APPROSSIMAZIONI NUMERICHE

Nelle attività scientifiche e industriali, è spesso necessario approssimare i risultati o, come spesso si usa dire, **arrotondarli**. Non esistono regole generali che indichino in che misura e quando eseguire l'approssimazione: sarà perciò solo l'esperienza a suggerire di volta in volta la più opportuna approssimazione di un risultato numerico.
Cercheremo di segnalare alcuni casi particolarmente significativi.

Una prima regola è quella di non voler a tutti i costi fornire un risultato con molte cifre con il pericolo che l'intero risultato venga a perdere credibilità. Non è il numero di cifre dopo la virgola che aumenta la precisione di una misura, ma il modo con cui si è proceduto alla sua effettuazione.

Esempio. Supponiamo di voler misurare la statura media di un gruppo di 43 persone servendoci di un metro graduato in mm e sia 7586 cm la somma di tutte le stature;(174.3; 170,9; 168,6;…).
La statura media è data da 7586/43 cm = 176,4186 cm.
Però, affermare che la statura media del gruppo è questa non ha alcun senso, perché vorrebbe dire che siamo stati in grado di misurare la statura media fino a 1 millesimo di millimetro (6) , con uno strumento con il quale possiamo apprezzare il mezzo millimetro. Dovremo perciò esprimere il risultato come 176,4 m. In questo caso siamo ricorsi a un'approssimazione per difetto, avendo ignorato il contributo additivo di 0,186 mm.

Non ha alcun significato pretendere di esprimere il risultato di una misura o eseguire calcoli con un numero di cifre decimali superiori a quelle dei dati forniti dallo strumento.(Prima si arrotonda e poi si fanno le operazioni)

Il criterio generale che si segue nelle **approssimazioni per arrotondamento** è il seguente:

a) se la prima cifra da eliminare (cifra di controllo) è *minore* di 5, le cifre conservate restano invariate (*arrotondamento per difetto*);
b) se la cifra di controllo è maggiore di 5 o uguale a 5 seguito da almeno una cifra diversa da zero, l'ultima cifra conservata deve essere aumentata di 1 (*arrotondamento per eccesso*);
c) se la cifra di controllo è 5 seguita solo da zeri, l'arrotondamento può essere eseguito sia per eccesso sia per difetto.

MISURE ED ERRORI DELLO STRUMENTO

Ogni strumento di misurazione è caratterizzato da:
prontezza (inverso del tempo di risposta)
sensibilità
precisione.
portata

1) **prontezza** è data dalla rapidità di risposta dello strumento.
Numericamente la prontezza è data dal reciproco dell'intervallo di tempo Δt richiesto dallo strumento per raggiungere lo stato di equilibrio (il 90 % del valore finale) e quindi dare una risposta. Uno strumento che risponde in un millesimo di secondo ha una prontezza di 10^3 sec $^{-1}$.
Un termometro a mercurio con grande bulbo, una grande massa di mercurio, grande inerzia termica e quindi impiega molte tempo per raggiungere l'equilibrio termico. Ha una piccola prontezza.
Una copia termoelettrica nella quale il movimento delle cariche elettriche è rapidamente influenzato dalle variazioni di temperatura, avrà una grande prontezza.

2) **precisione**.
Da non confondere la precisione dello strumento con la precisione della misura che dipende da tutti gli errori che vengono commessi.
La precisione di uno strumento è legata alle caratteristiche costruttive dello strumento stesso (caratteristica intrinseca e non dipende in generale da come lo si usa).
La precisione di una misura dipende dalla qualità dello strumento impiegato, dalla tecnica di misura, dalla abilità dell'osservatore (**Errori Sistematici+ Errori casuali**).

3) **sensibilità** è legata alla più piccola variazione della grandezza da misurare che lo strumento è in grado di apprezzare. E' definita numericamente dal reciproco della minima variazione misurata. Una bilancia in grado di apprezzare variazioni di un milligrammo ha una sensibilità di 10^3 g $^{-1}$.
Per gli strumenti analogici, con scala graduata e indice, la più piccola variazione misurabile è data dalla distanza tra due tacche successive, mentre negli strumenti digitali la sensibilità riguarderà l'ultima cifra che compare sul visore.
Non confondere Precisione dello strumento o la precisione della misura. Si possono fare misure con un cronometro con una Sensibilità di 1/100 di secondo nelle quali i tempi di reazione dell'operatore di 1/10 di secondo influenzano pesantemente la precisione della misura.

