Approccio statistico alla turbolenza

Dalle misure euleriane dei campi di velocità di un fluido turbolento, oppure di altre sue proprietà come la temperatura, emerge chiaramente la natura casuale delle fluttuazioni rispetto ad un valore medio.

Inoltre si osserva che tali fluttuazioni sono piccole rispetto al valore medio del campo osservato.

Quindi si assume di poter scrivere un campo turbolento come il contributo di due addendi.

Sia $\eta(x,y,z,t)$ un campo di un fluido turbolento

$$\eta(x,y,z,t) = \bar{\eta}(x,y,z,t) + \eta'(x,y,z,t)$$

$\bar{\eta}$: campo medio

η': contributo della turbolenza

In sintesi, questo approccio assume che la turbolenza si sovrapponga al comportamento medio del campo

Ne consegue che:

a) Si deve convenire su come sono calcolate le medie

b) Bisogna attribuire delle caratteristiche alle fluttuazioni casuali turbolente

Il calcolo dei valori medi, nella sua formulazione più generale ipotizza che esista una funzione densità di probabilità di misurare il campo η in un punto qualsiasi dello spazio occupato dal fluido all'istante t.

Tale funzione densità di probabilità h sarà funzione dello spazio e del tempo. $\boxed{h_\eta(x, y, z, t)}$ tipica di η

Idealmente h sarà ottenibile eseguendo un numero infinito di misure della proprietà η del fluido nel punto (x, y, z) al tempo t. Ciascuna misura corrisponde ad un esperimento (realizzazione), il quale è replicato infinite volte a partire dalle stesse condizioni iniziali e al contorno, ovviamente con lo stesso fluido.

Quindi esiste una densità $h_\eta(x, y, z, t)$ la quale ci dà la probabilità di misurare la grandezza η compresa tra η_0 e $\eta_0 + d\eta$ nel punto (x, y, z) dello spazio al tempo t.

$$P(\eta_0 \leq \eta < \eta_0 + d\eta) = h_{\eta_0}(x, y, z, t)\, d\eta$$

Nella sua forma più generale, questa funzione h_{η_0} può essere diversa in ogni punto dello spazio e nel tempo potrà variare. Essa contiene tutte le informazioni riguardanti la turbolenza di η

Quindi $h_\eta(x,y,z,t)$ porta con se le informazioni sui vortici che causano le fluttuazioni nel punto (x,y,z) al tempo t, della grandezza η.

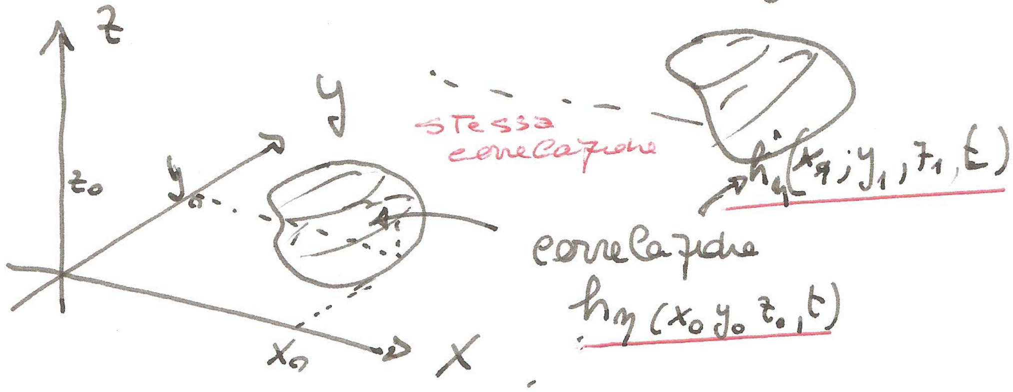
Supponiamo di eseguire delle misure euleriane di η nel punto (x_0, y_0, z_0) per un intervallo di tempo δt. Se δt è un intervallo di tempo molto più breve rispetto all'evoluzione della struttura dei vortici nella regione che contiene (x_0, y_0, z_0) allora possiamo considerare h_η indipendente dal tempo durante la misura.

Questa considerazione implica che nella regione di spazio circostante il punto (x_0, y_0, z_0) le funzioni $h_\eta(x,y,z,t)$ sono correlate, cioè la densità di probabilità di η nel punto (x,y,z,t) dipende dalla densità di probabilità esistente in $(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z, t)$

Ciò riflette la necessità, per il fluido anche alla scala della turbolenza, di rispettare i principi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia.

L'esperienza, ma anche la teoria delle relazioni di causa ed effetto giustificate dai tipi di interazioni tra corpi materiali che conosciamo, mostrano che tale correlazione non esiste a grandi distanze quindi per δx, δy, δz sufficientemente grandi rispetto alle dimensioni dei vortici.

Se la correlazione esistente tra le h_η in punti interni ad una regione di spazio è la stessa in tutte le regioni dello spazio occupato dal fluido, allora la turbolenza si dice omogenea



Significa che lo stesso tipo di vortici che trovo nell'intorno di (x_0,y_0,z_0) al momento t li trovo anche nell'intorno di (x_1,y_1,z_1) allo stesso momento.

Osservazione di G. I. Taylor (1935) [Turbolenza congelata]

Se i vortici hanno tempi di variazione tipico più grandi rispetto al tempo in cui li osservo, cioè misuro le fluttuazioni, considerando la turbolenza omogenea, le fluttuazioni spaziali del campo η sono quelle che determinano le fluttuazioni temporali nel punto in cui le misuro.

Quindi possiamo immaginare la turbolenza congelata ed avvetta

anche il contributo dei vortici non cambia

avvezione di fluttuazioni spaziali

$$\frac{d\eta}{dt} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial \eta}{\partial t} = -u_i \frac{\partial \eta}{\partial x_i}$$

locale euleriana

N.B.

È la correlazione tra le funzioni densità di probabilità dei volumetti di fluido che rendono diverso l'approccio statistico alla turbolenza rispetto all'approccio statistico della teoria cinetica dei gas.

In conclusione, nel caso di turbolenza omogenea e nell'ipotesi di osservare il fluido per tempi brevi rispetto al tempo tipico di evoluzione della turbolenza, cioè al variare di $h_\eta(x, y, z, t)$, ~~fa~~ eseguire medie euleriane nel tempo o nello spazio circostante il punto di interesse, non fa molta differenza.

Osservazione

Nel caso in cui si consideri la turbolenza congelata (Taylor 1935) il calcolo dei valori di aspettazione coincide

Ulteriori ipotesi per la formulazione operativa del contributo della turbolenza alle fluttuazioni della grandezza η

$$\eta(x, y, z, t) = \overline{\eta}(x, y, z, t) + \eta'(x, y, z, t)$$

e

$$\overline{\eta'}(x, y, z, t) = 0$$

Inoltre $$\left| \overline{\eta'^2}(x, y, z, t) \right| \ll \left| \overline{\eta}(x, y, z, t) \right|$$