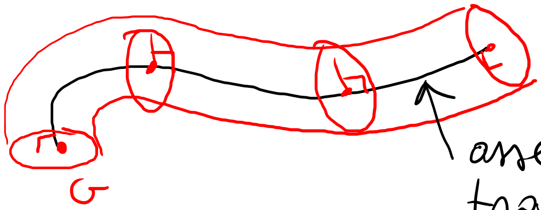
Lunghezza$(\mathcal{C}) = L$



$B, H \ll L$

$\left(B, H \lesssim \frac{L}{10}\right)$

SEZ. TRASVERSALE
(CROSS SECTION)

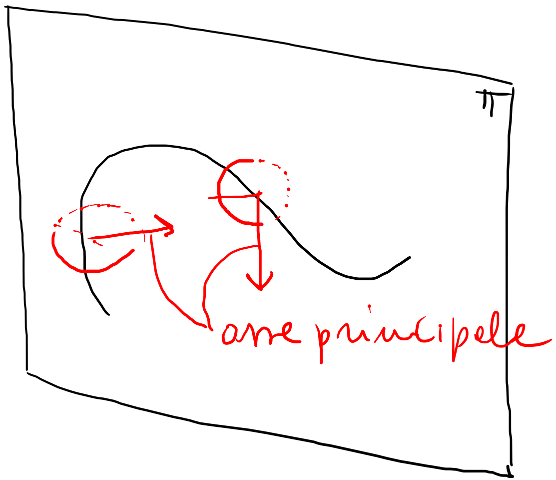


asse della trave.

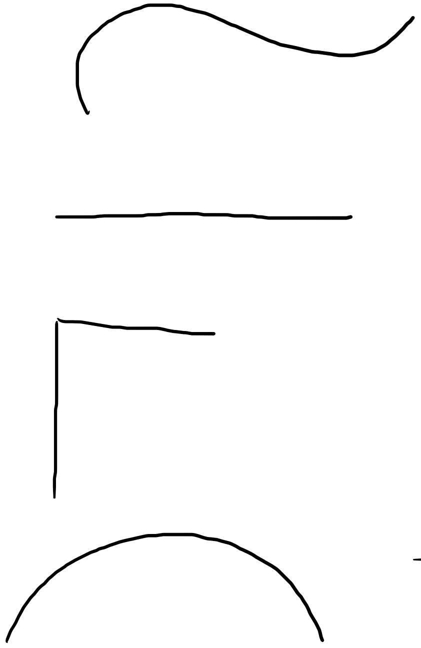
Nello spazio $\Rightarrow$ 6 G.D.L.

Nel piano $\Rightarrow$ 3 G.D.L.

TRAVE PIANA : asse della trave ∈ piano, uno dei 2 assi principali appartiene al piano stesso.



TRAVE PIANA : 3 GDL



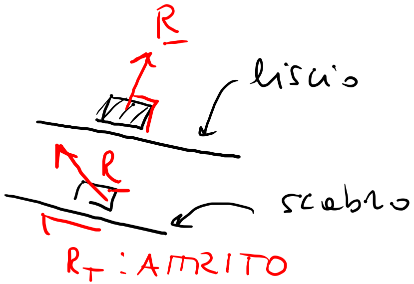
TRAVE AD ASSE RETTILINEO

" " " SPEZZATO (TELAIO)

TRAVE AD ARCO (RAGGIO DI CURVATURA DELL'ASSE)

VINCOLI PER LE TRAVI PIANE

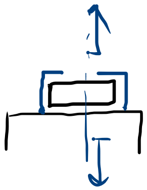
CRITERI PER LA CLASSIFICAZIONE DEI VINCOLI

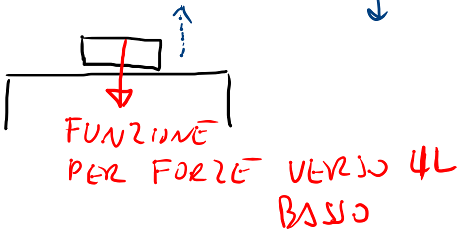


VINCOLI
- LISCI (senza attrito)
- SCABRI (con attrito)

