UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2020/2021 Sessione Invernale – III Prova Scritta – 24.02.2022

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome RIGON **Nome** LUIGI

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Una massa m = 0.20 kg viene agganciata ad una molla di lunghezza a riposo x_0 = 5.0 cm e di massa trascurabile. In un primo momento, l'estremità libera della molla viene fissata al soffitto, cossicchè il sistema molla-massa risulta appeso in verticale, e si osserva che la molla si allunga raggiungendo all'equilibrio la lunghezza x_1 = 6.0 cm. Successivamente, il sistema molla-massa viene posto su una superficie orizzontale priva di attrito, e l'estremità libera della molla viene fissata ad una parete laterale. In questa nuova configurazione, la massa viene trascinata sul piano, allungando la molla fino a raggiungere la lunghezza x_2 = 10.0 cm, ed infine rilasciata, per cui comincia un moto oscillatorio. Calcolare:

a) La costante elastica k della molla:

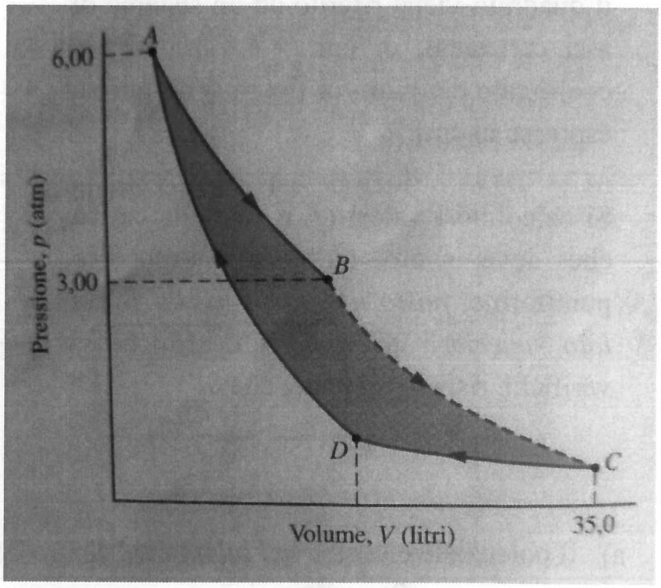
i) $k = \frac{mg}{(x_1 - x_0)}$ ii) $k =$ 196 N/m

b) La velocità massima v_{max} che la massa raggiunge durante il suo moto oscillatorio:

i) $v_{max} = (x_2 - x_0)\sqrt{\frac{k}{m}}$ ii) $v_{max} =$ 1,57 m/s

2) n = 2.0 moli di gas perfetto monoatomico compiono il ciclo schematizzato in figura, dove AB e CD sono isoterme reversibili, DA una adiabatica reversibile, mentre BC è una adiabatica *irreversibile*.

Sapendo che:
p_A = 6.00 atm,
$T_A = T_B$ = 300 K,
p_B = 3.00 atm,
V_C = 35.0 litri,
e $T_C = T_D$ = 200 K,
calcolare:



a) Il calore Q_{AB} assorbito dal gas durante la trasformazione AB:

i) $Q_{AB} = nRT_A \ln\left(\frac{p_A}{p_B}\right)$ ii) $Q_{AB} =$ 3460 J

b) Il calore Q_{CD} ceduto dal gas durante la trasformazione CD:

i) $Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$ ii) $Q_{CD} =$ − 2800 J

$nRT_C \left[\frac{1}{1-\gamma} \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right) + \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)\right]$

c) Il rendimento η del ciclo:

i) $\eta = 1 - \frac{|Q_{CD}|}{|Q_{AB}|}$ ii) $\eta =$ 19 %

d) Il rendimento η_{rev} di una ipotetica macchina di Carnot operante tra le stesse temperature T_A e T_C:

i) $\eta_{rev} = 1 - \frac{T_C}{T_A}$ ii) $\eta_{rev} =$ 33 %

3) Per i liquidi viscosi (come ad esempio il sangue) esiste una velocità critica v_c, che segna il passaggio dal regime di flusso lamiare al regime turbolento: se il liquido fluisce con velocità $v < v_c$, allora si ha flusso laminare, se invece $v > v_c$ si ha flusso turbolento. Per il sangue si ha $v_c = \frac{R\eta}{\rho r}$, con $R = 10^3$ (numero di Reynolds), $\eta = 4.0\ 10^{-2}$ poise, $\rho = 1.0$ g/cm^3, ed r raggio del vaso sanguigno che contiene il flusso.

