

# CONVERTITORI CC/CA (INVERTITORI) II

**Prof. Simone CASTELLAN**

[1] N.Mohan, T.M.Undeland and W.P.Robbins, *Power electronics – Converters, applications, and design*, John Wiley & Sons, 1995.

Versione italiana: *Elettronica di potenza – Convertitori ed applicazioni*, Hoepli, 2005.

[2] M.H.Rashid, *Power electronics: circuit, devices and applications*, Pearson Education – Prentice Hall, 2004.

Versione italiana: *Elettronica di potenza – Dispositivi e circuiti (Volume 1), Elettronica di potenza – Applicazioni (Volume 2)*, Pearson Paravia Bruno Mondadori, 2008.

[3] M.H.Rashid, *Power electronics handbook*, Academic Press, 2001.

# TECNICA DI CONTROLLO PWM

Nell'invertitore di tensione ad onda quadra si può variare la frequenza della tensione di uscita, ma per variare l'ampiezza è necessario variare la tensione continua di ingresso. Per consentire la variazione dell'ampiezza della tensione di uscita senza variare la tensione di ingresso e per migliorare il contenuto armonico della corrente di carico si ricorre ad una tecnica mutuata dalla radiotecnica, detta modulazione della durata degli impulsi della tensione (Pulse Width Modulation - PWM).

La tecnica della PWM consiste nell'introdurre delle inversioni delle tensioni di fase dell'invertitore posizionate in opportuni istanti all'interno del periodo della prima armonica. L'obiettivo è di ottenere una tensione di fase in uscita dall'invertitore (detta *tensione modulata*) con un contenuto armonico che alle "basse frequenze" (cioè in una banda nell'intorno della modulante) sia uguale a quello del segnale di riferimento, detto *modulante*. La tensione modulata dunque ricostruisce, alle "basse frequenze", il segnale modulante.

Ci sono vari tipi di tecniche PWM; le principali sono:

- *modulazione a sotto-oscillazione,*
- *modulazione pre-programmata:*
  - *eliminazione di prefissate armoniche,*
  - *minimizzazione dell'ondulazione di corrente o di coppia,*
- *modulazione vettoriale,*
- *modulazione random.*

# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE

Si confrontano un segnale di tensione ad “alta frequenza” solitamente avente una forma triangolare simmetrica detto *portante* ed un segnale a “bassa frequenza” detto *modulante*. Negli istanti in cui le due forme d’onda si intersecano vengono imposte le inversioni della tensione di fase dell’invertitore agendo sugli interruttori del corrispondente ramo.

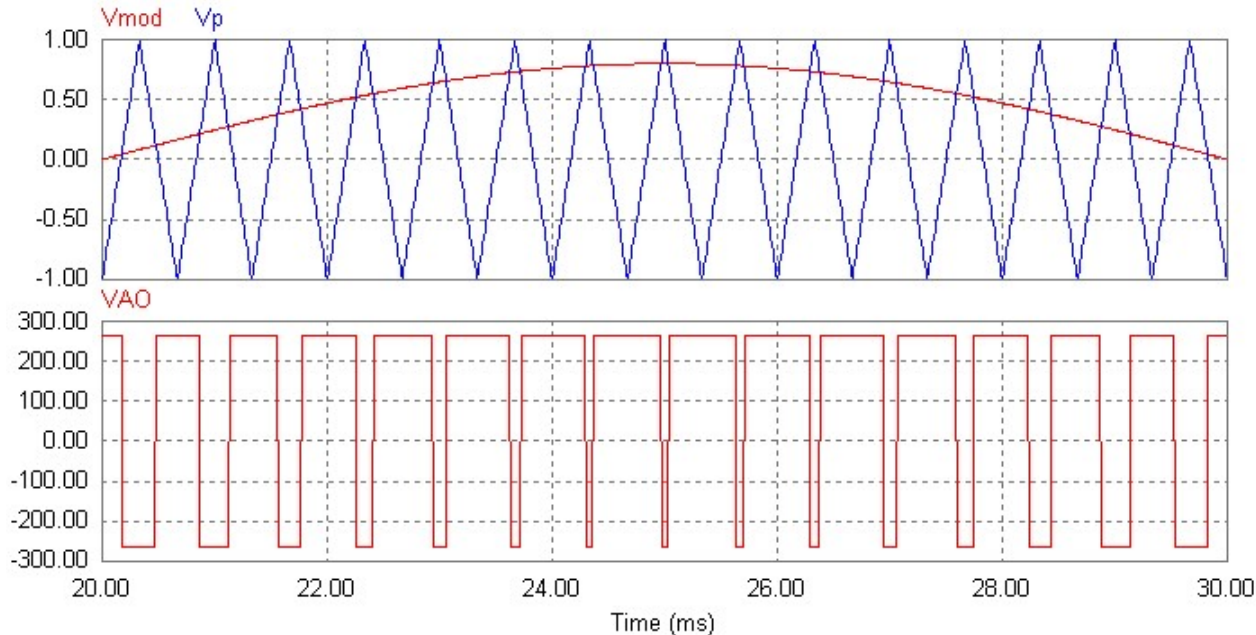
Poiché in ogni periodo di portante si hanno due commutazioni di ciascun interruttore del ramo (fase): una in “salita” ed una in “discesa”, tale periodo si chiama anche *periodo di modulazione* e il suo inverso *frequenza di modulazione* ovvero di *commutazione*.