4) **portata** e' massimo valore della grandezza in esame che può essere misurato dallo strumento (fondo scala).

Quando ripetiamo una misura ci accorgiamo che spesso i risultati ottenuti sono, anche se di poco, diversi tra loro, specialmente se la misura richiede molte operazioni manuali.

- Per esempio misurando con un apparecchio sensibile, la temperatura di un gas contenuto in un recipiente, si possono trovare valori diversi perché la pressione del gas è variata impercettibilmente o perché ci sono stati scambi minimi di energia con l'esterno o perché lo strumento può non essere stabile nel tempo, o ancora, perché lo strumento e l'osservatore influiscono sulla misura alterando lo stato fisico del gas ecc.

Alcuni errori si presentano in successive misurazioni sempre con le stesse caratteristiche o la stessa intensità (bilancia non tarata correttamente che dà misure maggiori o minori sempre della stessa quantità).
Oppure errori dovuti al metodo (profondità pozzo senza tener conto del tempo di propagazione del suono)

Questi errori sono detti **sistematici** e, in linea di principio, possono essere eliminati con un'accurata analisi del metodo di misurazione e degli strumenti impiegati.

Altri errori invece si presentano con caratteristiche mutevoli, (positivi o negativi) e di entità variabile in modo casuale. Essi dipendono da tante piccole cause che sfuggono ad ogni controllo.
Questi errori, che vengono chiamati **casuali** od anche **accidentali**, non possono mai essere totalmente eliminati. E' possibile ridurne l'influenza.

Supponiamo di misurare una certa grandezza x e di ripetere N volte la misurazione sempre con la stessa strumentazione e la stessa tecnica. Riportiamo le N misure ottenute in un grafico come in figura in cui sulle ordinate è indicato il numero **f** di misure (oppure f / N) il cui valore è compreso in ciascuno degli intervalli **Δx** riportati sull'asse delle ascisse.
Si ottiene così un **ISTOGRAMMA** nel quale, per semplicità, ogni gradino ha la stessa base Δx.

Esempio.
Da una serie di misure ripetute si ottengono come valori:
26.4, 23.9, 25.1, 24.6, 22.7, 23.8, 25.1, 23.9, 25.3, 25.4
Dividiamo la serie in certo numero di intervalli e contiamo quanti valori cadono in un intervallo. Si ottiene:

Intervallo	22-23	23-24	24-25	25-26	26-27	27-28
Eventi	1	3	1	4	1	0

Istogramma mostra frazione misure che cadono in ciascun intervallo.

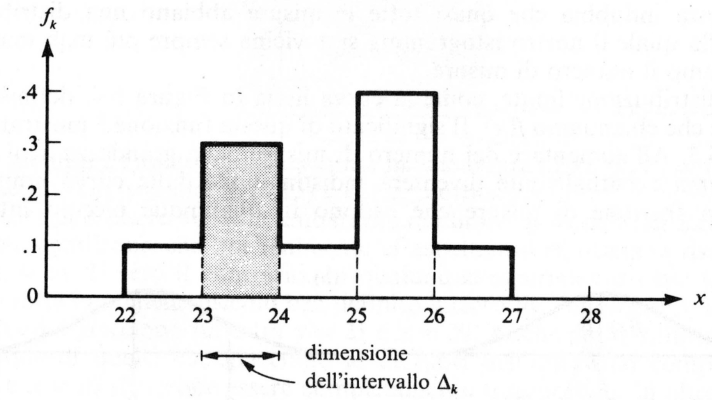


Figura 5.2. *L'istogramma ad intervalli mostra la frazione di misure di* x *che cadono negli "intervalli" 22-23, 23-24, e così via. L'area del rettangolo sopra ciascun intervallo dà la frazione di misure che cadono in quell'intervallo. Così l'area del rettangolo ombreggiato è 0.3, indicando che 3/10 di tutte le misure giacciono tra 23 e 24.*

