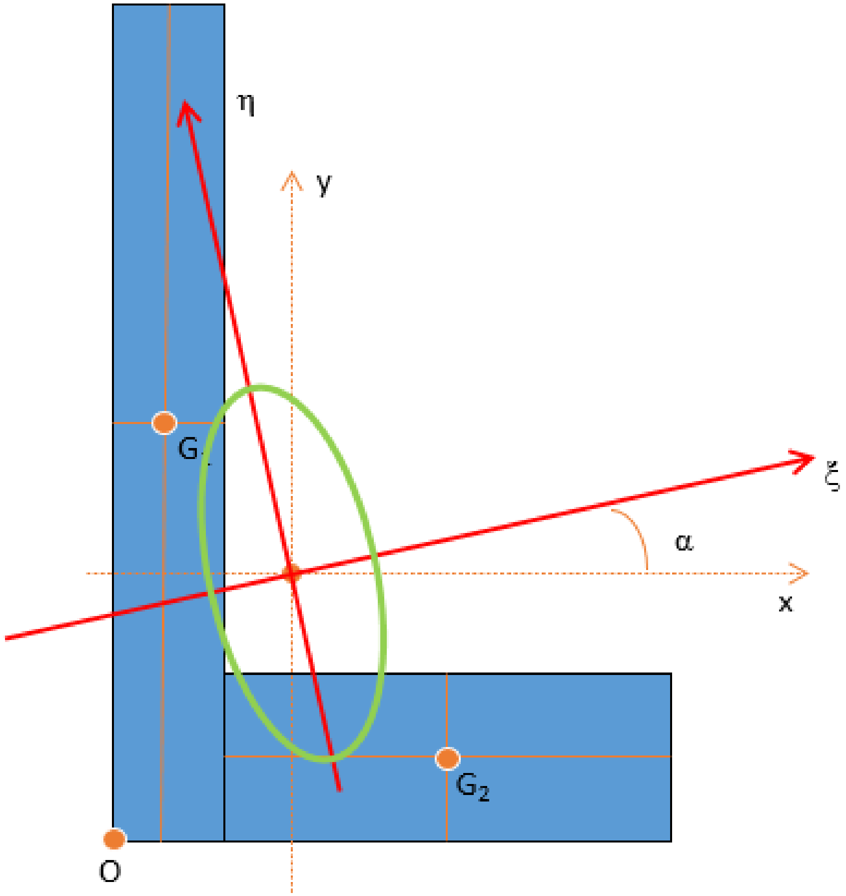
ELLISSE CENTRALE DI INERZIA

NOCCIOLO CENTRALE DI INERZIA

DATI NECESSARI

- Assi principali di inerzia
- Raggi di inerzia
- L'ellisse centrale di inerzia si disegna sul sistema di assi principali, prendendone come riferimento l'origine baricentrica e i raggi di inerzia (semi-diametri)
- Nota l'ellisse centrale, è possibile determinare il nocciolo centrale di inerzia
- …da tracciare una volta definiti i vertici del nocciolo
- …centri relativi delle rette radenti la figura



COSA RAPPRESENTA L'ELLISSE CENTRALE

- È un luogo di punti che rappresenta una delle caratteristiche inerziali della figura oggetto di studio

- Essa viene infatti tracciata una volta noti i raggi di inerzia della figura

- Per elementi strutturali, rappresenta un passaggio necessario alla determinazione del nocciolo centrale di inerzia

- Ha le caratteristiche di:
  - Formarsi con centro nel baricentro G della sezione
  - Avere come semi-diametri i raggi di inerzia della sezione

COSA RAPPRESENTA IL NOCCIOLO CENTRALE

- È definito come luogo dei centri relativi delle rette radenti la figura data (o che non tagliano la figura data)

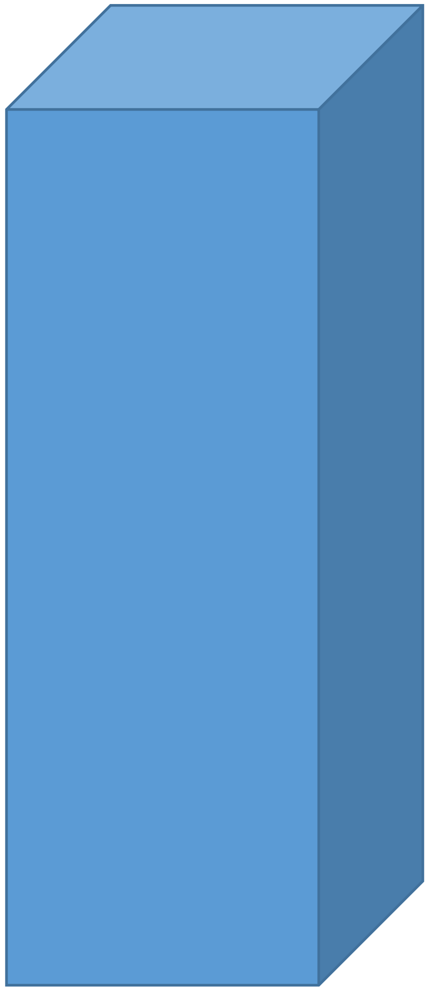
- Il nocciolo centrale di inerzia è il luogo geometrico dei centri di pressione tali per cui l'asse neutro è tangente alla sezione

- Ha le caratteristiche di essere:
  - Una figura sempre convessa
  - Contenere sempre al suo interno il baricentro G
  - Se la figura è simmetrica, il nocciolo presenta gli stessi assi di simmetria
  - …
  - …

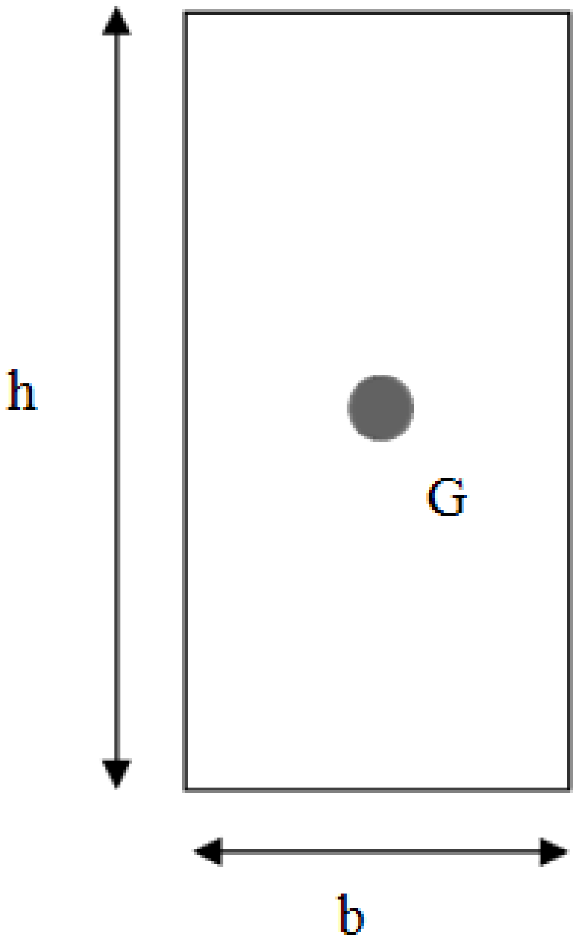
- Per gli elementi strutturali, ha un ruolo fondamentale per determinare se l'elemento sia sollecitato in modo uniforme o omogeneo, o meno

…COSA RAPPRESENTA IL NOCCIOLO CENTRALE

- Per una <u>sezione rettangolare</u>:
    - il nocciolo d'inerzia è un rombo
    - il centro del rombo coincide con il baricentro del rettangolo
    - le diagonali del rombo giacciono sugli assi di simmetria della figura
    - la lunghezza di ciascuna diagonale è pari a un terzo della dimensione del lato parallelo alla diagonale (si parla di terzo medio)