a) Calcolare v_c per l'aorta, assumendo $r = 1.0$ cm

i) $v_c = \frac{R\eta}{\rho r}$ ii) $v_c =$ 40 cm/s

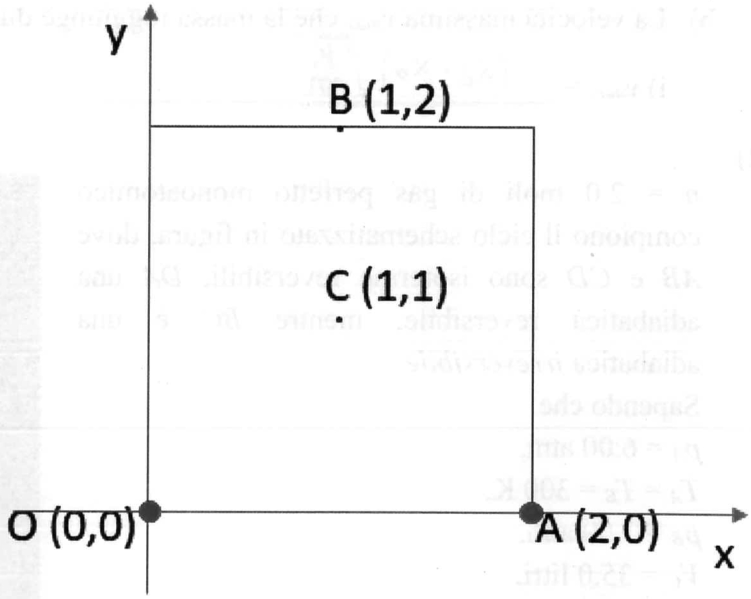
b) Sempre con riferimento all'aorta, la cui portata è $Q = 5.0$ litri/minuto, calcolare la velocità media del flusso v_m e dire se il flusso del sangue nell'aorta è laminare o turbolento.

i) $v_m = \frac{Q}{\pi r^2}$ ii) $v_m =$ 26,5 cm/s

$v_m < v_c \Rightarrow$ laminare

4)

Due corpuscoli puntiformi con la stessa carica $q = 7.0$ nC sono posti sui vertici inferiori O ed A di un quadrato di lato $l = 2.0$ cm, come in figura [Per comodità, il quadrato viene riferito ad un sistema di assi cartesiani, di cui O è l'origine: le coordinate dei punti in figura sono quindi espresse in cm].



Si calcolino i valori Q_a e Q_b della carica che deve avere un terzo corpuscolo puntiforme, *posto nel punto medio B del lato superiore del quadrato*, affinchè si verifichi, rispettivamente, che:

a) Il potenziale elettrico *nel punto C* al centro del quadrato è nullo.

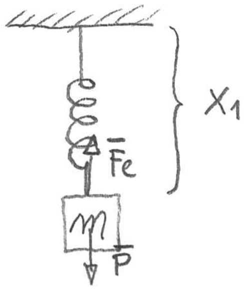
i) $Q_a = -\frac{l}{2}\ \frac{2q}{d}$ ii) $Q_a = -q\sqrt{2} = -10$ nC

b) Il campo elettrico *nel punto C* al centro del quadrato è nullo.

i) $Q_b = \left(\frac{l}{2d}\right)^2 q \cdot \sqrt{2}$ ii) $Q_b = q\frac{\sqrt{2}}{2} = 4,9$ nC

1

a)

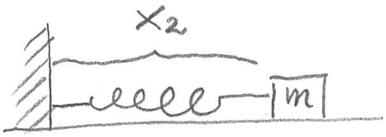


$m = 0{,}20 \text{ kg}$

$x_0 = 5{,}0 \text{ cm}$

$x_1 = 6{,}0 \text{ cm}$

b)



