

Appello di Logica del 30/09/2021

Docente: Eugenio Omodeo

Esercizio 1: Svolgete, spiegandola, la verifica che i seguenti due enunciati sono tautologici:

$$\begin{aligned} & p \rightarrow q \rightarrow p, \\ & (r \rightarrow s \rightarrow t) \rightarrow (u \rightarrow v) \rightarrow (r \rightarrow s \rightarrow t). \end{aligned}$$

(Qui s'intende che il connettivo \rightarrow d'implicazione associ a destra e che p, q, r, s, t, u, v siano lettere proposizionali).

Esercizio 2: Spiegate perché sono veri i due enunciati

$$\begin{aligned} & (\forall x (0 \leq x \ \& \ x \leq 1)) \ \& \ \neg 1 \leq 0, \\ & \forall x \forall y \left(x \leq y \rightarrow (y \leq x \vee \exists z (\neg z \leq x \ \& \ \neg y \leq z)) \right), \end{aligned}$$

se si prende come dominio del discorso l'intervallo dei numeri reali compresi fra 0 ed 1 e s'interpreta \leq come l'usuale ordinamento dei reali.

Riformulate il secondo di questi enunciati impiegando un simbolo di Skolem al posto del quantificatore esistenziale; indicate come potrebbe essere interpretato il simbolo di funzione introdotto da tale skolemizzazione.

Esercizio 3: 1. Tramite enunciati della logica del prim'ordine con uguaglianza, esprimete l'esistenza di almeno

- due entità nel dominio del discorso;
- quattro entità nel dominio del discorso.

Ritenete che tali enunciati si possano tradurre nella logica algebrica delle relazioni diadiche? Motivare la risposta.

2. Cosa esprime l'uguaglianza relazionale $\mathbf{1} \circ ((\bar{t} \circ \bar{t}) \cap \bar{t}) \circ \mathbf{1} = \mathbf{1}$ riguardo al dominio del discorso?

Esercizio 4: Dimostrate l'insoddisfacibilità della congiunzione

nonno(X, Y) \leftarrow genitore(X, Z) $\&$ genitore(Z, Y)	
genitore(X, Y) \leftarrow madre(X, Y)	
genitore(X, Y) \leftarrow padre(X, Y)	
madre(<i>giocasta, edipo</i>)	
madre(<i>giocasta, antigone</i>)	
padre(<i>edipo, antigone</i>)	
\neg nonno(<i>giocasta, antigone</i>)	
	X, Y, Z variabili <i>giocasta, edipo, antigone</i> costanti

di clausole di Horn, indicando quali clausole concorrano a formare una contraddizione e come vadano istanziate, a tale scopo, le loro variabili. Pensate che vi siano altri modi di ottenere una contraddizione? Perché?

Esercizio 5: Mostrate che il resto della divisione fra due numeri naturali è un'operazione diofantea polinomiale.