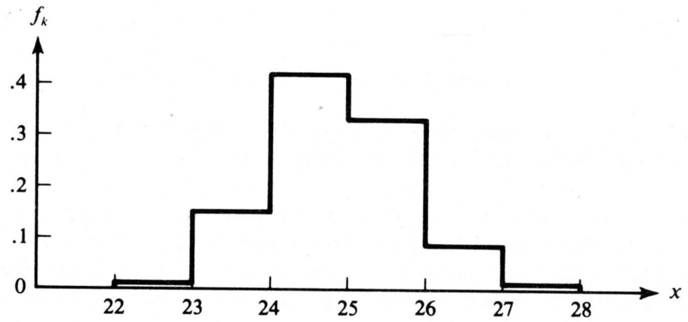


Figura 5.3. *Istogramma per 100 misure della stessa grandezza di Figura 5.2.*

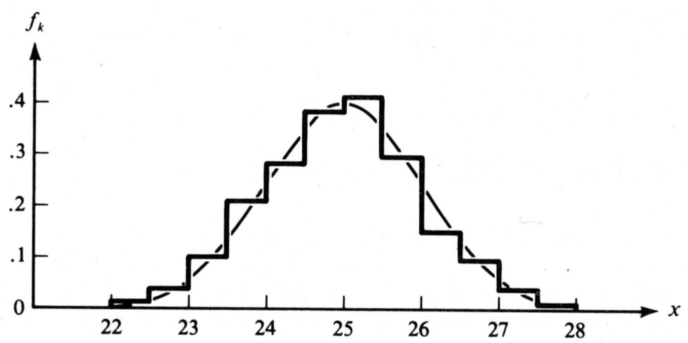


Figura 5.4. *Istogramma per 1000 misure della stessa grandezza di Figura 5.3. La curva tratteggiata è la distribuzione limite.*

Se il numero delle misure ottenute è molto elevato possiamo ridurre notevolmente la larghezza dei gradini e tracciare una curva praticamente a tratto continuo.

Se il numero delle misure ottenute è molto elevato possiamo ridurre notevolmente la larghezza dei gradini e tracciare una curva praticamente a tratto continuo.

Funzione di Gauss: $\exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

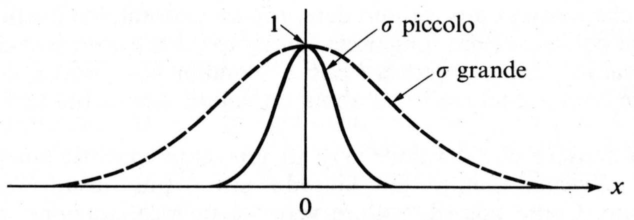


Figura 5.8. *La funzione di Gauss (5.17) ha forma a campana ed è centrata su* x = 0. *La curva è larga se il parametro di larghezza σ è grande, è stretta se σ è piccolo.*

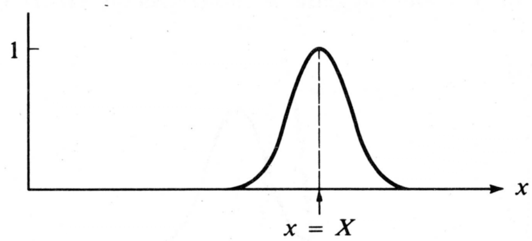


Figura 5.9. *La funzione di Gauss (5.18) ha forma a campana ed è centrata in* x = X.

Funzione di Gauss: $\exp^{-\frac{(x-X)^2}{2\sigma^2}}$

Questa curva, risulta simmetrica rispetto ad un valore centrale $\overline{X}$ in corrispondenza del quale si ha il massimo, possiede due flessi, punti in cui cambia la concavità della curva, posti a distanza + σ e - σ da $\overline{X}$.
L'area della curva (**curva di Gauss)** delimitata) tra $\overline{X}$ - σ e $\overline{X}$ + σ è circa il **68%** dell'area totale.
Si ha cioè circa il **68%** di probabilità, nel caso che si ripeta una misura, di ottenere un valore compreso tra $\overline{X}$ - σ e $\overline{X}$ + σ.

Si può inoltre dimostrare che una stima attendibile di $\overline{X}$ e σ per una serie x_1, x_2, x_3, x_N di N misure, ottenute tutte con la stessa precisione,(stesso strumento, stesso metodo) è data dalle seguenti espressioni:

Valore Medio:

$$\overline{X} = \frac{X1 + X2 + ...Xn}{N}$$

Scarto quadratico medio che si assume come misura dell'errore della singola misura

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X1-\overline{X})^2 + (X2-\overline{X})^2 + ...(Xn-\overline{X})^2}{(N-1)}}$$

Possiamo dire che in una serie di misure, aventi la stessa precisione, il valore che risente meno l'influenza degli errori casuali è il valore medio $\overline{X}$ (media aritmetica) e che possiamo attribuire alla misura un margine di errore σ detta anche **deviazione standard**.