VINCOLI
- PUNTUALI (agiscono in un punto)
- DIFFUSI

VINCOLI
- BILATERI (agiscono nei 2 versi di una direzione)
- MONOLATERI (" solo in un verso)





Introduciamo alcuni utili INDICI

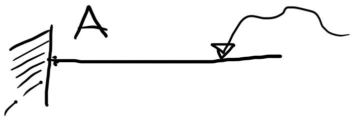
g : N° DI G.D.L. del sistema libero di muoversi

1 solo C.R. $\Rightarrow$ $g=3$; N C.R. $\Rightarrow$ $g=3N$

ν: molteplicità di vincolo: il n° di gdl sottratti dal o dai vincolo/vincoli al sistema.

PRINCIPALI VINCOLI PER LE STRUTTURE PIANE (PRESTAZIONI CINEMATICHE)

VINCOLO TRIPLO ($\nu = 3$): INCASTRO



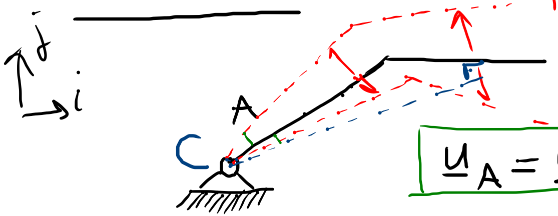
C.R. è BLOCCATO

$\underline{u}_A = \underline{0}$, $\vartheta = 0$ EQ. DI VINCOLO

$g = 3$, $\nu = 3$ $g - \nu = 0$ (N° DI GDL RESIDUI)

VINCOLI DOPPI ($\nu = 2$)

- CERNIERA



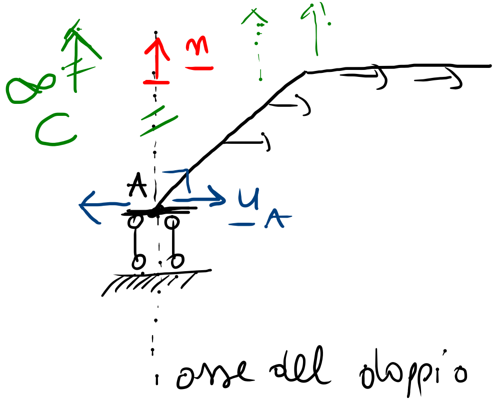
$\underline{u}_A = \underline{0}$

EQ. D'VINCOLO $\begin{cases} u_{Ax} = 0 \\ u_{Ay} = 0 \end{cases}$

$C \equiv A$

$\vartheta \neq 0$

— DOPPIO PENDOLO (PATTINO, SLITTA) ($v=2$)



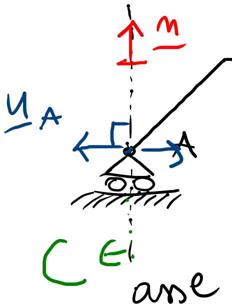
$$\begin{cases} \underline{u}_A \cdot \underline{m} = 0 \\ \theta = 0 \end{cases}$$ EQ DI VINCOLO

C: PUNTO IMPROPRIO DELL'ASSE DEL VINCOLO

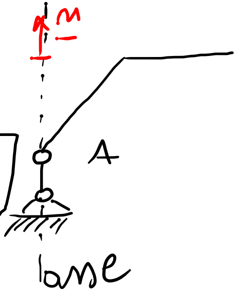
VINCOLI SEMPLICI ($v=1$)

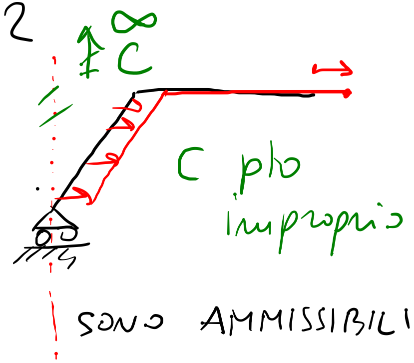
$g - v = 2$

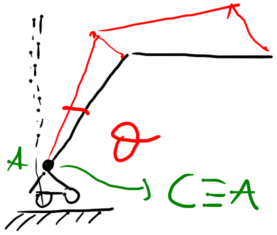
— CARRELLO / PENDOLO (BIELLA)