Sia  $v_t(t)$  il segnale portante avente ampiezza  $V_t$  e pulsazione  $\omega_t$  e si supponga che il segnale modulante  $v_s(t)$  sia sinusoidale, cioè  $v_s(t) = V_{sM} \sin(\omega_s t + \varphi)$ . Si definiscono l’indice di modulazione  $M$  e il rapporto tra le pulsazioni  $P$ :

$$M = \frac{V_{sM}}{V_t} \quad P = \frac{\omega_t}{\omega_s}$$

La PWM a sotto-oscillazione richiede solo due intersezioni per periodo di portante, per questo devono valere:

$$M \leq 1 \quad P > \frac{\pi}{2} M$$



# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE SINUSOIDALE

Si analizzi la PWM a sotto-oscillazione relativa ad un ramo dell'invertitore e si supponga che il segnale modulante sia sinusoidale (in questo caso si parla di sotto-oscillazione sinusoidale). Indicando con  $J_n(x)$  la funzione di Bessel di ordine  $n$  (reale), la tensione modulata ha la seguente espressione:

$$v_{AO}(\omega_s t) = M \frac{V_{dc}}{2} \sin(\omega_s t + \varphi) + \frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r} \left\{ \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q \left( \frac{r\pi M}{2} \right) S(r+q) \sin[(rP+q)\omega_s t + q\varphi] \right\}$$

dove  $\varphi$  è la fase iniziale della portante rispetto alla modulante e la funzione  $S(r+q)$  è

$$S(r+q) = \begin{cases} 0 & \text{se } (r+q) \text{ pari} \\ 1 & \text{se } (r+q) \text{ dispari} \end{cases}$$

La tensione modulata è costituita da infiniti termini; oltre a quello a frequenza fondamentale  $\omega_s$  sono presenti termini aventi frequenze

$$(rP+q)\omega_s t = (r\omega_t + q\omega_s)t \quad r = 1 \div \infty \quad q = -\infty \div +\infty$$

# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE SINUSOIDALE

I termini possono essere suddivisi in gruppi, ciascun gruppo caratterizzato dall'indice  $r$ .

Si fissi un valore di  $r$ : le armoniche, al variare di  $q$  sono disposte simmetricamente rispetto alla frequenza centrale del gruppo  $r\omega_t$ . Inoltre per  $(r+q)$  pari la relativa armonica ha ampiezza nulla, quindi le armoniche ai lati di  $r\omega_t$  sono presenti alternativamente al variare di  $q$ .

L'ampiezza dei termini è inversamente proporzionale a  $r$  e direttamente proporzionale a  $J_q(r\pi M/2)$ .

Per ogni indice di gruppo  $r$  l'ampiezza delle armoniche non nulle decresce all'aumentare di  $q$ ; si può quindi individuare una banda utile (delle armoniche) centrata su  $r\omega_t$  oltre la quale le armoniche hanno ampiezza trascurabile.

Il primo gruppo ( $r = 1$ ) ha banda più stretta ma le ampiezze delle armoniche sono maggiori. Per  $r > 1$  le bande sono più ampie ma le ampiezze delle armoniche più piccole.

La fase dei termini è proporzionale a  $q$ , ma indipendente dal gruppo  $r$ .

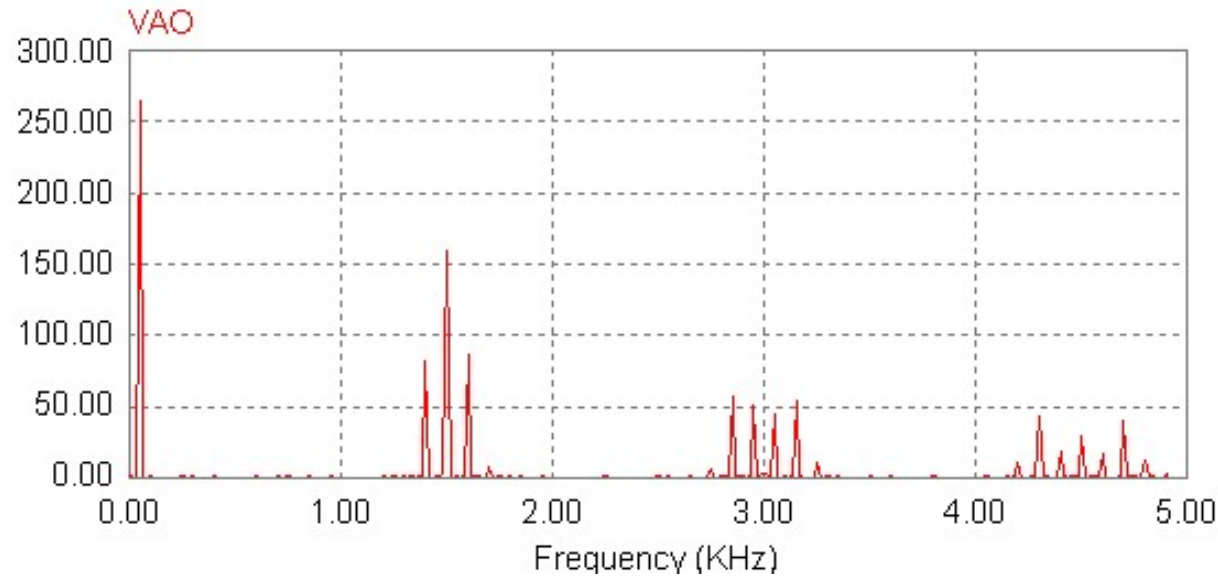
Se  $P$  è razionale (intero) la modulazione si dice sincrona, la tensione modulata è periodica e può esserci anche una componente continua. Se  $P$  è irrazionale la modulazione si dice asincrona, la tensione modulata è aperiodica e si hanno anche *subarmoniche* e *interarmoniche*.

In generale possono esserci contributi alla prima armonica anche dalla seconda parte dell'espressione della tensione modulata. Però se  $P > 9$  la componente fondamentale coincide con il primo termine dell'espressione della modulata a meno di un errore inferiore a 0.5%.

$$V_{1M} \cong M \frac{V_{dc}}{2}$$

Inoltre sempre con  $P > 9$  le eventuali componenti subarmoniche e continua sono inferiori allo 0.1% della componente fondamentale.