$x_2 = 10 \text{ cm}$

a) La molla, appesa in verticale, è soggetta alla forza peso $\bar{P} = m\vec{g}$, che è equilibrata dalla forza elastica $|\bar{F}_e| = k(x_1 - x_0)$. Quindi:

$$k(x_1 - x_0) = mg$$

$$k = \frac{mg}{x_1 - x_0} = \frac{0{,}20 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2}{1{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 196 \ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) La molla in orizzontale è estesa, rispetto alla lunghezza di riposo, di $(x_2 - x_0) = 5{,}0 \text{ cm}$

In tale configurazione l'energia elastica vale:

$$\frac{1}{2} k (x_2 - x_0)^2$$

La massa raggiunge la sua velocità massima quando passa dalla posizione di equilibrio.

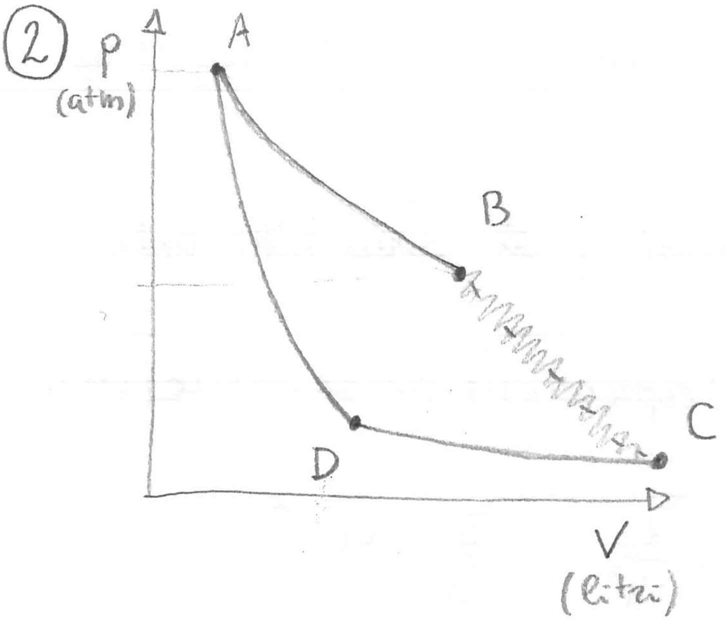
In quell'istante l'energia elastica viene interamente convertita in energia cinetica. Quindi

$$\cancel{\frac{1}{2}} m v_{max}^2 = \cancel{\frac{1}{2}} k (x_2 - x_0)^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} (x_2 - x_0) = \sqrt{\frac{196 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0{,}20 \text{ kg}}} \cdot 5{,}0 \text{ cm}$$

$$= \sqrt{980 \frac{1}{\text{s}^2}} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1{,}57 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

②



$p_A = 6{,}00$ atm

$T_A = T_B = 300$ K

$p_B = 3{,}00$ atm

$V_C = 35$ ℓ

$T_C = T_D = 200$ K

trovo subito V_A

$$V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{2{,}0 \cdot 0{,}082 \frac{\ell\, atm}{K} \cdot 300\,K}{6\, atm} = 8{,}2\ \ell$$

a) $Q_{AB} = ?$

AB è isoterma $\Rightarrow$ $Q_{AB} = -L_{AB} = \int_A^B p\,dV$

da $pV = nRT$ $\Rightarrow$ $p = \frac{nRT}{V}$ $\qquad = \int_A^B nRT \frac{dV}{V}$

AB è isoterma $\Rightarrow$ $p_A V_A = p_B V_B$ $\qquad = nRT_A \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$$= nRT_A \ln\left(\frac{p_A}{p_B}\right)$$

$$= 2{,}0 \cdot 8{,}314 \frac{J}{K} \cdot 300K \cdot \ln 2$$

$$= 3460\ J$$

b) $Q_{CD} = ?$

Con gli stessi passaggi si trova:

$$Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = nRT_C \ln\left(\frac{p_C}{p_D}\right) \qquad (*)$$

