LEZIONE 1

DIP MATEMATICA

H2bis ufficio 343

mcirafici@units.it

SCRITTO:
- 3 ORE
- no tel.
- dispense sì

3 esercizi → 6 punti

1 Meccanica Lagrangiana 3

2 linearizzazione 2

3 sforzi interni 1

ORALE: lo scritto ha validità

da 1 Giugno 2022

→ 28 Febbraio 2023

→ OTTIMO, DISTINTO, BUONO, DISCRETO

SUFFICIENTE

PROGRAMMA: CORPO RIGIDO

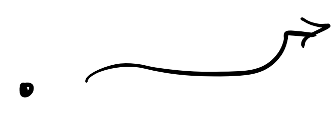
STATICA DINAMICA

INTRODUZIONE

Sistemi fisici & ingegneria

→ modelli

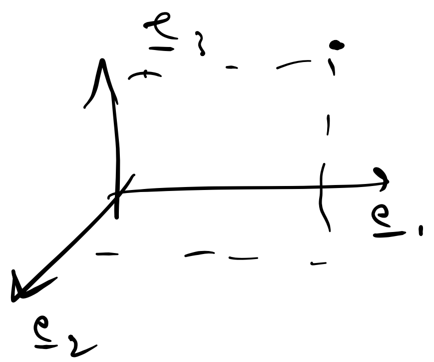
Ex: punto materiale



Moto dei pianeti → punti materiali

Studio dei gas

Punto materiale



$\underline{e}_1 \cdot \underline{e}_2 = 0$

$\underline{e}_1 \wedge \underline{e}_3 = \underline{e}_2$

$P \longrightarrow x, y, z$

x_1, x_2, x_3

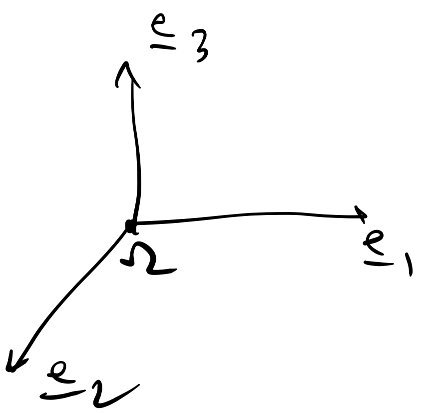
$\underline{x} = (x_1, x_2, x_3)$

$= x_1 \underline{e}_1 + x_2 \underline{e}_2 + x_3 \underline{e}_3$

$\underline{e}_1 = (1, 0, 0)$

$\vec{x}$

$\underline{x} = \underline{x}(t) \longrightarrow \big(x(t), y(t), z(t)\big)$



$\longrightarrow \Sigma\left(\Omega ; \underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3\right)$

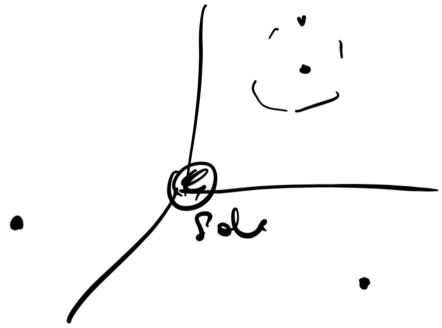
Punto materiale libero = coordinate possono variare in modo indipendente

$\Rightarrow$ COORDINATE LIBERE

o coordinate lagrangiane.

Per il sistema solare

N pianeti:



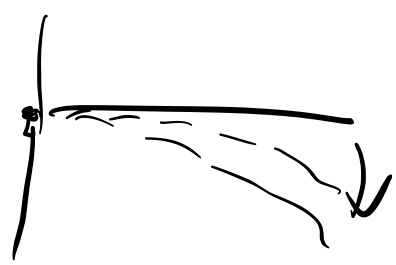
il sistema S ha

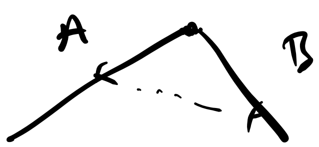
3N gradi di libertà

PUNTO MATERIALE = possiamo ignorare la struttura interna.

Corpo rigido la distanza fra due punti qualsiasi del solido non cambia al variare della configurazione.

Approssimazione →





Sistemi rigidi

Osservatore laboratorio : $\Sigma\,(\Omega\,;\,\underline{e}_1,\underline{e}_2,\underline{e}_3)$

Osservatore solidale : $S\,(O\,;\,\underline{i}\,,\underline{j}\,,\underline{k})$

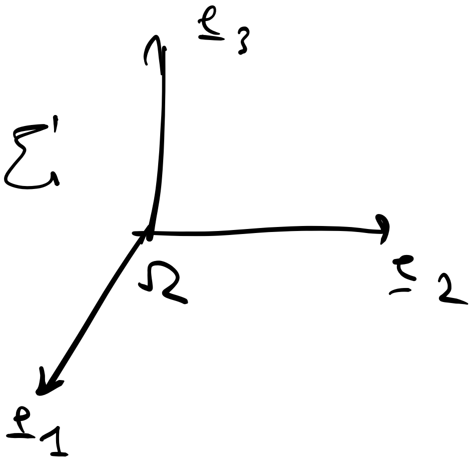
$$O \in R$$

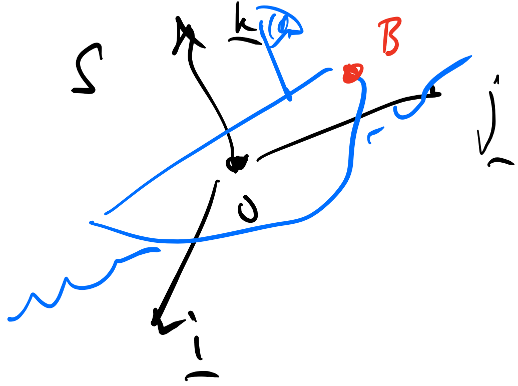
Prendiamo un punto B del rigido ($B \in R$)

la posizione di B rispetto ad S non varia.