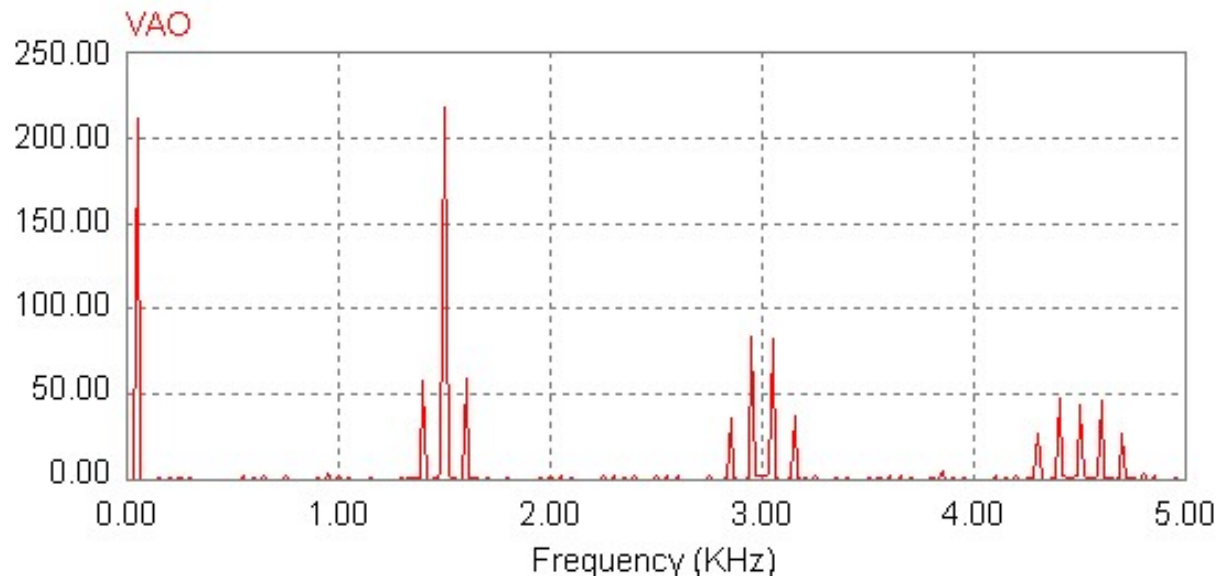
# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE SINUSOIDALE