- **ESEMPIO PER SEZIONE RETTANGOLARE:**

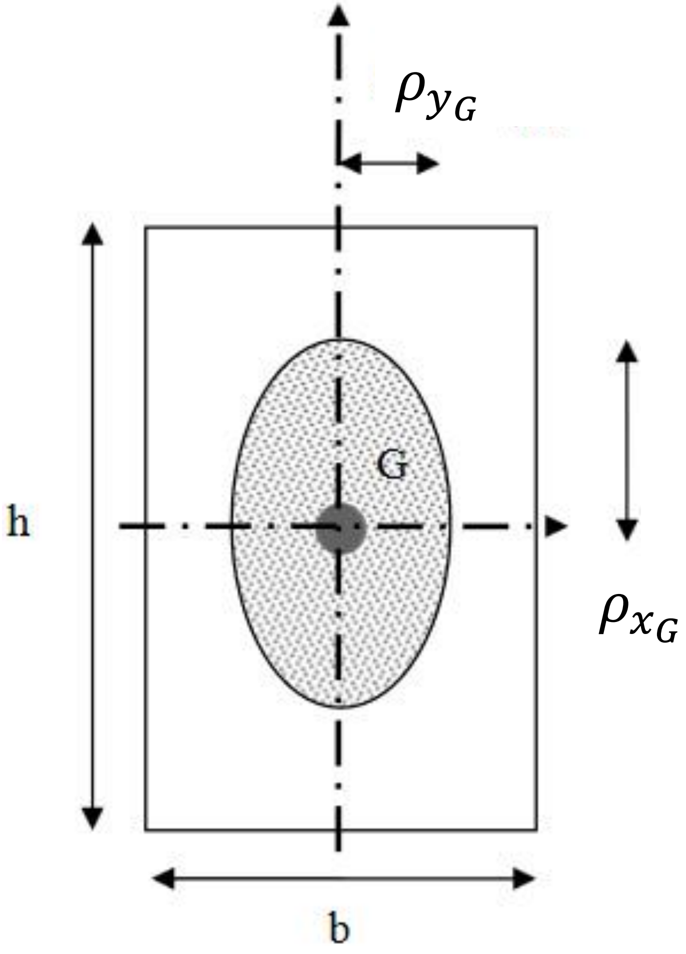


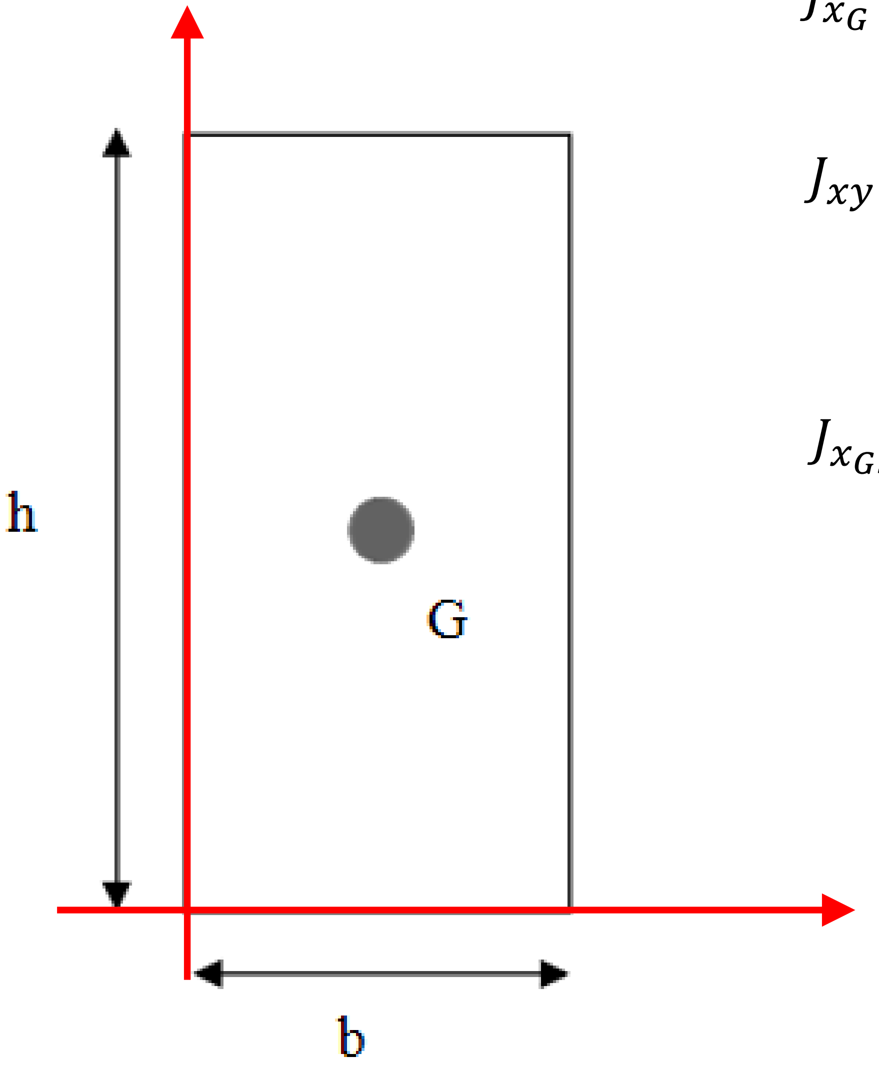
$$J_{x_G} = \frac{bh^3}{12} \qquad J_{y_G} = \frac{hb^3}{12}$$

Raggi di inerzia:

$$\rho_{x_G} = \sqrt{\frac{J_{x_G}}{A}} = \sqrt{\frac{bh^3}{12}\frac{1}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0.289h$$

$$\rho_{y_G} = \sqrt{\frac{J_{y_G}}{A}} = \sqrt{\frac{hb^3}{12}\frac{1}{bh}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = 0.289b$$





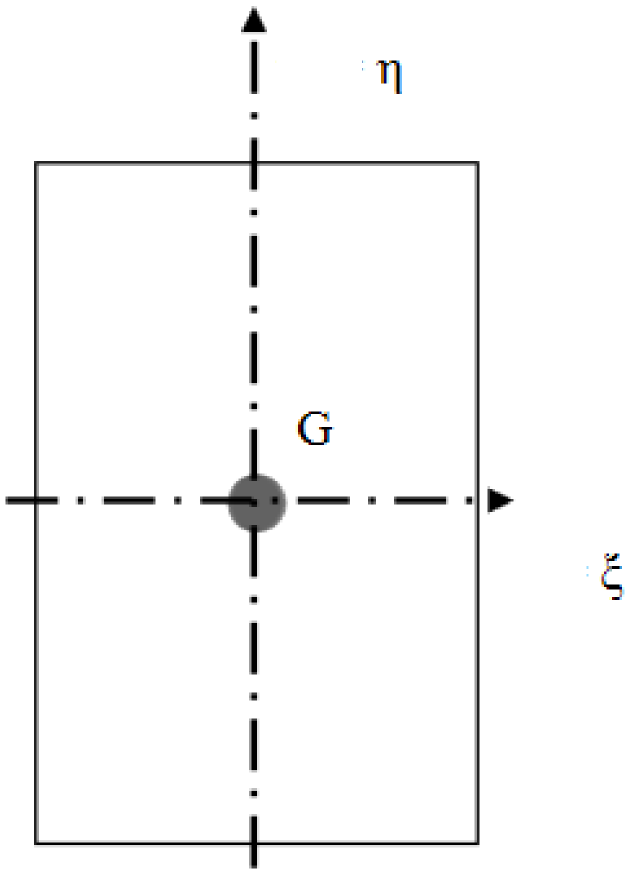
$$J_{x_G} = \frac{bh^3}{12} \qquad J_{y_G} = \frac{hb^3}{12}$$

