

# Appello di Logica del 30/09/2021

Docente: Eugenio Omodeo

**Esercizio 1:** Svolgete, spiegandola, la verifica che i seguenti due enunciati sono tautologici:

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \rightarrow p, \\ & (r \rightarrow s \rightarrow t) \rightarrow (u \rightarrow v) \rightarrow (r \rightarrow s \rightarrow t). \end{aligned}$$

(Qui s'intende che il connettivo  $\rightarrow$  d'implicazione associ a destra e che  $p, q, r, s, t, u, v$  siano lettere proposizionali).

**Esercizio 2:** Spiegate perché sono veri i due enunciati

$$\begin{aligned} & (\forall x (0 \leq x \ \& \ x \leq 1)) \ \& \ \neg 1 \leq 0, \\ & \forall x \forall y \left( x \leq y \rightarrow (y \leq x \vee \exists z (\neg z \leq x \ \& \ \neg y \leq z)) \right), \end{aligned}$$

se si prende come dominio del discorso l'intervallo dei numeri reali compresi fra 0 ed 1 e s'interpreta  $\leq$  come l'usuale ordinamento dei reali.

Riformulate il secondo di questi enunciati impiegando un simbolo di Skolem al posto del quantificatore esistenziale; indicate come potrebbe essere interpretato il simbolo di funzione introdotto da tale skolemizzazione.

**Esercizio 3:** 1. Tramite enunciati della logica del prim'ordine con uguaglianza, esprimete l'esistenza di almeno

- due entità nel dominio del discorso;
- quattro entità nel dominio del discorso.

Ritenete che tali enunciati si possano tradurre nella logica algebrica delle relazioni diadiche? Motivare la risposta.

2. Cosa esprime l'uguaglianza relazionale  $\mathbf{1} \circ ((\bar{t} \circ \bar{t}) \cap \bar{t}) \circ \mathbf{1} = \mathbf{1}$  riguardo al dominio del discorso?

**Esercizio 4:** Dimostrate l'insoddisfacibilità della congiunzione

nonno( $X, Y$ ) $\leftarrow$ genitore( $X, Z$ ) $\&$ genitore( $Z, Y$ )	
genitore( $X, Y$ ) $\leftarrow$ madre( $X, Y$ )	
genitore( $X, Y$ ) $\leftarrow$ padre( $X, Y$ )	
madre( <i>giocasta, edipo</i> )	
madre( <i>giocasta, antigone</i> )	
padre( <i>edipo, antigone</i> )	
$\neg$ nonno( <i>giocasta, antigone</i> )	
	$X, Y, Z$ variabili <i>giocasta, edipo, antigone</i> costanti

di clausole di Horn, indicando quali clausole concorrano a formare una contraddizione e come vadano istanziate, a tale scopo, le loro variabili. Pensate che vi siano altri modi di ottenere una contraddizione? Perché?

**Esercizio 5:** Mostrate che il resto della divisione fra due numeri naturali è un'operazione diofantea polinomiale.