$$f_s = 50 \text{ Hz}$$

$$f_t = 1500 \text{ Hz}$$

$$M = 1$$

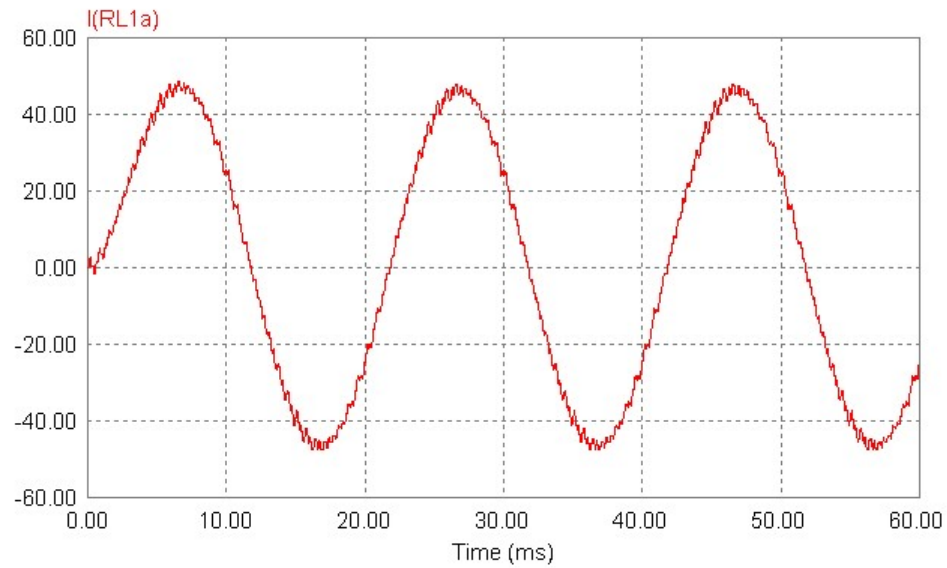


$$f_s = 50 \text{ Hz}$$

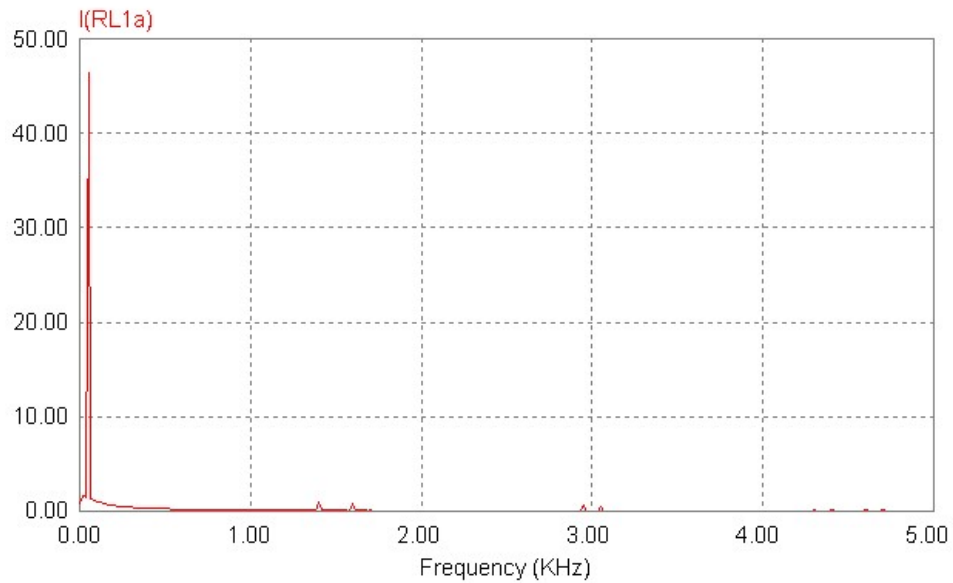
$$f_t = 1500 \text{ Hz}$$

$$M = 0.8$$

# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE SINUSOIDALE

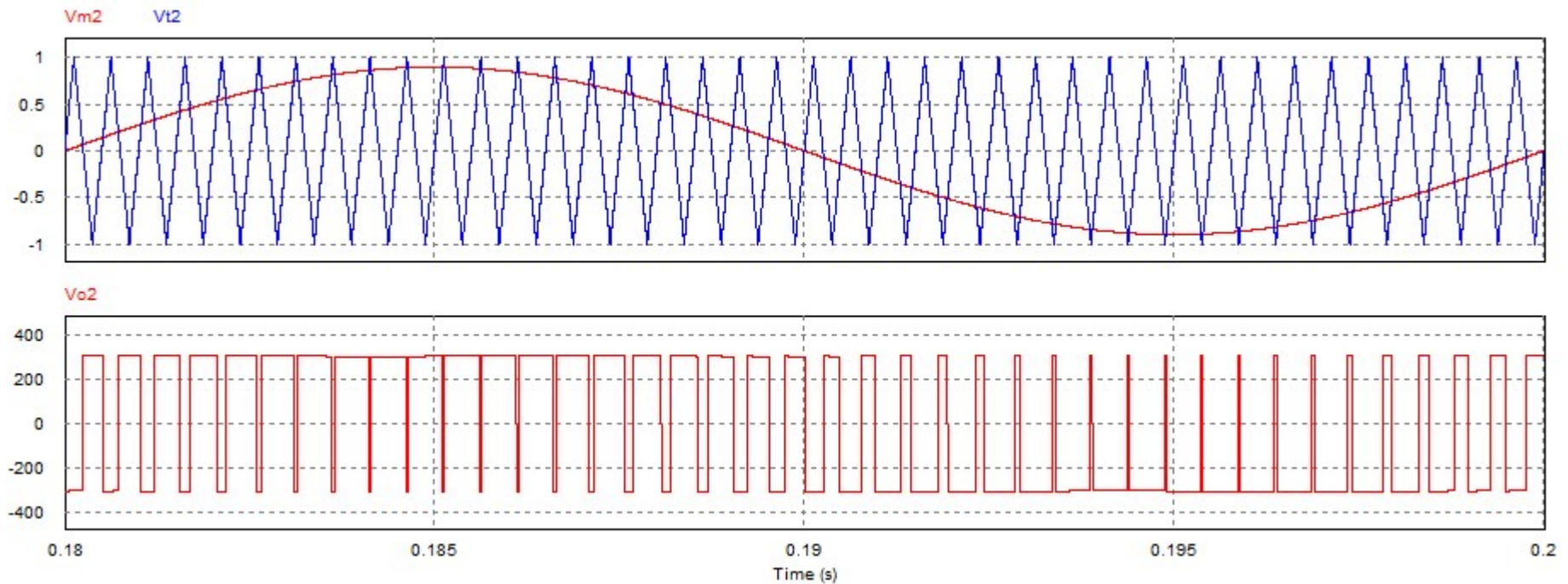
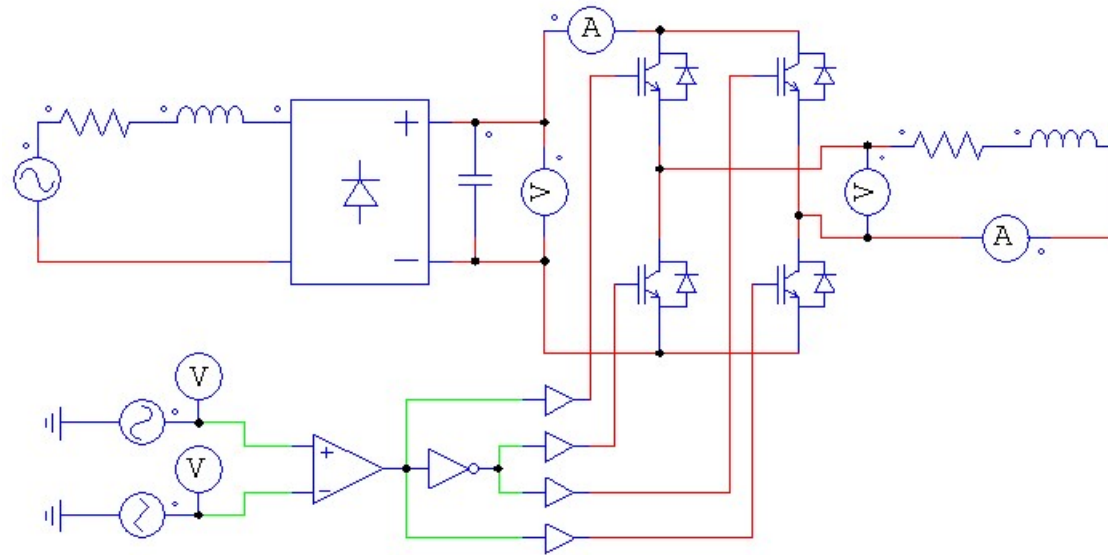