Errore Relativo $= \dfrac{ErroreMassimo}{\overline{X}}$

Errore Relativo Percentuale $= Errore\mathrm{Re}lativo * 100$

Il risultato di una serie di misurazioni di una qualsiasi grandezza X sarà così indicato: $X = \overline{X} \pm \sigma$.
La **Precisione** è proporzionale al reciproco di σ

Esempio.
La misurazione della temperatura di un gas ha dato i valori seguenti
N=8

350 °C; 352 °C; 349 °C; 355 °C; 348 °C; 351 °C; 351 °C; 347 °C

il valore medio risulta: T = 350,4 °C

La deviazione standard (stimata) σ = 0,9 °C

Perciò T = (350,4 ± 0,9) °C

Oppure

Errore relativo = 0.9/350.4 = 2.6 * 10^{-3}

Errore relativo (%) = 2.6 * 10^{-3}*100 = 0.26%

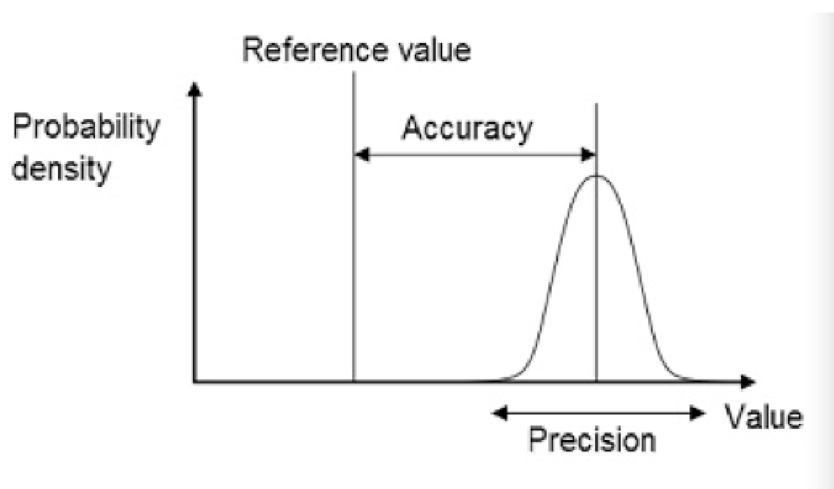
precisione e accuratezza

La precisione stabilisce quanto le misure di una grandezza sono vicine fra loro. L'accuratezza indica, invece, quanto la misura si avvicina al valore corretto.

La **Figura 0.11** chiarisce il significato dei due concetti.

La precisione delle misure è data dal livello di vicinanza di una misurazione con l'altra e da quanto le misure risultano quindi raggruppate. Questo non significa però che le varie misure siano necessariamente vicine al valore atteso. La precisione quindi è un'indicazione del grado di dispersione delle misure rispetto al valore medio della serie cui appartengono.

L'accuratezza invece dipende dal livello di vicinanza delle misure rispetto al valore atteso.



Riassumendo, possono esserci misure precise ma non accurate, misure accurate ma non precise, misure accurate e precise e misure non accurate e non precise.

ESEMPIO

Nella produzione di aste metalliche di 10 metri di lunghezza si possono controllare i prodotti in uscita dalla linea di produzione e riscontrare il seguente andamento per 5 campioni:

un’asta è lunga 10,490 metri
un’asta è lunga 10,495 metri
un’altra asta è lunga 10,500 metri
una quarta asta è lunga 10,505 metri
un’asta è lunga 10,501 metri

Dall’analisi di queste misure risulta che esse sono molto vicine tra loro pur essendo lontane dal valore atteso di 10 metri.

Quindi un’elevata precisione ma ad una scarsa accuratezza del processo produttivo.

Viceversa, nello stesso caso ci si potrebbe trovare di fronte ad una distribuzione delle misure di questo tipo:

un’asta è lunga 9,900 metri
un’asta è lunga 9,800 metri
una seconda asta è lunga 10,000 metri
una quarta asta è lunga 10,100 metri
un’asta è lunga 10,200 metri

In questo caso l’accuratezza è maggiore rispetto al caso precedentemente illustrato mentre la precisione è fortemente diminuita in quanto le variazioni tra una misura e l’altra sono ben maggiori.