$$J_{xy} = \int_A xy\,dA = \int_0^h \int_0^b xy\,dy\,dy = \frac{b^2\,h^2}{4}$$

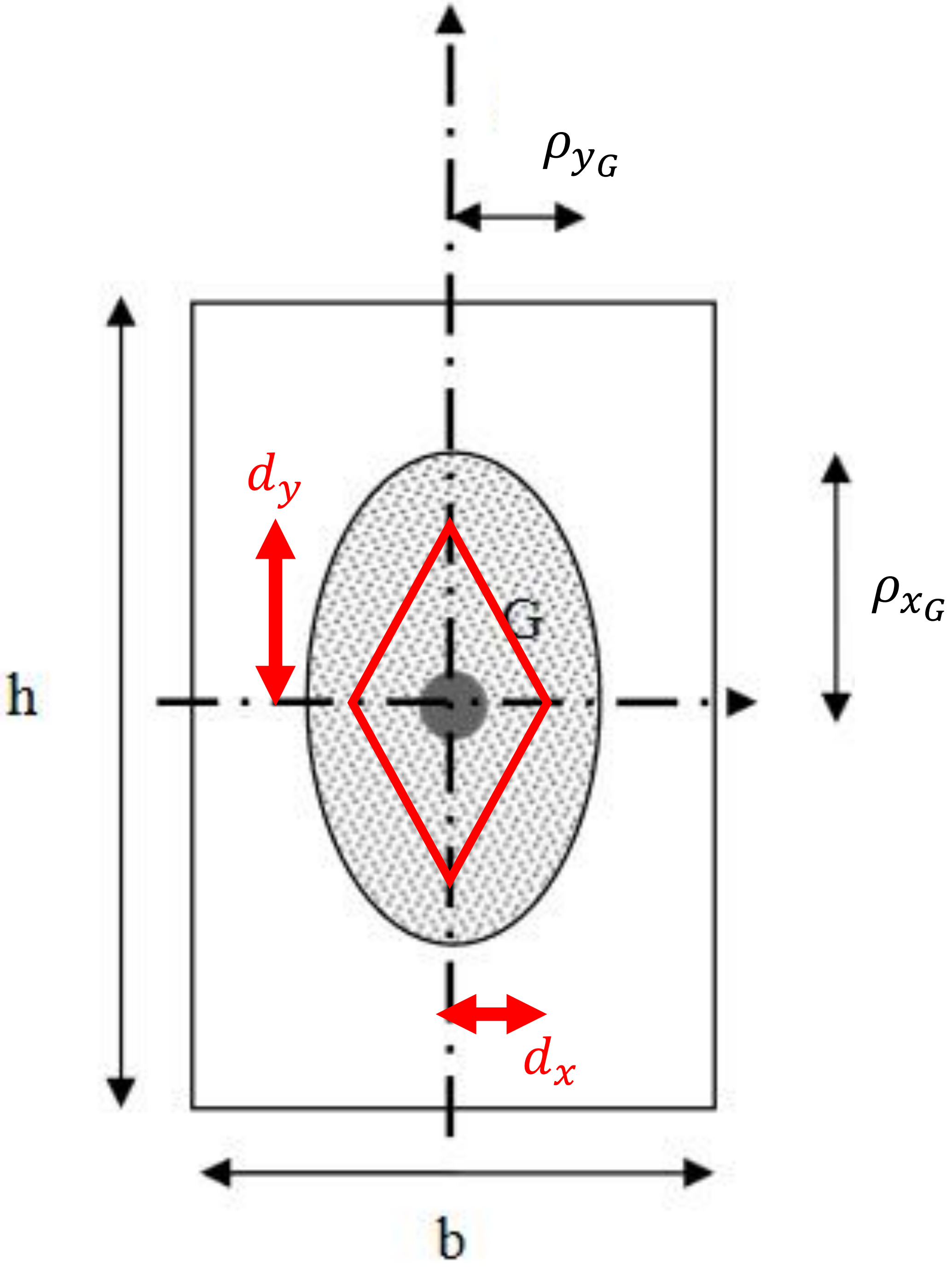
$$J_{x_G y_G} = J_{xy} - Ax_g y_G = \frac{b^2\,h^2}{4} - bh\,\frac{b}{2}\,\frac{h}{2} = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(-\frac{2J_{x_G y_G}}{J_{x_G} - J_{y_G}}\right)$$

$$\alpha = 0° \Rightarrow \xi$$



$$J_\xi = J_{x_G} = \frac{bh^3}{12} = max \qquad J_\eta = J_{y_G} = \frac{hb^3}{12} = min$$



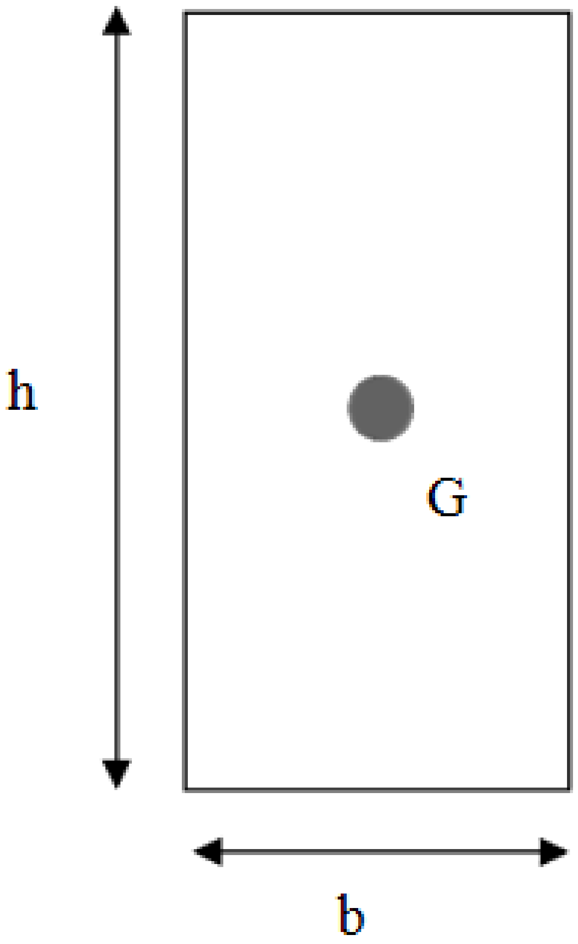
$$d_y = GX = \frac{\rho_{x_G}}{h/2} = h/6$$