Corrente assorbita dal carico



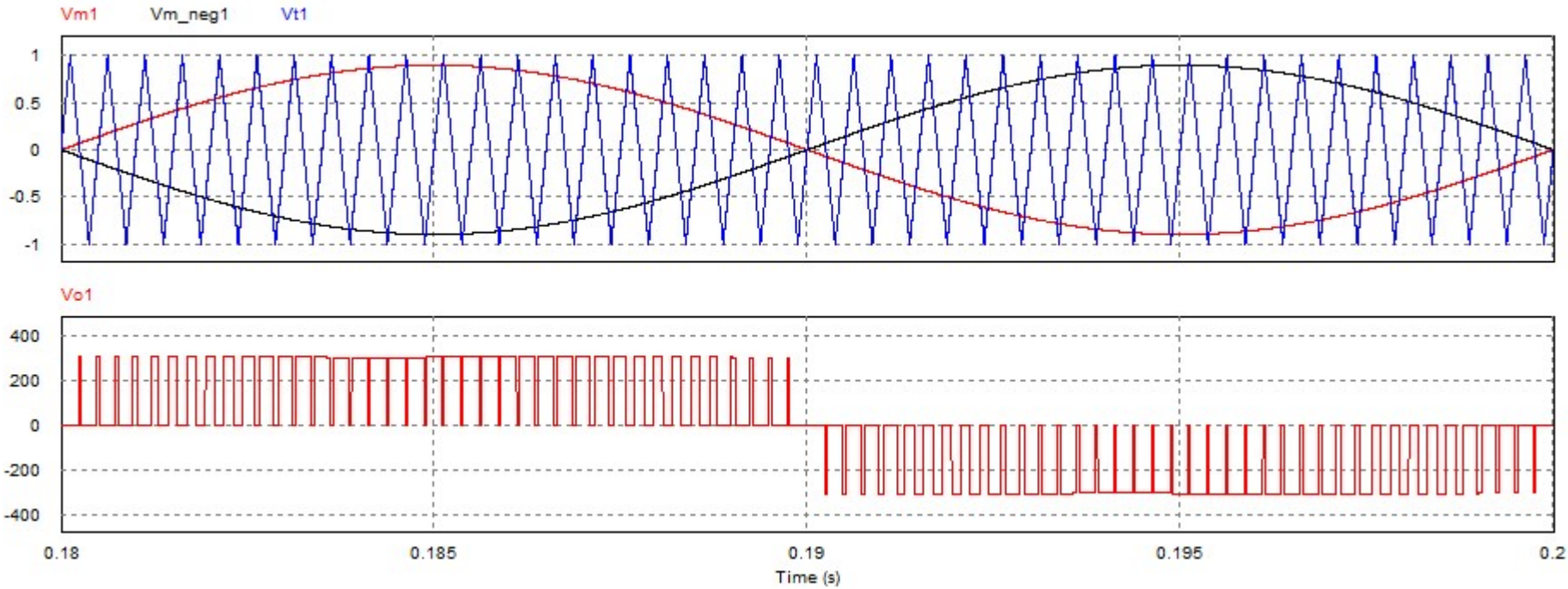
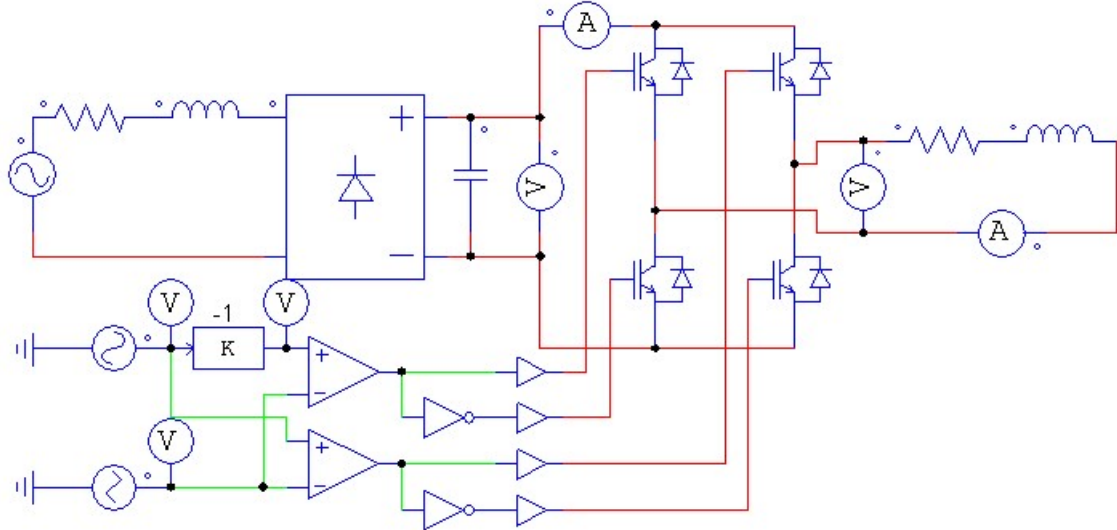
Spettro della corrente assorbita dal carico