$$\boxed{\underline{u}_A \cdot \underline{m} = 0}$$

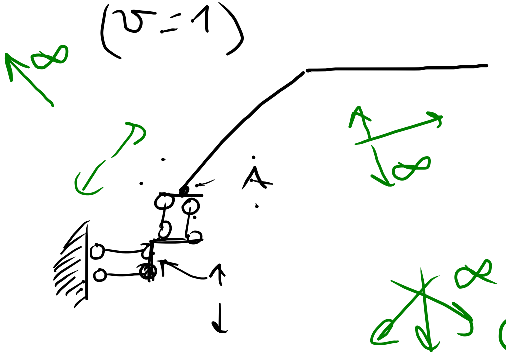






SONO AMMISSIBILI TUTTE LE ROTOTRASLAZ. OTTENUTE DALLA COMBINAZIONE DELLE 2 RAPPRESENTATE SOPRA.

— DOPPIO — DOPPIO PENDOLO $(\theta = 0)$ NO ROTAZ.
$(v = 1)$



$\underline{u}_A$ è LIBERO (TUTTE LE TRASLAZIONI SONO POSSIBILI)

$\boxed{\theta = 0}$ EQ. DI VINCOLO

∞ C ∈ : TUTTI I PUNTI DELLA RETTA IMPROPRIA

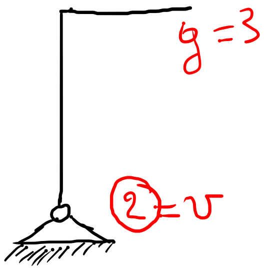
STUDIO DELLA COMBINAZ. DI VINCOLI SU UN C. RIGIDO

$g = 3 \cdot \underset{N=1}{1} = 3$

v : molteplicità di vincolo (sul C. RIGIDO) ; n° di gdl POTENZIALMENTE sottratti al C.R.

γ : n° di gdl EFFETTIVAMENTE sottratti al C.R.

ES.

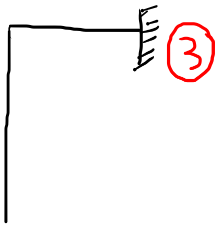


$g=3$

$v=2$

$s=2$

$g-s=1$: LABILE



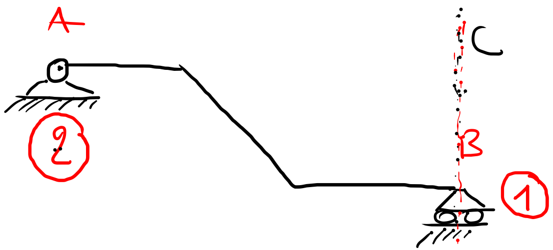
$g=3$

$v=3$

$s=3$

$g-s=0$ LA STRUTTURA È BLOCCATA

$g-s$: n° di gdl residui della struttura



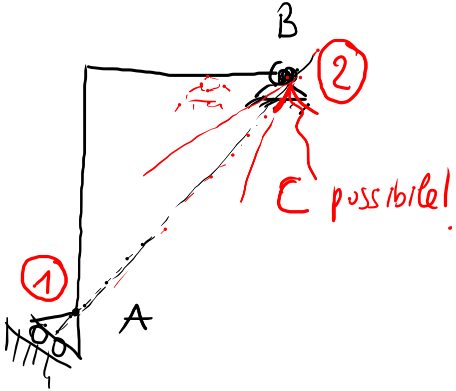
$g=3$

$v=2+1=3$

$s\overset{?}{=}3$

$g-s=0$

IL CENTRO C IPOTETICO NON È COMPATIBILE CON ENTRAMBI I VINCOLI E QUINDI NON ESISTE (VINCOLI DISPOSTI IN MANIERA EFFICACE)



$g=3$

$v=2+1=3$

$s\overset{?}{=}2$

$g-s=1$

$\exists$ C ! I VINCOLI SONO DISPOSTI IN MANIERA NON EFFICACE :

STR. LABILE (MAL DISPOSTI)