$$d_x = GY = \frac{\rho_{y_G}}{b/2} = b/6$$

$$b = 18cm \quad h = 45cm$$

- **ESERCIZIO:**

$$A = bh = 810cm^2$$



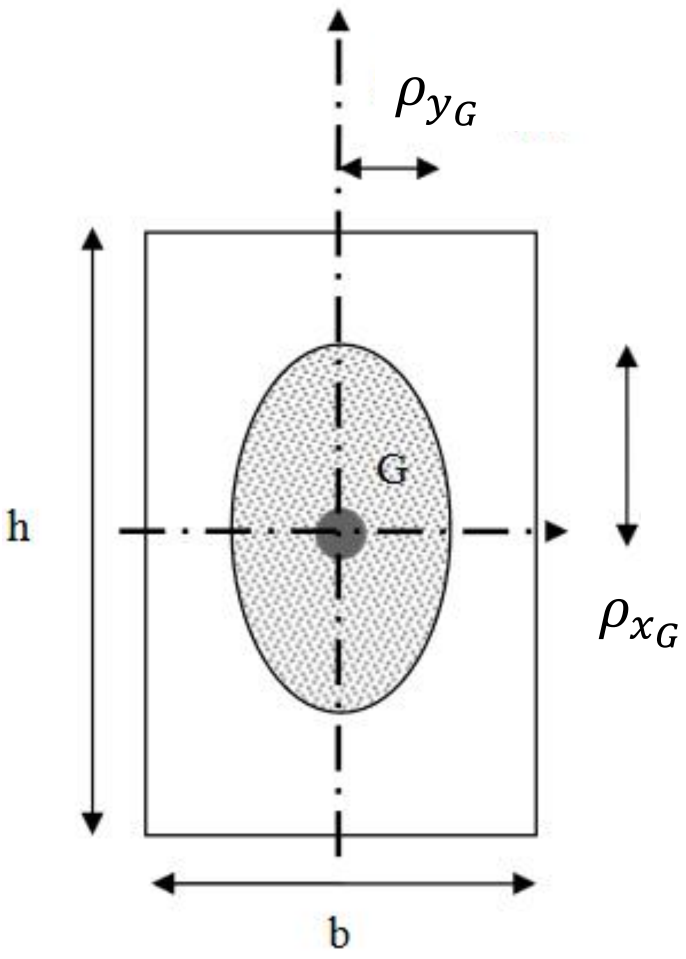
$$J_{x_G} = \frac{bh^3}{12} = 136 \cdot 10^3 cm^4$$

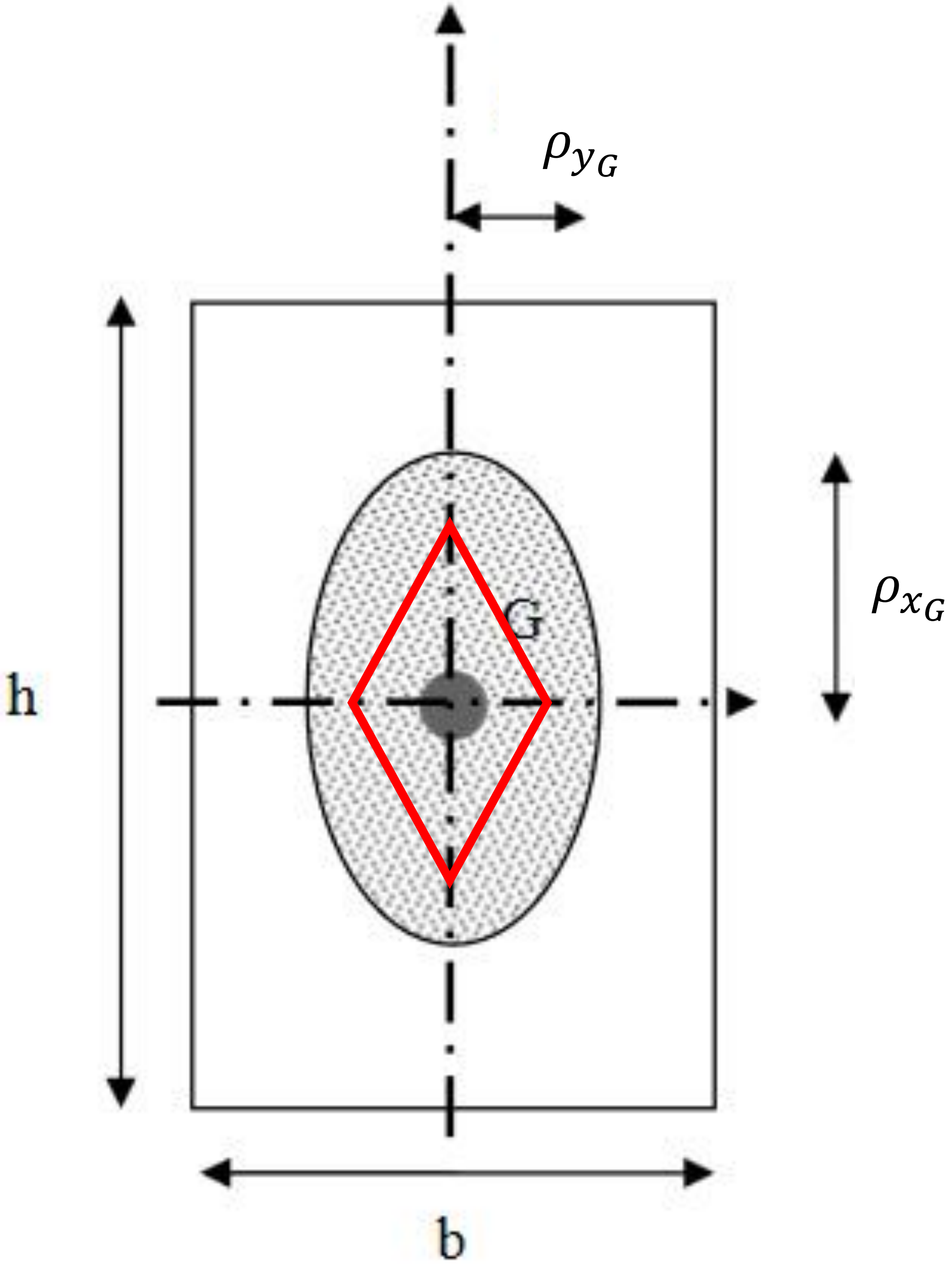
$$J_{y_G} = \frac{hb^3}{12} = 21 \cdot 10^3 cm^4$$

Raggi di inerzia:

$$\rho_{x_G} = \sqrt{\frac{J_{x_G}}{A}} = 12.99cm$$

$$\rho_{y_G} = \sqrt{\frac{J_{y_G}}{A}} = 5.2cm$$





$b = 18cm \quad h = 45cm$

$$d_y = GX = \frac{\rho_{x_G}}{h/2} = \frac{h}{6} = 7.5cm$$

$$d_x = GY = \frac{\rho_{y_G}}{b/2} = \frac{b}{6} = 3cm$$

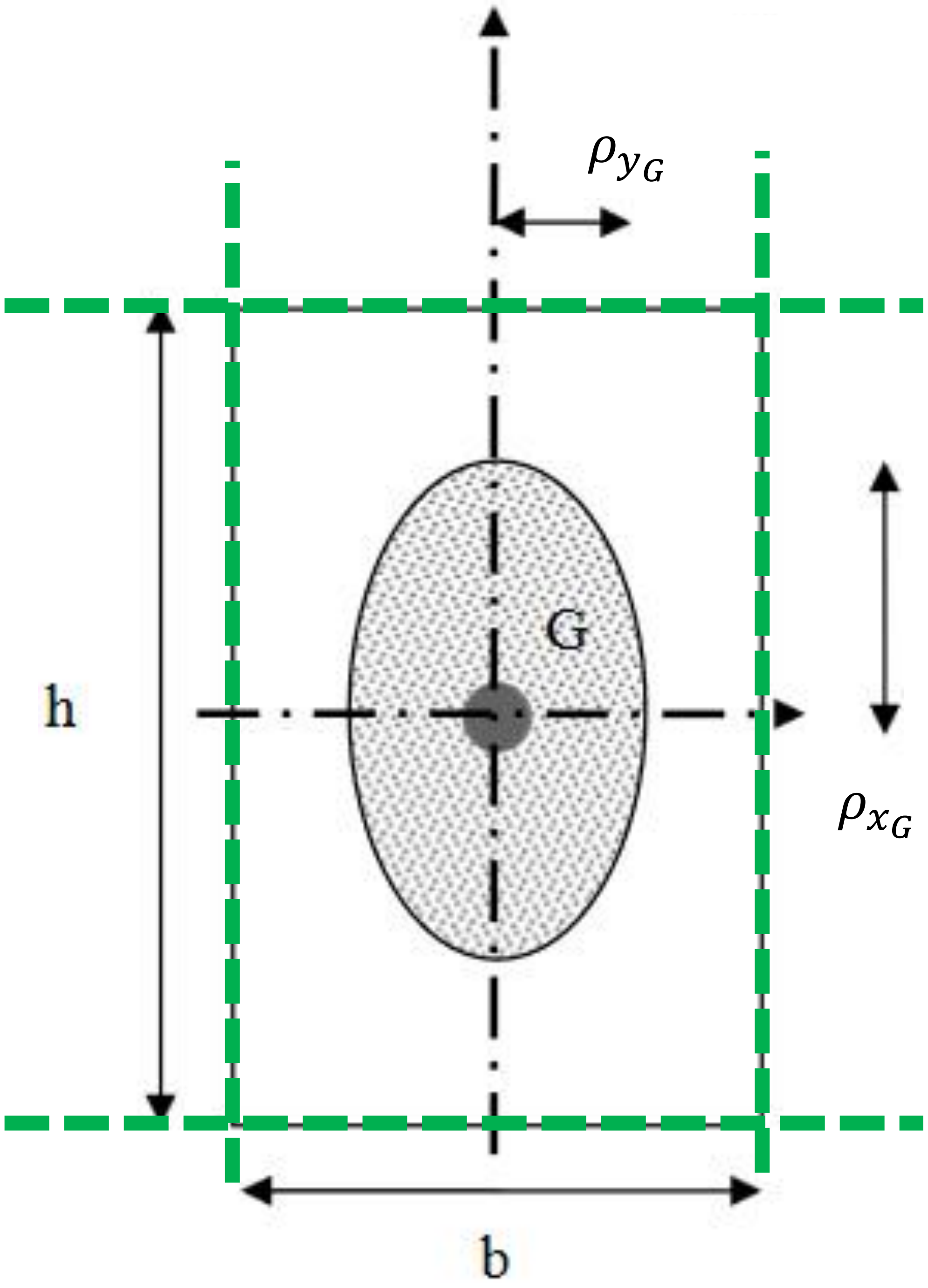
METODO GRAFICO

$b = 18cm \quad h = 45cm$

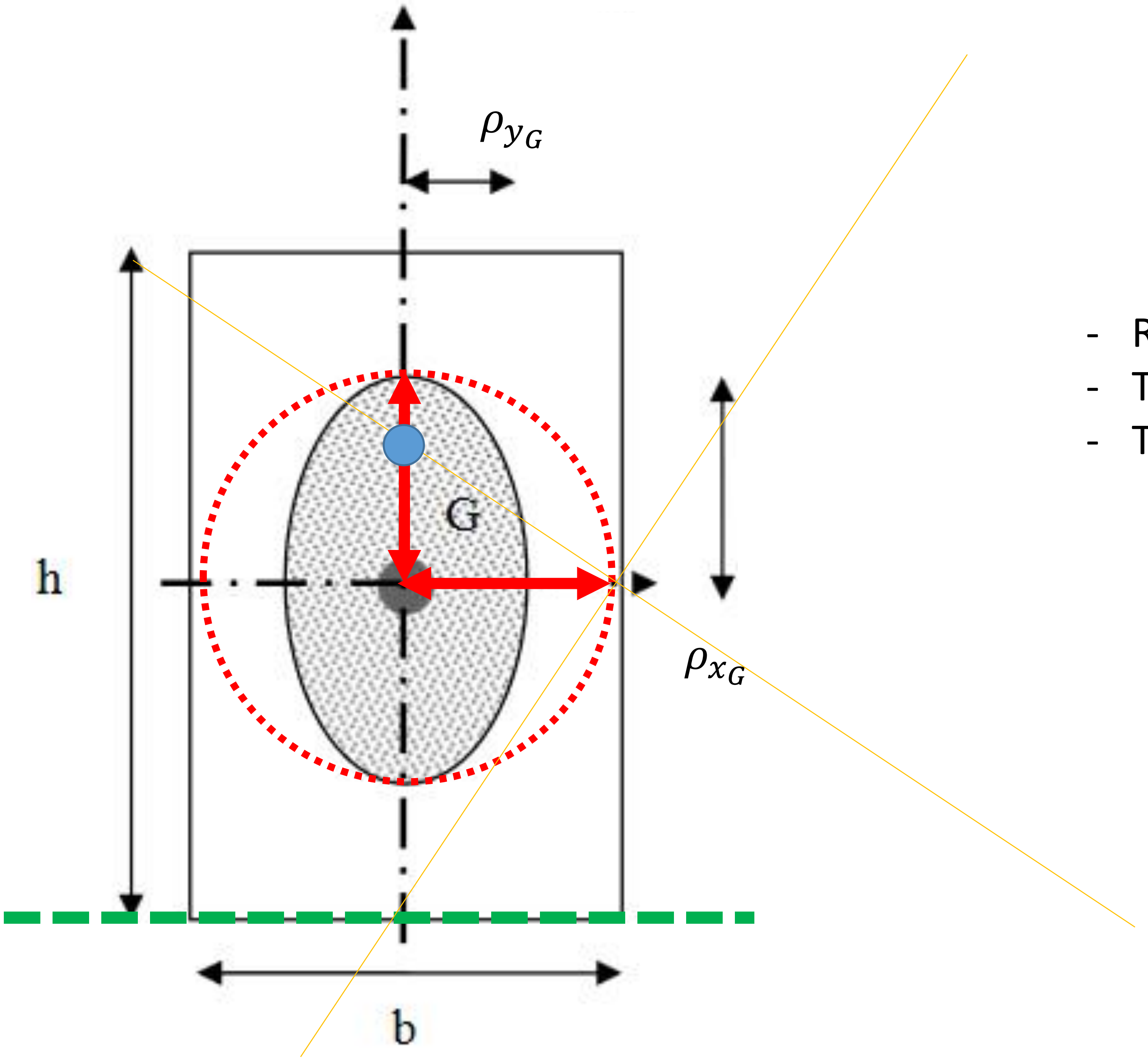
$$\rho_{x_G} = \sqrt{\frac{J_{x_G}}{A}} = 12.99cm$$