# INVERTITORE MONOFASE: PWM BIPOLARE

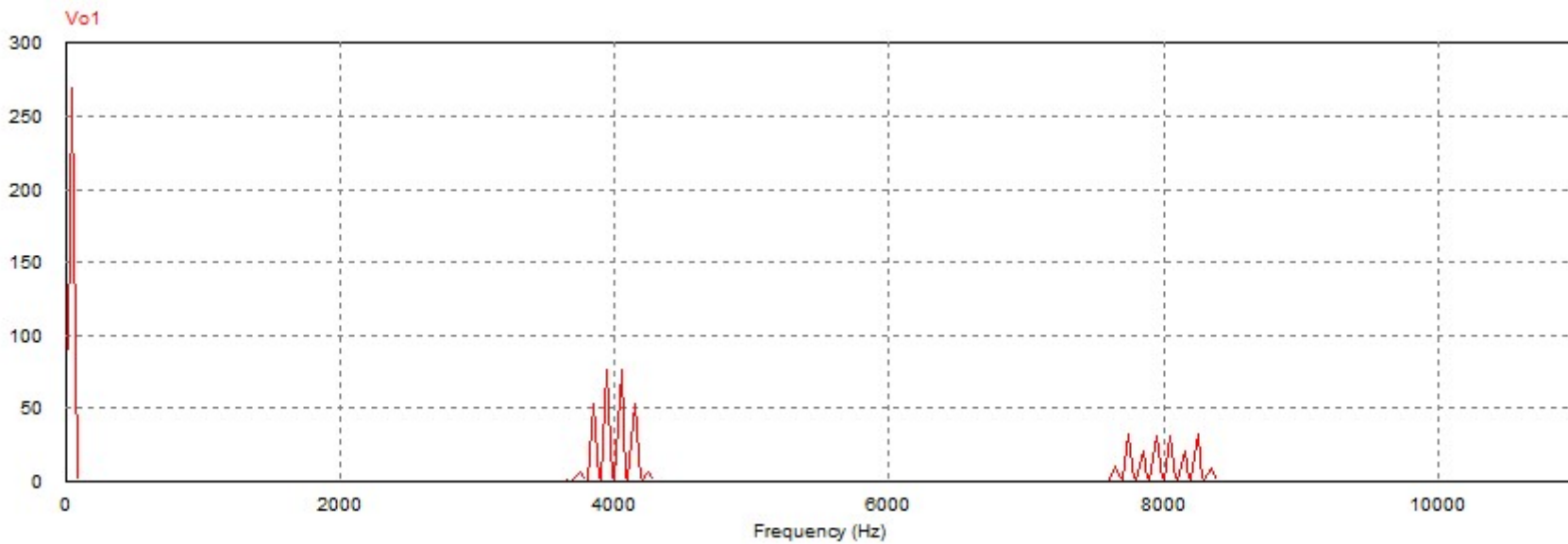
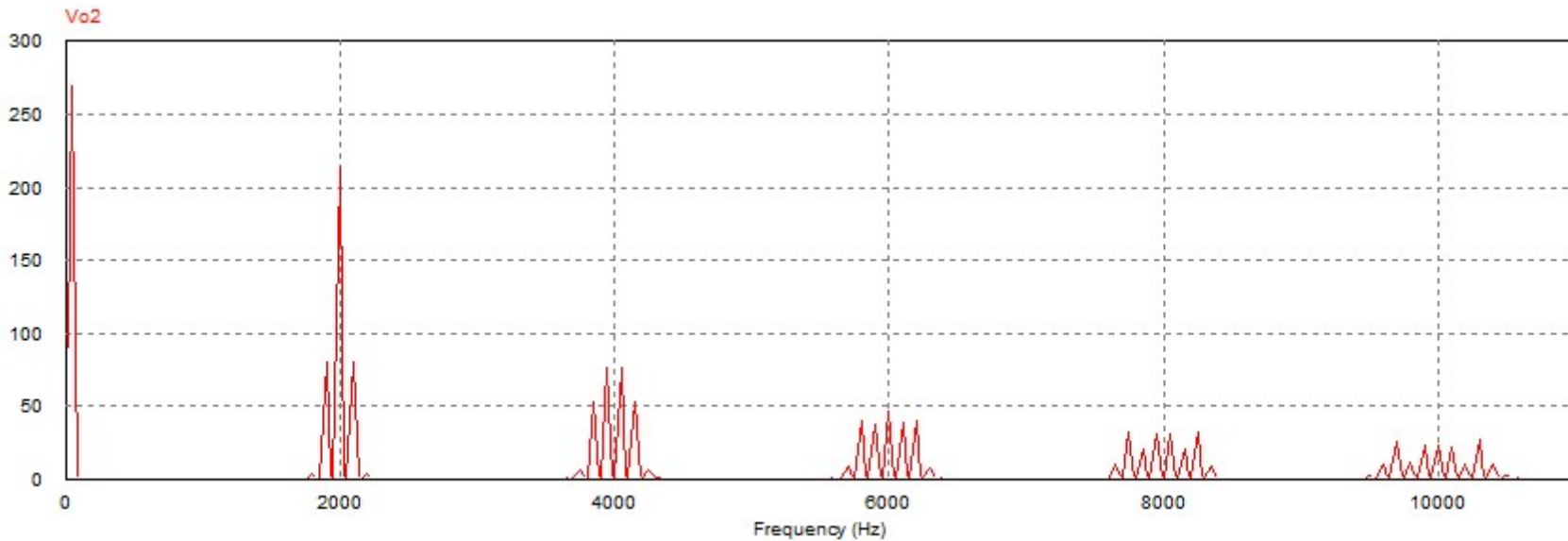




# INVERTITORE MONOFASE: PWM UNIPOLARE



# CONFRONTO TRA PWM BIPOLARE E PWM UNIPOLARE



# PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE SINUSOIDALE PER UN SISTEMA TRIFASE

Una terna trifase di tensioni modulate può essere ottenuta, in generale, da una terna di modulanti e da una terna di funzioni triangolari portanti, quest'ultime formano di solito una terna omopolare cioè sono costituite da un'unica funzione triangolare.

Da un'invertitore a tre rami (trifase) si ottiene un sistema trifase di tensioni se le tre modulanti sinusoidali sono sfasate di  $120^\circ$  una rispetto all'altra e se ogni ramo (fase) è comandato in maniera indipendente dagli impulsi ottenuti dal processo di modulazione (comparazione) di ciascuna modulante con l'unica portante.

Si ottengono tre tensioni modulate di fase le cui espressioni coincidono con quella vista ma in cui l'angolo di sfasamento iniziale per ciascuna delle tre fasi è  $\varphi$ ,  $(\varphi - 2\pi/3)$ ,  $(\varphi - 4\pi/3)$ .

Come conseguenza le componenti armoniche omologhe delle tre fasi hanno rispettivamente gli angoli di fase iniziale  $q\varphi$ ,  $q(\varphi - 2\pi/3)$ ,  $q(\varphi - 4\pi/3)$ , dove  $q$  è l'indice di armonica all'interno di un gruppo.

Si può dimostrare che le armoniche caratterizzate, nelle tre fasi, da uno stesso indice  $q$  formano terne omopolari, dirette o inverse.

Considerato  $m$  un numero intero, si ha che per

$q=3m$  la terna è omopolare,

$q=3m-1$  la terna è inversa,

$q=3m+1$  la terna è diretta.

# VARIANTI DELLA PWM A SOTTO-OSCILLAZIONE

Le principali varianti della PWM a sotto-oscillazione sinusoidale sono:

- sovramodulazione,
- distorsione della modulante con terza armonica,
- modulazione uniforme.