GRANDEZZE FISICHE e UNITA' DI MISURA

La Fisica utilizza solo
GRANDEZZE FISICHE = indici di stato fisico misurabili (posizione, temperatura...)
LEGGI FISICHE = Relazioni fra grandezze Fisiche

Grandezze misurate **Direttamente** (Fondamentali)(Es: Posizione) o **Indirettamente** (Derivate) (Es Velocita')

Grandezze dello stesso tipo (posizione,altezza..) hanno in comune la Dimensione.

Grandezza fisica: **Numero**
Unita' di misura

$$A = a\,U$$

A = grandezza da misurare
U = unita' di misura
a = misura di A rispetto ad U

Diverse unita' di misura per una stessa quantita'
Sistema Unità di Misura, gruppo unità misura fondamentali (Facili - Intuitive - Comode) concordato internazionalmente:

MKSA
metro – kilogrammo – secondo - ampere

Gruppo unita' di misura:
CGS
(centimetro – grammo – secondo)

Grandezze Adimensionali: Rapporto grandezze aventi stessa Dimensione

Esempio: Angolo-Radianti arco/raggio
Frazione volume di sangue occupato da Globuli Rossi $\Delta V/V$

Argomenti funzioni trascendenti devono essere numeri puri.
Esponenti potenze ($\exp(-\mu x)$; $\exp(-\lambda t)$; ln (N); sen (α))
non ha senso scrivere sen (t), ma sin (ωt) }

SCELTA CAMPIONI FONDAMENTALI

La definizione di **metro**, (**m**) inizialmente veniva dato come la quarantamilionesima parte del meridiano terrestre ed era riprodotto da una barra di platino e iridio depositata al Museo Internazionale dei Pesi e Misure a Sèvres (Parigi). Fu scoperto che non era preciso perche' lunghezza meridiano e' 40009153 m
Nel 1983 modificata : il **metro** campione è la lunghezza del tratto percorso dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo di 1/299.792.458 di secondo. La ragione di questa modifica è dovuta alla maggior precisione che si può ottenere nella misurazione del tempo.

La **massa** campione, il kilogrammo (**Kg**), è definita dal campione di platino-iridio che si trova a Sèvres e che coincide praticamente con la massa di un dm^3 di acqua distillata a 4°C. In realta' si e' trovato che tale massa e' 27 mgr inferiore al campione.

Il **secondo** (**s**), era inizialmente la 86400 parte del giorno solare medio.
Attualmente è la durata di 9.192.631.770 periodi di oscillazione di una particolare radiazione emessa dall'atomo di Cesio 133.

METRO-KILOGRAMMO-SECONDO

Il metro e' unita' di misura comoda nella vita quotidiana.

MULTIPLI

10^3	10^6	10^9	10^{12}
Kilo (k)	Mega (M)	Giga (G)	Tera (T)

SOTTOMULTIPLI

10^{-1}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}
deci (d)	milli (m)	micro (μ)	nano(n)	pico (p)	fempto (f)	atto (a)

Notazione scientifica → con potenze di 10

Esempio: Lunghezza d'onda del Sodio = 0.0000005893 m
$5.893 * 10^{-7}$ m
0.5893 μm

Distanza Sole-Terra = 149500000000 m
$1.495 * 10^{11}$ m
0.1495 Tm oppure 149.5 Gm

TABELLA 1-1 Alcune lunghezze o distanze caratteristiche (ordine di grandezza)

Lunghezza (o distanza)	Misura (approssimativa)
Neutrone o protone (diametro)	10^{-15} m
Atomo (diametro)	10^{-10} m
Virus (fig. 1-8a)	10^{-7} m
Foglio di carta (spessore)	10^{-4} m
Larghezza di un dito	10^{-2} m
Lunghezza di un campo da calcio	10^{2} m
Altezza del monte Everest (fig. 1-8b)	10^{4} m
Diametro della Terra	10^{7} m
Distanza Terra-Sole	10^{11} m
Distanza della stella più vicina	10^{16} m
Distanza della galassia più vicina	10^{22} m
Distanza della più lontana galassia visibile	10^{26} m

TABELLA 1-2 Alcuni intervalli di tempo caratteristici

Intervallo di tempo	Durata (appross.)
Tempo di vita di particelle molto instabili	10^{-23} s
Tempo di vita di elementi radioattivi	$10^{-22} \div 10^{28}$ s
Tempo di vita dei muoni	10^{-6} s
Intervallo tra due battiti del cuore umano	10^{0} s (= 1 s)
Un giorno	10^{5} s
Un anno	$3 \cdot 10^{7}$ s
Durata della vita umana	$2 \cdot 10^{9}$ s
Durata dell'era storica	10^{11} s
Uomo sulla Terra	10^{13} s
Età della Terra	10^{17} s
Età dell'Universo	$4 \cdot 10^{17}$ s