Il problema è che non conosco né p_D né V_D; però il punto D è l'intersezione tra la curva isoterma che arriva da C e la curva adiabatica che arriva da A. Pertanto:

$$\begin{cases} p_C V_C = p_D V_D & D \in \text{isoterma da C} \\ p_A V_A^{\gamma} = p_D V_D^{\gamma} & D \in \text{adiabatica da A} \end{cases}$$

con $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$ per il gas perfetto monoatomico.

$$\begin{cases} p_C V_C = p_D V_D \\ p_A V_A^{\gamma} = p_D V_D^{\gamma} \end{cases}$$ dividendo membro a membro si ha:

$$\frac{p_C V_C}{p_A V_A^{\gamma}} = V_D^{1-\gamma}$$ dove i termini a sx sono tutti noti.

A questo punto si può cercare un'espressione più semplice per V_D, come ad esempio:

$$V_D^{1-\gamma} = \frac{p_C V_C}{p_A V_A^{\gamma}} = \frac{\cancel{nR}T_C}{\cancel{V_C}}\cancel{V_C}\;\frac{V_A}{\cancel{nR}T_A}\cdot\frac{1}{V_A^{\gamma}} = \frac{T_C}{T_A}\cdot V_A^{1-\gamma}$$

$$V_D = \left(\frac{T_C}{T_A}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}\cdot V_A$$

Infine riprendo da (*):

$$Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = nRT_C \ln\left[\left(\frac{T_C}{T_A}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}\cdot\frac{V_A}{V_C}\right] =$$

$$= nRT_C\left[\frac{1}{1-\gamma}\ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right) + \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)\right] =$$

$$= 2{,}0\; 8{,}314\,\frac{J}{K}\cdot 200\,K\left[\frac{1}{1-\frac{5}{3}}\ln\left(\frac{200}{300}\right) + \ln\left(\frac{8{,}2\,\ell}{35\,\ell}\right)\right] =$$

$$= 400\cdot 8{,}314\,J\left[-\frac{3}{2}\ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{8{,}2}{35}\right)\right] = -2800\,J$$

c) $\eta = 1 - \frac{|Q_{CD}|}{|Q_{AB}|} = 1 - \frac{2800\,\cancel{J}}{3460\,\cancel{J}} = 0{,}19 = 19\,\%$

d) $\eta_{rev} = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{200\,K}{300\,K} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} = 33\,\%$

Si nota che $\eta_{rev} > \eta$, il che è coerente con il fatto che η_{rev} è il massimo rendimento possibile per una macchina termica operante tra T_A e T_C.

③ $v_c = \dfrac{R\eta}{\rho r}$

$R = 10^3$
$\eta = 4.0 \cdot 10^{-2}$ poise
$\rho = 1,0\ g/cm^3$
$r = 1,0\ cm$

a) I valori sono tutti forniti in unità di misura c.g.s, inclusa la viscosità espressa in poise. Conviene pertanto restare in questo sistema:

$$\left[1 \text{ poise} = \frac{1g}{cm\,s}\right]$$

$$v_c = \frac{10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ poise}}{1,0\ g/cm^3 \cdot 1,0\ cm} = 40\ \frac{cm}{s}$$

b) $$Q = 5,0\ \frac{\text{litri}}{\text{minuto}} = \frac{5,0 \cdot 10^3\ cm^3}{60\ s} = 83,3\ \frac{cm^3}{s}$$

Portata e velocità media sono legate dalla relazione:

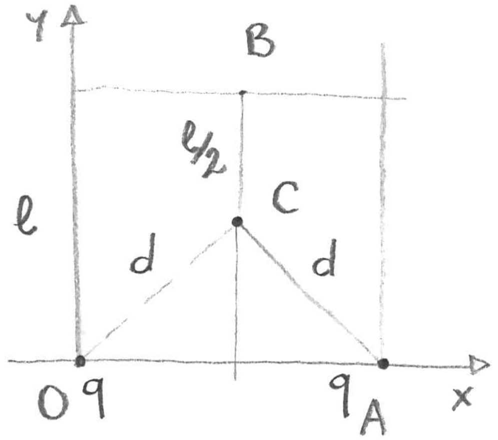
$$Q = \pi r^2 \cdot v_m$$

Quindi

$$v_m = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{83,3\ cm^3/s}{\pi\,(1,0\ cm)^2} = 26,5\ \frac{cm}{s}$$

Poiché $v_m < v_c$, il flusso del sangue nell'aorta è mediamente laminare. In realtà, nelle immediate vicinanze delle valvole cardiache, al momento dell'uscita del sangue, si può verificare un moto turbolento che è all'origine dei rumori cardiaci di carattere fisiologico (cfr. "Principi di Fisica", Lascialfari - Borsa - Godi problema 6.8 a pag. 135).