Σ vuole sapere dove è B.

- origine e assi di S rispetto a Σ.
- posizione di B in S





Σ sapere dove è $\underline{x}_0$

Σ sapere l'orientazione di $(\underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ rispetto a $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$

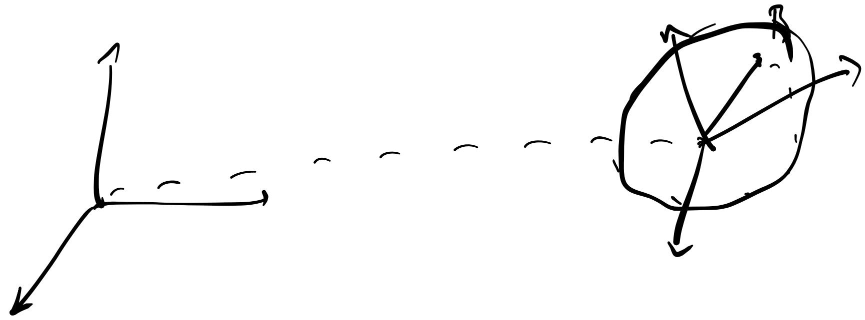
Configurazione di S (e quindi del rigido)

$\underline{x}_0 \longrightarrow$ 3 gradi di libertà

rotazione $\longrightarrow$ 3 gradi di libertà

Un rigido ha 6 gradi di libertà

$$\underset{\Sigma}{\underline{x}_B} = \underset{\Sigma'}{\underline{x}_0} + R \cdot \underset{\text{in } S}{\underline{X}_B}$$



6 coordinate indipendenti

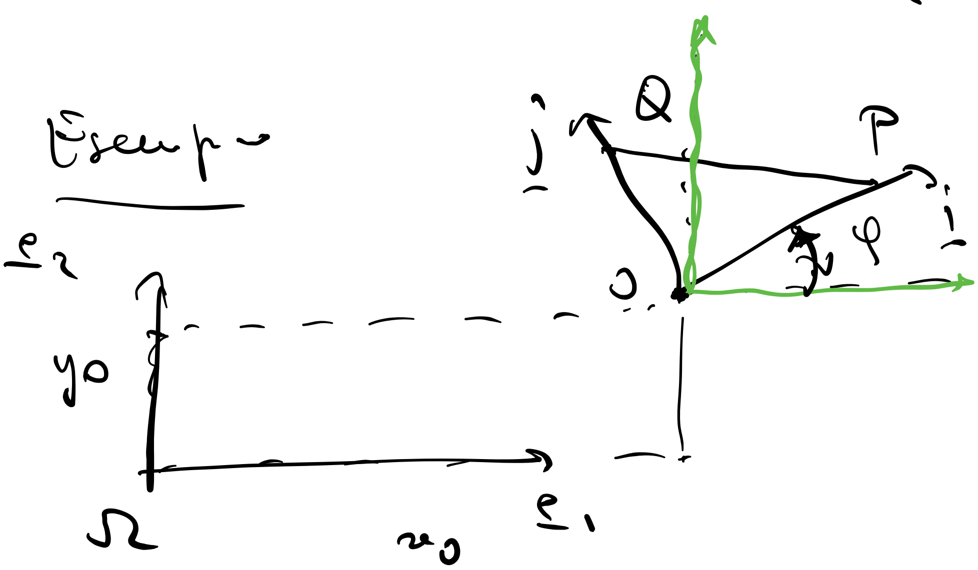
→ spazio delle configurazioni del rigido è 6 – dimensionale.

Se il sistema può muoversi esclusivamente su un piano

→ rigido piano.

Σ e S hanno bisogno solo di due assi ($\underline{e}_3 \parallel \underline{k}$)

<u>Esempio</u>



$\widehat{OQP}$ lamina triangolare

(x_0, y_0, φ)

$$\underline{x}_B = \underline{x}_0 + R \cdot \underline{X}_B$$

(x_0, y_0) $\qquad R = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$

se $\underline{X}_B = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$

$$\underline{x}_B = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} x_0 + \xi\cos\varphi - \eta\sin\varphi \\ y_0 + \xi\sin\varphi + \eta\cos\varphi \end{pmatrix}$$

$$= (x_0 + \xi\cos\varphi - \eta\sin\varphi)\,\underline{e}_1 + (y_0 + \xi\sin\varphi + \eta\cos\varphi)\,\underline{e}_2$$

(x_0, y_0, φ) coordinate libere

Il rigido piano ha 3 gradi di libertà $\left(\underline{x}_B : \underset{(x_0, y_0, \varphi)}{\mathbb{R}^3} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \right)$

$(\ )\underline{e}_1$
$+(\ )\underline{e}_2$