TABELLA 1-3 Alcune masse

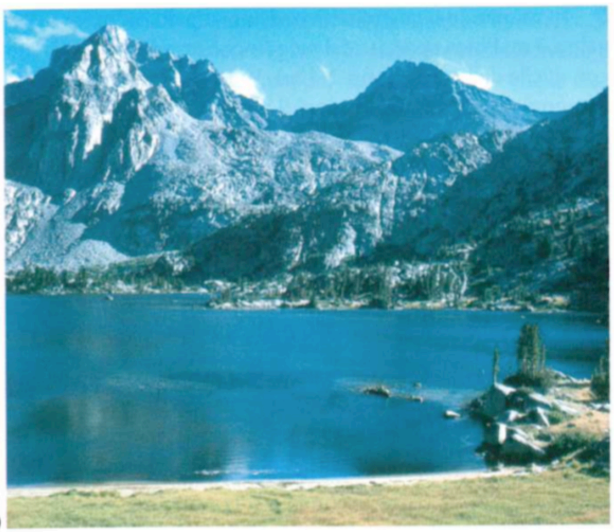
Oggetto	Massa (appross.)
Elettrone	10^{-30} kg
Protone, neutrone	10^{-27} kg
Molecola di DNA	10^{-17} kg
Batterio	10^{-15} kg
Zanzara	10^{-5} kg
Prugna	10^{-1} kg
Persona	10^{2} kg
Nave	10^{8} kg
Terra	$6 \cdot 10^{24}$ kg
Sole	$2 \cdot 10^{30}$ kg
Galassia	10^{41} kg

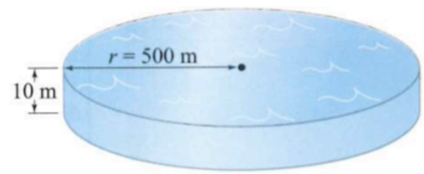
ESEMPIO 1-6 **STIMA** **Volume di un lago.** Stimate quanta acqua è contenuta nel lago mostrato in figura 1-10a, che è approssimativamente circolare, di circa 1 km di diametro, e che ritenete abbia una profondità media di circa 10 m.

APPROCCIO Nessun lago è un cerchio perfetto, né ci si può aspettare che i laghi abbiano un fondo perfettamente piatto. Stiamo solo facendo una stima. Per stimare il volume, utilizziamo un modello semplice del lago, assimilandolo a un cilindro: moltiplichiamo la profondità media del lago per l'area della sua superficie approssimativamente circolare, come se il lago fosse un cilindro (fig. 1-10b).

SOLUZIONE Il volume V di un cilindro è il prodotto della sua altezza h per l'area della sua base: $V = h\pi r^2$, dove r è il raggio della base circolare[4]. Il raggio r è 0.5 km = 500 m, perciò il volume è, approssimativamente,

$$V = h\pi r^2 \approx (10\ \text{m}) \cdot (3) \cdot (5 \cdot 10^2\ \text{m})^2 \approx 8 \cdot 10^6\ \text{m}^3 \approx 10^7\ \text{m}^3,$$

(a) 



(b)

FIGURA 1-10 Esempio 1-6. (a) Quanta acqua è contenuta in questo lago (uno dei Rae Lakes della Sierra Nevada in California)? (b) Modello del lago a forma di cilindro. [Potremmo fare un passo avanti e stimare la massa o il peso di questo lago. Vedremo più avanti che l'acqua ha una densità di 1000 kg/m^3, perciò questo lago ha una massa di circa (10^3 kg/m^3) (10^7 m^3) $\approx 10^{10}$ kg, che equivale a circa 10 miliardi di kg o 10 milioni di tonnellate.]

dove π è stato approssimato al valore 3, perciò il volume è dell'ordine di 10^7 m^3, dieci milioni di metri cubi. A causa di tutte le approssimazioni introdotte in questo calcolo, l'ordine di grandezza stimato (10^7 m^3) è probabilmente una stima migliore che non il valore $8 \cdot 10^6$ m^3.

ESEMPIO 1-7 **STIMA** **Spessore di un foglio di carta.** Stimate lo spessore di una pagina di questo libro.