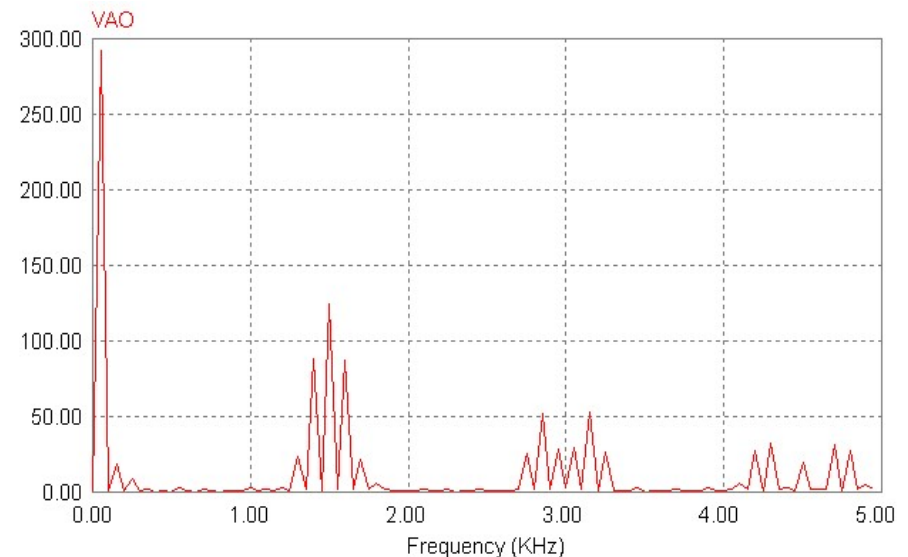
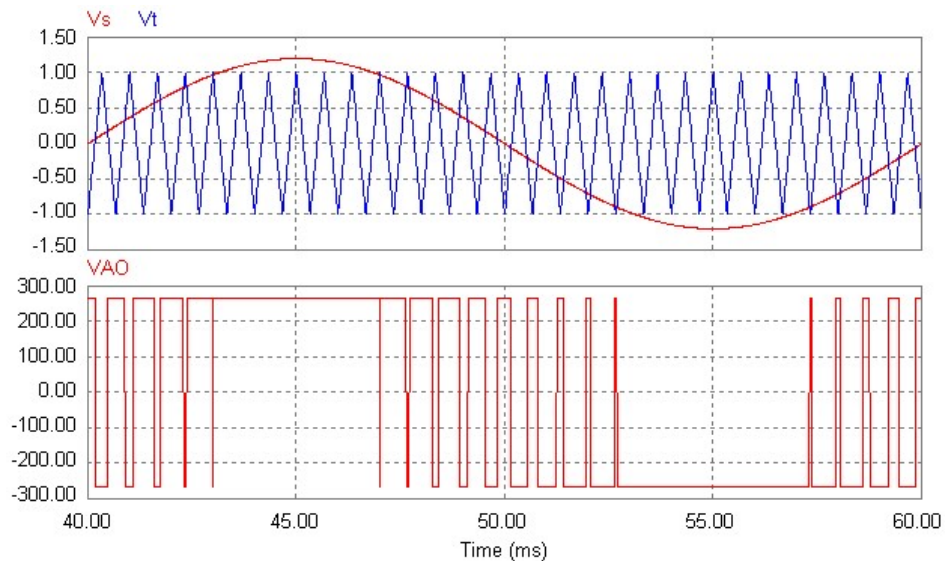
Le prime due sono finalizzate ad aumentare l'ampiezza della prima armonica oltre il valore di  $V_{dc}/2$ , la terza ha l'obiettivo di poter lavorare con bassi valori di  $P$  pur mantenendo un contenuto armonico favorevole.

# SOVRAMODULAZIONE

La sovrarmodulazione non è una nuova tecnica, è semplicemente l'estensione della sotto-oscillazione a valori di  $M > 1$ .

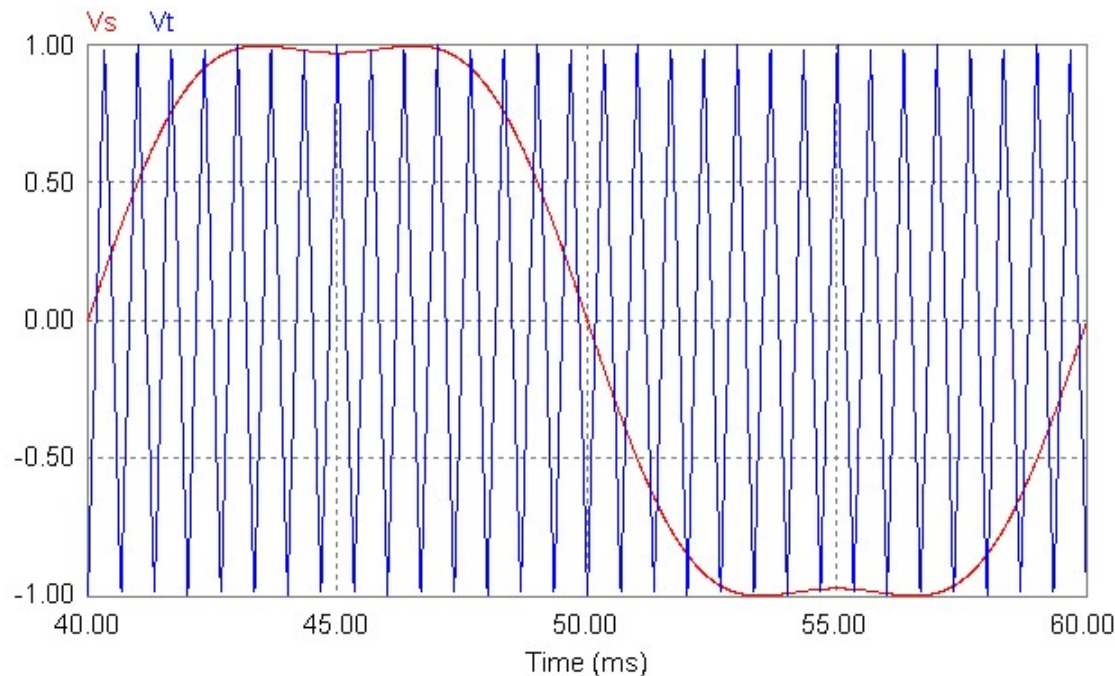
Se  $M > 1$ , in corrispondenza dei valori massimo e minimo (negativo) della modulante (sinusoidale) mancano alcune intersezioni con la portante perché la modulante supera in ampiezza la portante. Per cui in tale circostanza si perdono alcune inversioni della tensione di fase dell'invertitore. Più aumenta  $M$  maggiore sarà il numero di inversioni mancanti. Fino a giungere ad una situazione in cui non ci sono intersezioni tra i due segnali e corrispondentemente l'invertitore funzionerà in modalità di onda quadra.