$$\rho_{y_G} = \sqrt{\frac{J_{y_G}}{A}} = 5.2cm$$

…troviamo i centri relativi
delle rette radenti la figura

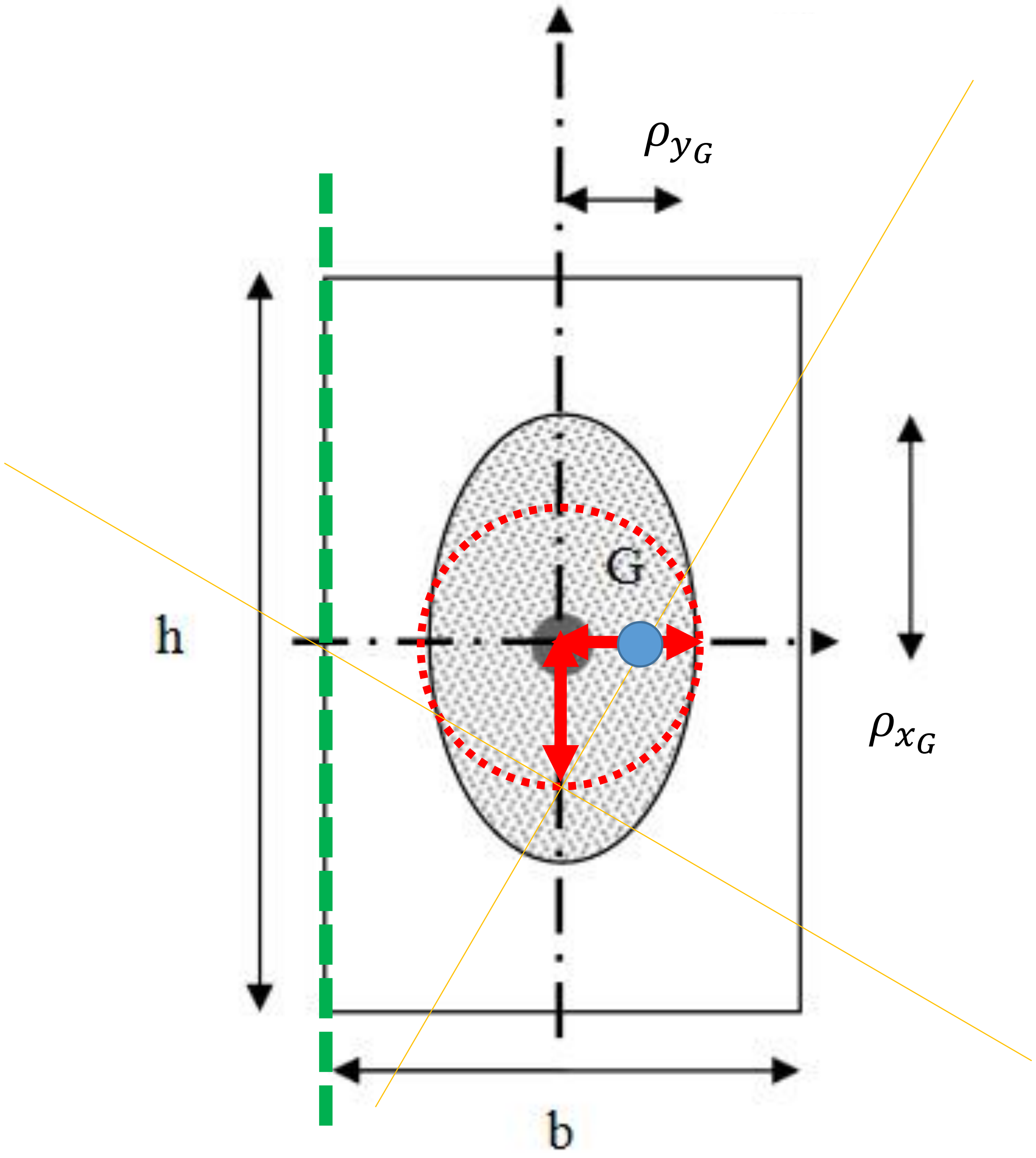


METODO GRAFICO



- Ribaltare raggio di inerzia
- Tracciare r_1
- Tracciare r_2

METODO GRAFICO



- Ribaltare raggio di inerzia
- Tracciare r_1
- Tracciare r_2

METODO ANALITICO

$b = 18cm \quad h = 45cm$

$$\rho_{x_G} = \sqrt{\frac{J_{x_G}}{A}} = 12.99cm$$

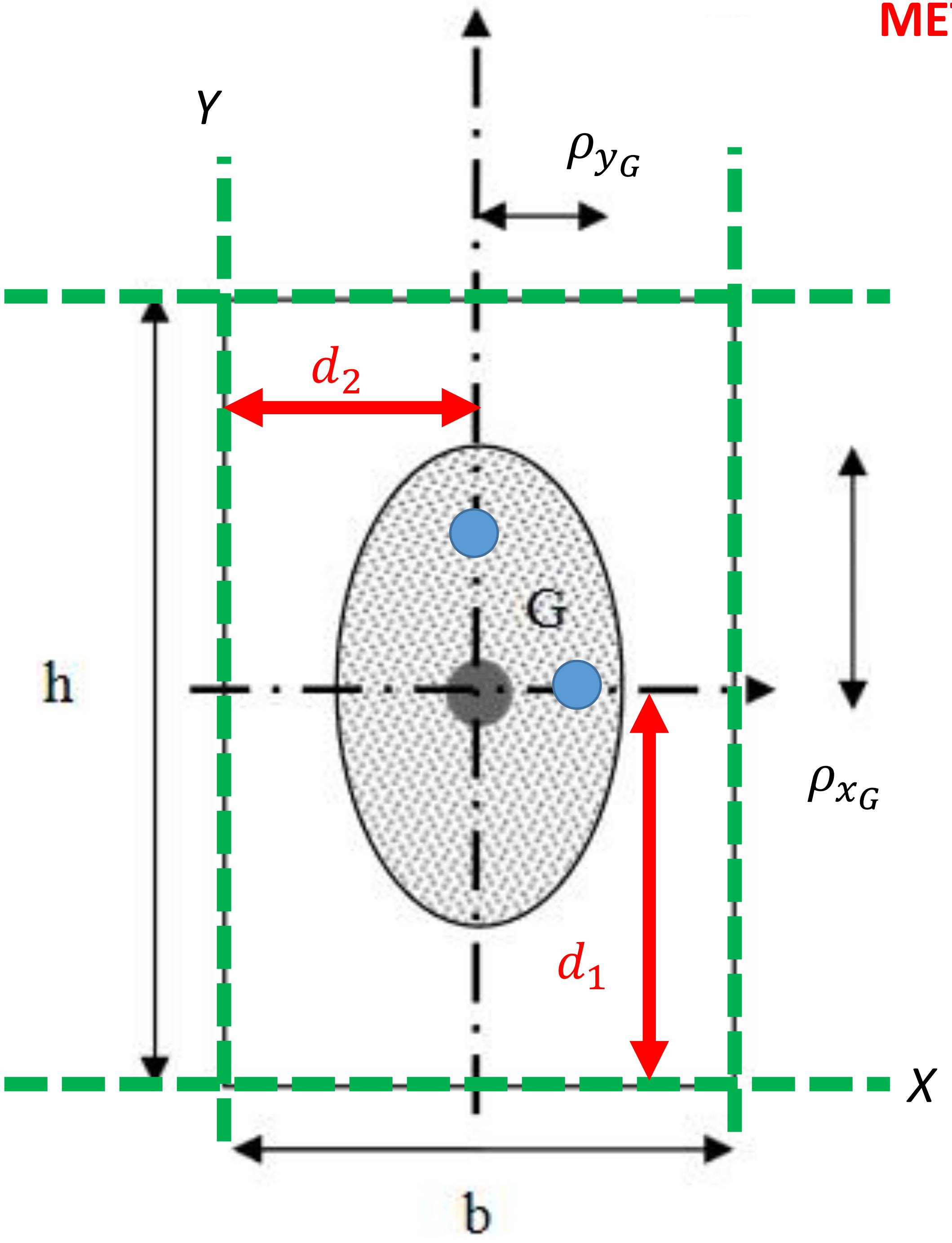
$$\rho_{y_G} = \sqrt{\frac{J_{y_G}}{A}} = 5.2cm$$