APPROCCIO Sulle prime potreste pensare che per misurare lo spessore di una pagina occorra uno speciale dispositivo, come il micrometro (fig. 1-11), poiché un normale righello chiaramente non può farlo. Ma possiamo usare un trucco o, per metterla in termini fisici, fare uso di una *simmetria*: possiamo fare la ragionevole assunzione che tutte le pagine di questo libro abbiano uguale spessore.

SOLUZIONE Possiamo usare un righello per misurare centinaia di pagine in una volta. Se misurate lo spessore delle prime 500 pagine di questo libro (da pag. 1 a pag. 500), potete ottenere qualcosa come 1.5 cm. Notate che 500 pagine, contando entrambi i lati del foglio (davanti e dietro), sono 250 singoli fogli di carta. Perciò una pagina deve avere uno spessore di circa

$$\frac{1.5 \text{ cm}}{250 \text{ fogli}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ mm},$$

ovvero meno di un decimo di millimetro (0.1 mm).

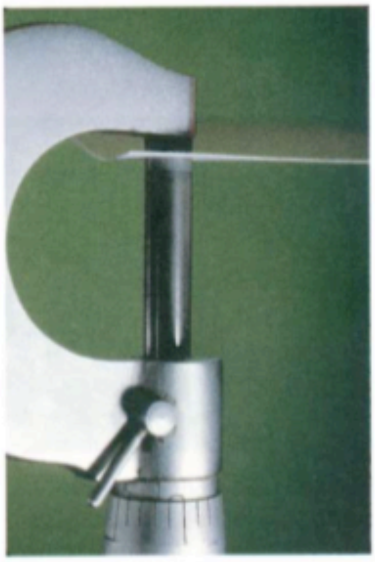


FIGURA 1-11 Esempio 1-7. Micrometro utilizzato per misurare piccoli spessori.

Non si sottolinea mai abbastanza quanto sia importante disegnare un diagramma quando si risolve un problema di fisica, come dimostra il prossimo esempio.

CONCETTO DI DIMENSIONE

Lunghezza → dimensione [L]

Massa → dimensione [M]

Tempo → dimensione [T]

Grandezza derivate hanno dimensioni ricavabili da essere tenendo conto dell'espressione.

Esempio: velocita' ha dimensioni $[v] = [LT^{-1}]$
ma puo' avere diverse unita' di misura : m/s, km/h, miglia/h

$[\text{superficie}] = [L^2]$
$[\text{volume}] = [L^3]$

Densita' = massa/volume → $[\text{densita'}] = [MV^{-1}] = [ML^{-3}]$

Se x e' lunghezza in metri → 10 x e' lunghezza in dm (dm 10 volte piu' piccolo di m)

Se S e' misura superficie in m^2 → 10^2 S e' misura in dm^2, 10^4 S in cm^2.

Se V e' misura volume in m^3 → 10^3 V e' misura volume in dm^3, 10^6 V in cm^3.

Controllo dimensionale. Termini di una equazione devono essere dimensionalmente omogenei.

Si possono sommare o sottrarre solo grandezze omogenee.

A + B oppure A - B. A e B devono avere le stesse dimensioni

Principio di omogeneità: le dimensioni delle grandezze che compaiono nel I° membro di un'espressione devono coincidere con le dimensioni delle grandezze del II°membro.

Esempio:

Vogliamo ora ricavare come applicazione del calcolo dimensionale la relazione che lega il periodo τ di un pendolo alla massa m e lunghezza l del pendolo stesso e all'accelerazione di gravità.

Supponiamo che sia valida la relazione $\tau = k\, m^x\, l^y\, g^z$ in cui k è una costante adimensionale e x, y, e z sono le nostre incognite. Scriviamo l'equazione dimensionale tenendo presente che τ è un tempo:

$$[T] = [M]^x[L]^y[L \cdot T^{-2}]^z = [M]^x\ [L]^{y+z}\ [T]^{-2z}$$

Per il principio di omogeneità le dimensioni delle grandezze che compaiono nel membro di sinistra devono coincidere con le dimensione delle grandezze del membro di destra.
Pertanto si ricava il seguente sistema di 3 equazioni nelle 3 incognite x, y e z:

$x = 0$ (perché la massa non compare a sinistra)
$y + z = 0$ (perché la lunghezza non compare a sinistra)
$1 = -2z$

La soluzione di questo sistema è data da:

$$x = 0,\ y = 1/2\ ,\ z = -1/2$$

Otteniamo che il periodo di un pendolo ha espressione del tipo

$\tau = k\ (l)^{1/2}\ (g)^{-1/2} = k\ (l/g)^{1/2}$

La costante k non può essere ricavata da considerazioni puramente dimensionali essendo un numero puro. Il suo valore e' ottenuto in base a considerazioni dinamiche studiando il modo del pendolo.