Man mano che  $M$  aumenta anche l'ampiezza della prima armonica aumenta (fino a giungere a quella dell'onda quadra) ma peggiora il contenuto armonico (fino a giungere, anche in questo caso, a quello relativo all'onda quadra).



# DISTORSIONE DELLA MODULANTE CON TERZA ARMONICA

Questa tecnica prevede di sommare alla modulante sinusoidale un termine sinusoidale con frequenza tripla (terza armonica).

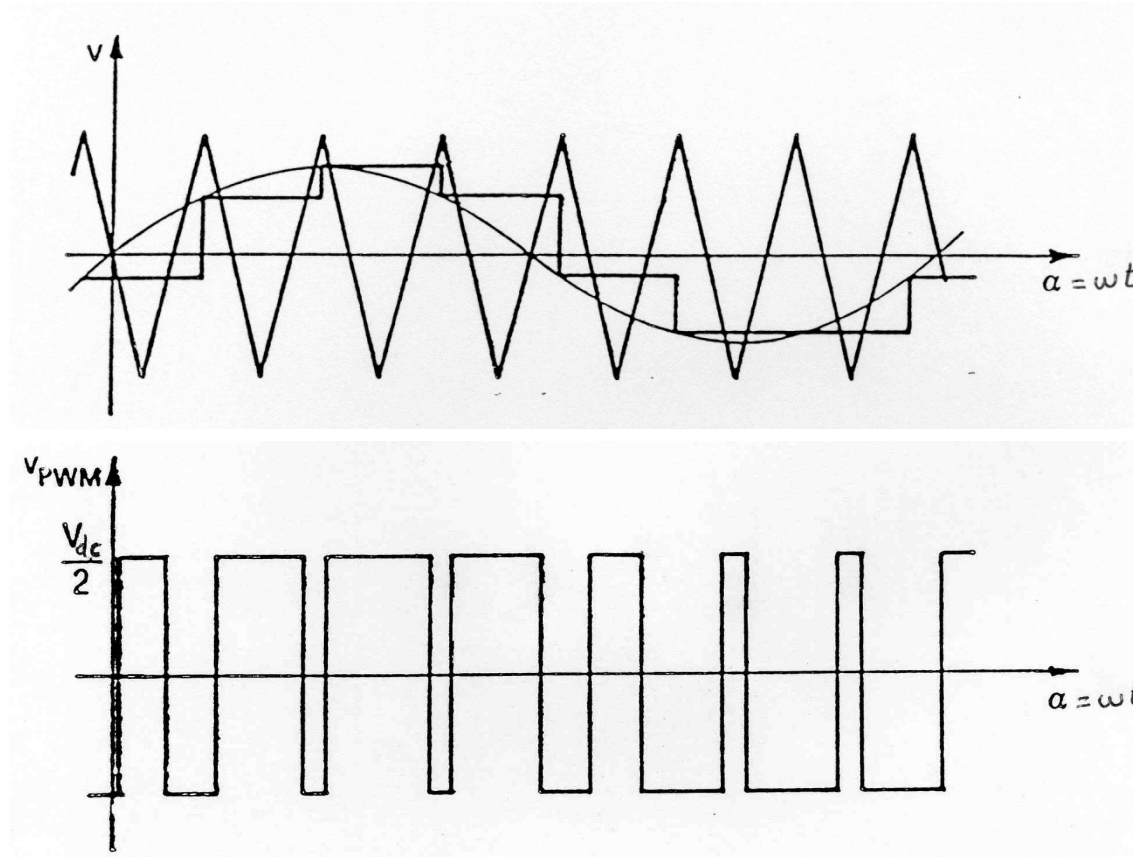


Dalla figura si vede l'effetto della terza armonica sul segnale modulante. Si recuperano le inversioni di tensione che altrimenti sarebbero assenti. Si può dimostrare che quando la terza armonica ha ampiezza  $V_t/6$  la funzione seno può giungere fino a  $2/\sqrt{3}V_t$ . La prima armonica in tal caso raggiunge  $2/\sqrt{3} \cdot V_{dc}/2$ , circa uguale a  $1.15V_{dc}/2$ .

Con questa tecnica si recupera dunque un 15% rispetto alla modulazione semplice. Il contenuto armonico rimane favorevole in quando compaiono le armoniche correlate con la terza armonica della modulante. Ma queste costituiscono delle terne omopolari che, come visto in precedenza, scompaiono se il carico ha il centro stella isolato, per cui non influenzano nemmeno la corrente di fase.

# MODULAZIONE UNIFORME

Questa tecnica, detta anche modulazione regolare, consente di lavorare a bassi valori della frequenza di portante pur mantenendo un contenuto armonico favorevole della tensione modulata.



Gli istanti di inversione della tensione di fase non avvengono più in corrispondenza dell'intersezione della portante con la modulante ma con un segnale ottenuto "campionando e tenendo" il valore che la modulante assume in corrispondenza dei picchi della portante.

# MODULAZIONE UNIFORME

Il contenuto armonico della tensione modulata con questa tecnica ha ancora una struttura a gruppi analoga a quella della modulazione tradizionale (detta naturale), con le seguenti differenze.

- Al posto del primo termine compare un gruppo caratterizzato da  $r = 0$  e  $q$  intero positivo;  $q = 1$  fornisce la fondamentale.
- L'ampiezza dei termini di un gruppo non dipende solo da  $M$  e  $q$  ma anche da  $P$ . Anche l'ampiezza della componente fondamentale dipende da  $M$  e  $P$  e non varia linearmente con  $M$ .
- I termini di un gruppo hanno tutti ampiezza non nulla (non sono più presenti alternativamente al variare di  $q$ ). Però le ampiezze dei termini laterali rispetto al centro-banda sono decisamente inferiori rispetto alla modulazione naturale. Quindi questa tecnica consente di lavorare con valori di  $P$  inferiori pur mantenendo un favorevole contenuto armonico anche per quanto riguarda le subarmoniche.