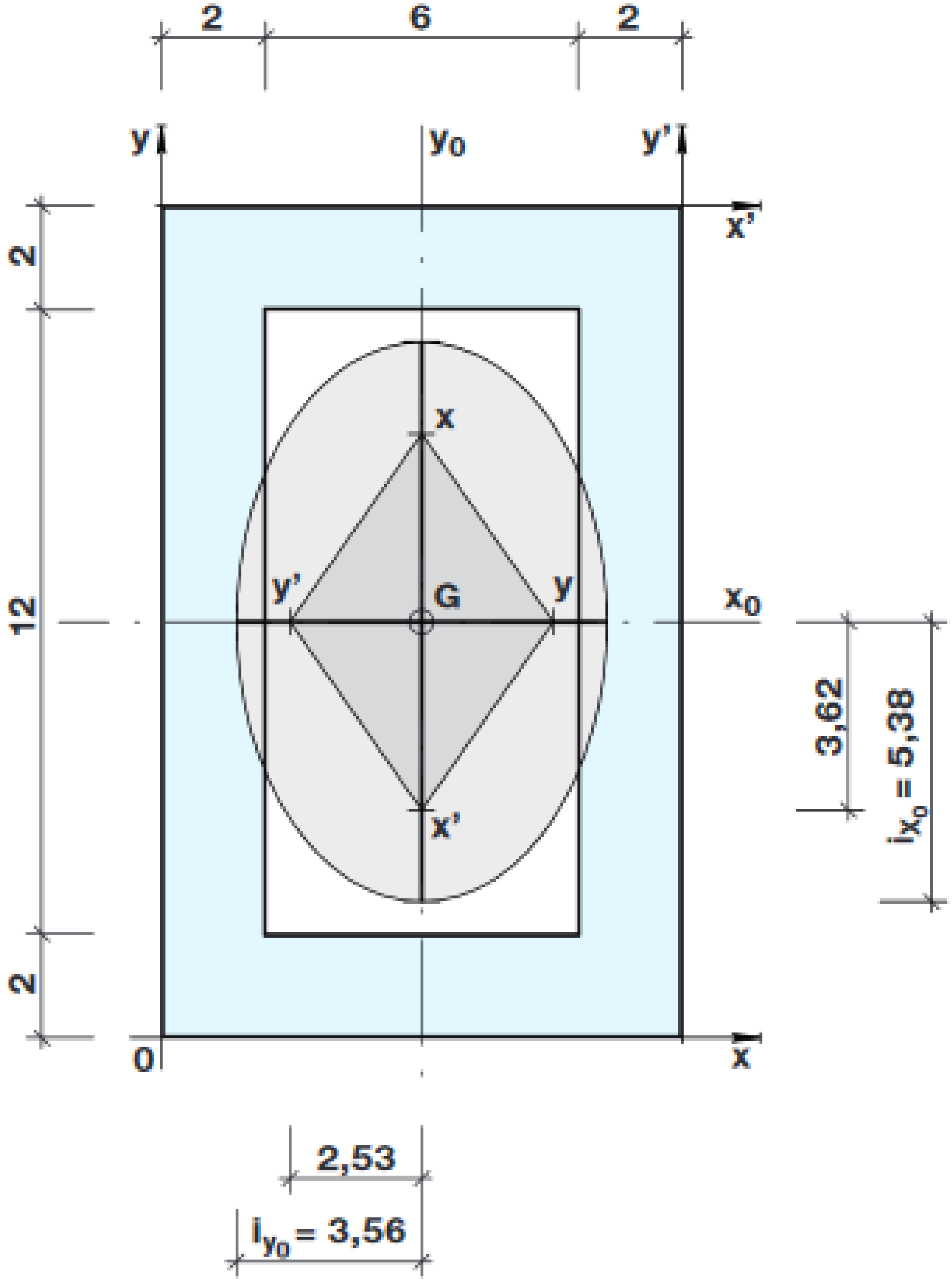
…troviamo i centri relativi delle rette radenti la figura

I vertici del nocciolo saranno i centri relativi

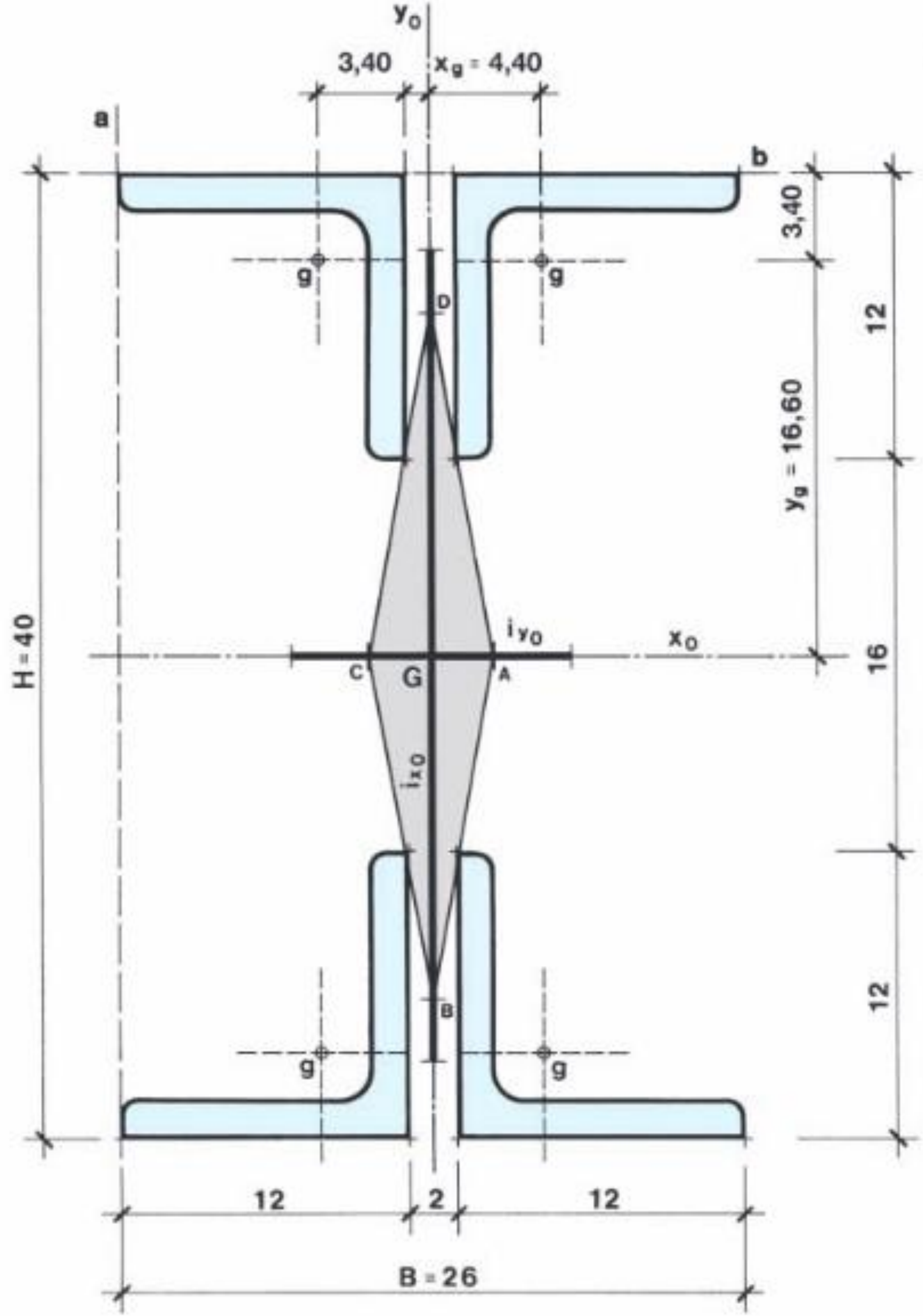
$$GX = \frac{\rho_{x_G}^2}{d_1} = \frac{12.99^2}{h/2} = 7.5cm$$