Controllo dimensionale serve per determinare la dimensione della costante in modo da garantire l'omogeneità

Esempio:

$$F = G\,\frac{M_1\,M_2}{R^2}$$

Quindi G risulta

$$G = \frac{F\ R^2}{M_1\ M_2}$$

La dimensione della costante G deve essere

$$[G] = [M]\ [L][T^{-2}]\ [L^2]/\ [M^2]$$

$$[G] = [M^{-1}]\ [L^3]\ [T^{-2}]$$

Esercizio 1
Il test della glicemia di un individuo da' il valore di 98 mg/dl di sangue presso un laboratorio e 106 mg/dl presso un altro laboratorio. L'errore relativo presumibile a cui sono affette le misure e' 5%. Le 2 misure sono: (a) valide entrambe, (b) entrambe da scartare, (c) una valida e una da scartare?

Soluzione 1
5% di 98 = 0.05*98 = 4.9
Errore assoluto per primo laboratorio e' = 4.9 (~5)
Valore ottenuto va considerato 98±5 mg/dl
Quindi valore primo lab: compreso fra 93 mg/dl e 103 mg/dl

5% di 106 = 0.05*106 = 5.3 (~5)
Errore assoluto per secondo laboratorio e' = 5.3 (~5)
Valore ottenuto va considerato 106±5 mg/dl
Quindi valore primo lab: fra 101 mg/dl e 111 mg/dl

Risposta. Misure entrambe valide per parziale sovrapposizione dei due intervalli

----
Esercizio 2
Una membrana cellulare ha lo spessore di 75 angstrom (Å), essendo 1 Å $=10^{-10}$ m.
Quale e' lo spessore della membrana espresso in cm?

Risposta. Spessore = $75 * 10^{-10}$ m = $75 * 10^{-8}$ cm

Esercizio 3
Assumendo che la frequenza delle pulsazioni cardiache sia di 75 al minuto, stimare il numero totale di pulsazioni di una vita media di 70 anni. Esprimere il risultato con notazione esponenziale.

Soluzione 3
Minuti in 70 anni = 60*24*365*70
Pulsazioni tot = pulsazioni/min * min = 75*60*24*365*70 = 2759400000 = $2.76*10^9$

Esercizio 4
In condizioni normali il cuore umano pompa il sangue con una portata di circa 8.5×10^{-2} litri al secondo (litri/s). Esprimere la stessa portata in cm^3/s e in m^3/h.

Soluzione 4

Ricorda: 1 litro = $10^3\ cm^3 = 1\ dm^3$

$q = 8.5\ 10^{-2}$ litri/s $= 8.5\ 10^{-2}\ 10^3\ cm^3/s = 8.5\ 10\, cm^3/s = 85\ cm^3/s$

1 litro = $10^{-3}\ m^3$

$q = 8.5\ 10^{-2}$ litri/s $= 8.5\ 10^{-2}\ 10^{-3}\ m^3/s = 8.5\ 10^{-2}\ 10^{-3}\ 3600\ m^3/h = 0.306\ m^3/h$

Esercizio 5
Si assume che un eritrocita abbia forma sferica e che un batterio abbia forma di un cilindro retto. Se un eritrocita ha diametro $D = 8\ \mu m$ e un batterio $D' = 10^{-3}$ mm e lunghezza $l = 2 \times 10^{-4}$ cm, calcolare il rapporto fra il volume dell'eritrocita e quello del batterio.

Soluzione 5
V = Volume sfera: $4/3\ \pi\ r^3 = 4/3\ \pi\ (D/2)^3$
V' = Volume cilindro: $\pi\ (D'/2)^2\ l$

Per calcolare il rapporto fra volumi dobbiamo dare i valori numerici nelle stesse unita' di misura:

$D = 8\ \mu m = 8 * 10^{-6}\ m$
$D' = 10^{-3}\ mm = 10^{-6}\ m$
$L = 2 * 10^{-4}\ cm = 2 * 10^{-6}\ m$

$V = 2.68 * 10^{-16}\ m^3$
$V' = 1.57 * 10^{-18}\ m^3$

$V/ V' = 2.68 * 10^{-16} /1.57 * 10^{-18} = 1.71 * 10^2 = 171$