(4)



$O(0,0)$

$A(2,0)$

$B(1,2)$

$C(1,1)$

$q = 7.0 \cdot 10^{-9}\ C$

$l = 2{,}0\ cm$ $\qquad \frac{l}{2} = 1{,}0\ cm$

$d = \sqrt{2}\ cm$

a) Valutiamo dapprima il contributo al potenziale elettrico in C da parte dei corpuscoli in O ed in A. Si tratta di cariche uguali poste alla stessa distanza d da C, quindi daranno lo stesso contributo:

$$V_C^O = V_C^A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d}$$

Detto V_C^B il contributo al potenziale elettrico in C da parte della carica (incognita) posta in B, si ha:

$$V_C^O + V_C^A + V_C^B = 0$$

$$V_C^B = -\left(V_C^O + V_C^A\right) = -2V_C^O = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{d}$$

Tuttavia vale anche:

$$V_C^B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_a}{l/2}$$

Da cui:

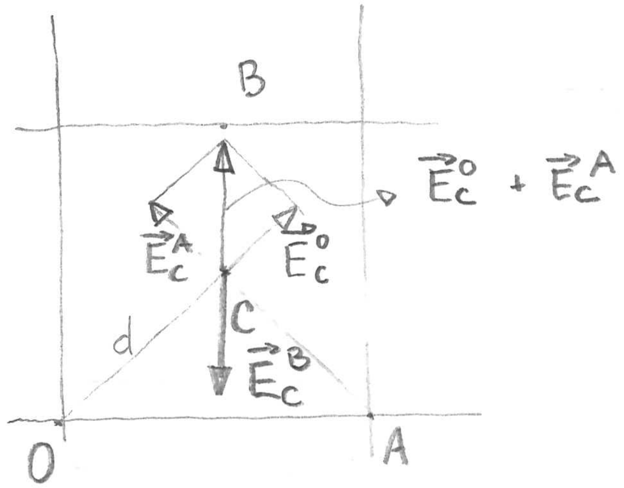
$$\cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}\frac{Q_a}{l/2} = -\cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}\frac{2q}{d}$$

$$Q_a = -\frac{l}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}q}{d} = -\frac{2q}{\sqrt{2}} = -q\sqrt{2}$$

$$= -10\ nC$$

Nota: il segno della carica in B deve essere per forza negativo, per bilanciare i contributi positivi delle cariche in O ed in A.

b)



Da un'analisi grafica si vede che il campo generato in C dalla carica posta in B, $\vec{E}_C^B$, deve bilanciare il campo dovuto alla somma di $\vec{E}_C^O$ ed $\vec{E}_C^A$.
Si può quindi premettere che Q_b deve essere positiva.

$$\left|\vec{E}_C^O\right| = \left|\vec{E}_C^A\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{d^2}$$

$$\left|\vec{E}_C^O + \vec{E}_C^A\right| = \sqrt{2} \cdot \left|\vec{E}_C^O\right| = \sqrt{2}\left|\vec{E}_C^A\right| = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{d^2}$$

$$\left|\vec{E}_C^B\right| = \left|\vec{E}_C^O + \vec{E}_C^A\right| = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{d^2}$$

Tuttavia deve essere anche:

$$\left|\vec{E}_C^B\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_b}{(\ell/2)^2}$$

Da cui: $\cancel{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}} \frac{Q_b}{(\ell/2)^2} = \cancel{\frac{\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0}} \frac{q}{d^2}$

$$Q_b = q \cdot \left(\frac{\ell}{2d}\right)^2 \cdot \sqrt{2} = q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \sqrt{2} = q\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Q_b = 4{,}9 \text{ nC}$$