$$GY = \frac{\rho_{y_G}^2}{d_2} = \frac{5.2^2}{b/2} = 3cm$$

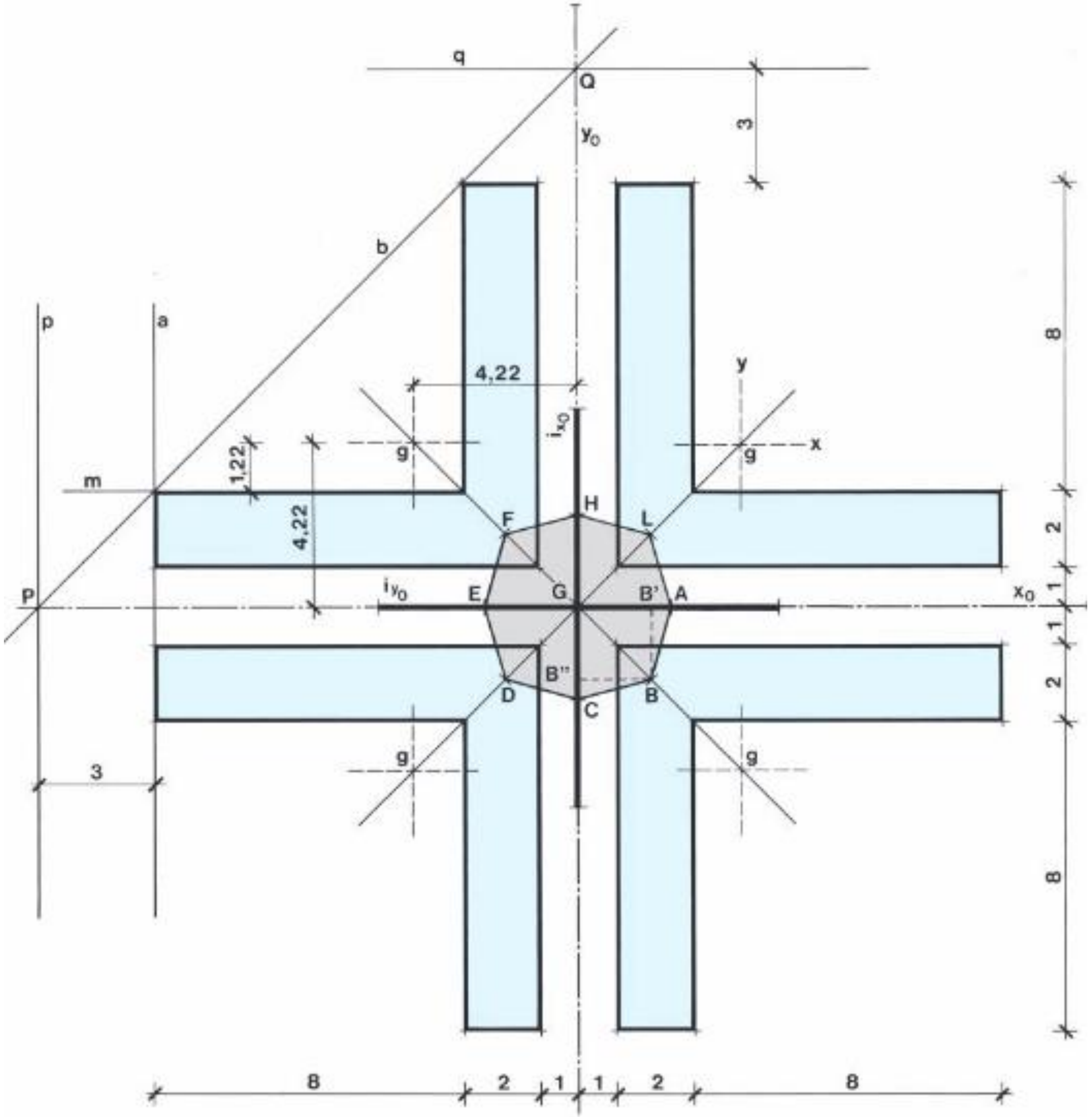




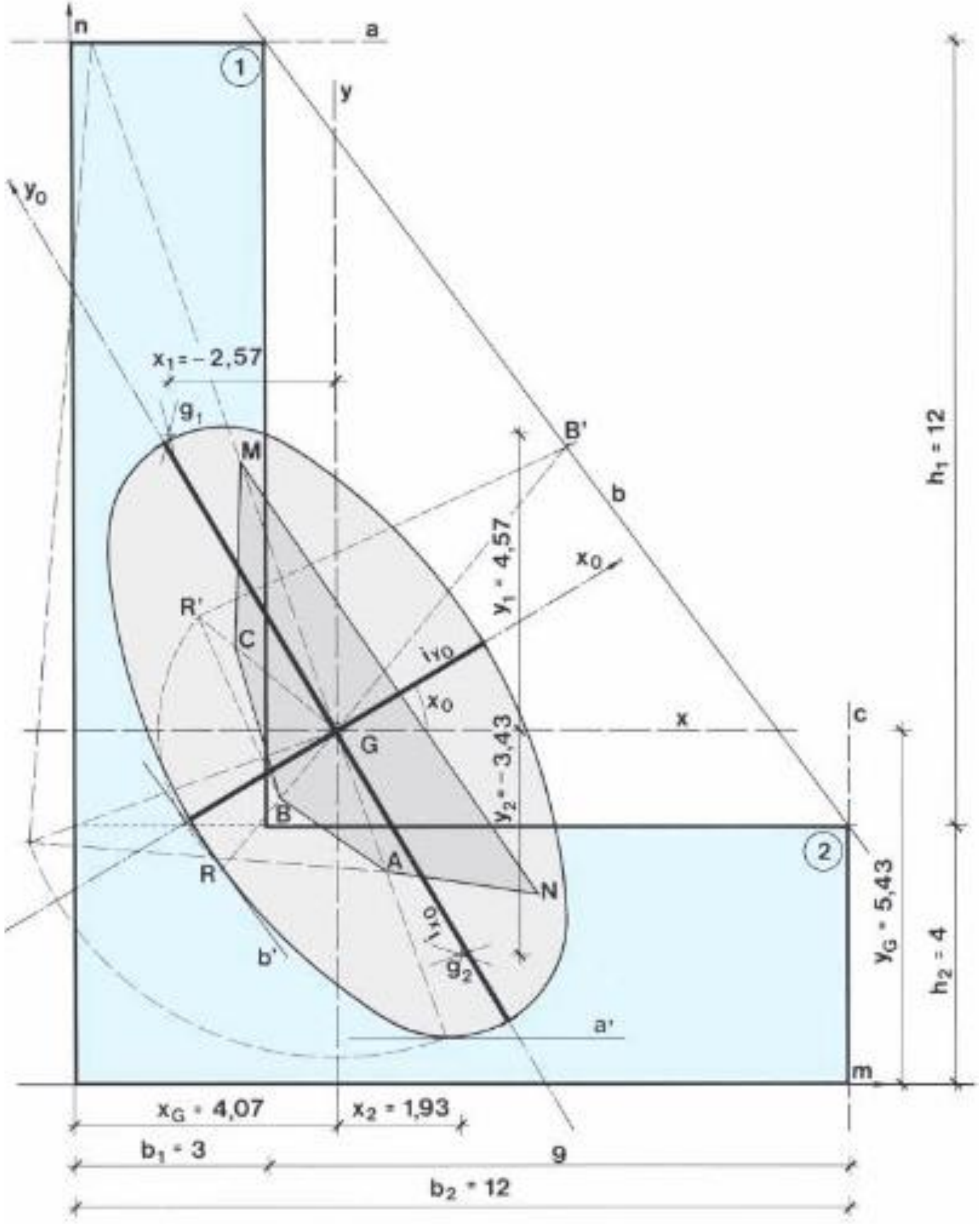
2
6
2
y
y_0
y'
x'
x
G
y'
y
x_0
x'
0
x
12
3,62
$i_{x_0} = 5,38$
2,53
$i_{y_0} = 3,56$



y_0
3,40
$x_g = 4,40$
a
b
g
D
3,40
12
$y_g = 16,60$
16
H = 40
i_{y_0}
x_0
C
G
A
i_{x_0}
B
12
2
12
B = 26



q
Q
y_0
3
b
p
a
8
4,22
i_{x_0}
y
x
g
g
1,22
m
4,22
H
F
L
2
P
i_{y_0}
E
G
B'
A
x_0
1
1
B''
D
B
C
2
g
g
3
8
8
2
1
1
2
8



n
a
1
y
y_0
$x_1 = -2,57$
g_1
M
B'
b
$h_1 = 12$
$y_1 = 4,57$
x_0
R'
C
i_{y0}
x_0
x
c
G
$y_2 = -3,43$
B
2
R
A
N
$y_G = 5,43$
$h_2 = 4$
i_{x0}
b'
g_2
a'
m
$x_G = 4,07$
$x_2 = 1,93$
$b_1 = 3$
9
$b_2 = 12$