

Esercitazione 04/03/2022

Parte I: Analisi dimensionale

Es. 1

Un corpo si muove con velocità $v=3$ m/s. Esprimere la velocità in cm/min e Km/yr

Es 2

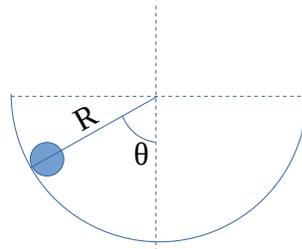
Un corpo si muove lungo l'asse x secondo la legge oraria $x(t) = a t^2 + b t + c$. Specificare le dimensioni di a , b e c .

Es 3

La forza agente in un moto periodico è $F = A \sin(\omega t + \varphi)$. Specificare le dimensioni di A , ω e φ

Es 4

Un punto materiale di massa m vincolato a muoversi su un semicerchio di raggio R viene lasciato libero di muoversi in un punto diverso dal punto più basso. L'angolo θ varia nel tempo con la legge $\theta(t) = (S/R) \cos(\omega t)$. Indicare quali sono le dimensioni di ω e S . Qual è il significato geometrico di S ? Determinare il modulo della velocità della massa m nel punto più basso usando l'analisi dimensionale.



Es 5

La massa di una sostanza radioattiva varia nel tempo secondo la legge $m(t) = m_0 e^{-t/\tau}$. Quali sono le dimensioni di m_0 e τ ? Cosa rappresenta m_0 ?

Es 6

Le dimensioni della forza F sono quelle di una massa per un'accelerazione. Le dimensioni del lavoro L sono quelle di una forza per uno spostamento. Le dimensioni della pressione P sono una forza diviso superficie. Le dimensioni dell'energia cinetica E_k sono quelle di una massa per una velocità al quadrato. Scrivere le equazioni dimensionali per F , L , P ed E_k .

Dire quali delle seguenti equazioni sono dimensionalmente corrette (g accelerazione di gravità, m

massa, S superficie, V volume, v velocità).

$$F = mg + P S; pV = \frac{1}{2} m v^2 + L; L/v = \pi VP/g$$

Es 7

Una forza agisce su un corpo del quale viene misurata l'accelerazione \mathbf{a} e la quantità di moto \mathbf{q} a vari istanti t_1, t_2, \dots, t_n . Quali quantità adimensionali si possono costruire utilizzando le grandezze \mathbf{a} , \mathbf{q} , \mathbf{F} (forza) e t (tempo)? La quantità trovata (se esiste) è costante nel tempo?

Es 8

Un corpo di massa \mathbf{m} viene lasciato cadere da un'altezza \mathbf{h} . Determinare il tempo di caduta e la velocità nell'istante prima di toccare il suolo con il solo uso dell'analisi dimensionale.

Es 9

Determinare l'altezza massima raggiunta da un corpo di massa \mathbf{m} lanciato verso l'alto con velocità \mathbf{v}_0 .

Es 10

Un corpo viene lasciato cadere da un'altezza \mathbf{h} in presenza di attrito viscoso $F = -\gamma v$. Determinare il tempo di caduta mediante l'analisi dimensionale. Supponendo che a causa dell'attrito viscoso il corpo raggiunga una velocità limite costante, determinare la velocità.

Es 11

Determinare il periodo di oscillazione di un pendolo di lunghezza \mathbf{l} e massa \mathbf{m} mediante l'analisi dimensionale

Parte II: vettori

Es 1

- Determinare gli angoli che una diagonale di un cubo forma con i tre spigoli.
- Determinare gli angoli che una diagonale di un parallelepipedo forma con i tre spigoli di lati $a=1$ m, $b=2$ m, $c=3$ m

Es 2

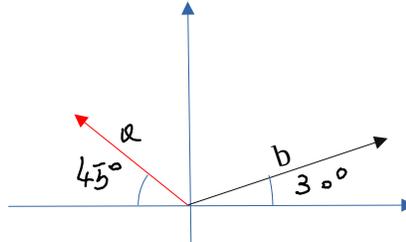
- Se $\mathbf{c} = \alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b}$ con \mathbf{a} e \mathbf{b} non paralleli, determinare α e β come funzione di \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c}
- Dati i vettori \mathbf{a} e \mathbf{b} , scomporre il vettore \mathbf{a} nella somma di un vettore parallelo a \mathbf{b} ed uno ad esso ortogonale.

Es 3

Una nave si sposta di 100 km verso Ovest. Di quanto deve successivamente spostarsi in direzione Nord 30° Est affinché lo spostamento risultante sia diretto verso Nord? Quanto vale lo spostamento risultante?

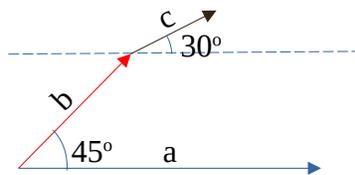
Es 4

Calcolare il prodotto scalare e vettoriale dei vettori in figura sapendo che $|a|=2 \cdot \sqrt{2}$ e $|b|=2 \cdot \sqrt{3}$



Es 5

Dati i Vettori **a**, **b** e **c** in figura, calcolare i prodotti: $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ e $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$



ES 6

Rispetto ad un sistema di assi cartesiani Oxy vengono assegnati i vettori **a**(1,1) e **b**(2,0). Si consideri un sistema Ox'y' con stessa origine, ma ruotato di 45° in senso antiorario. Quali sono le componenti dei vettori **a** e **b** nel nuovo sistema di riferimento? I moduli dipendono dal sistema scelto? Il prodotto scalare ed il prodotto vettoriale dipendono dal sistema scelto?

Es 7

Dimostrare che se $v(t)$ è costante nel tempo, allora $dv(t)/dt \perp v$.

ES 8

Calcolare la derivata rispetto al tempo di un versore \hat{r} che ruota spazzando un angolo $\theta(t)$. È possibile determinare la direzione del vettore risultante?

