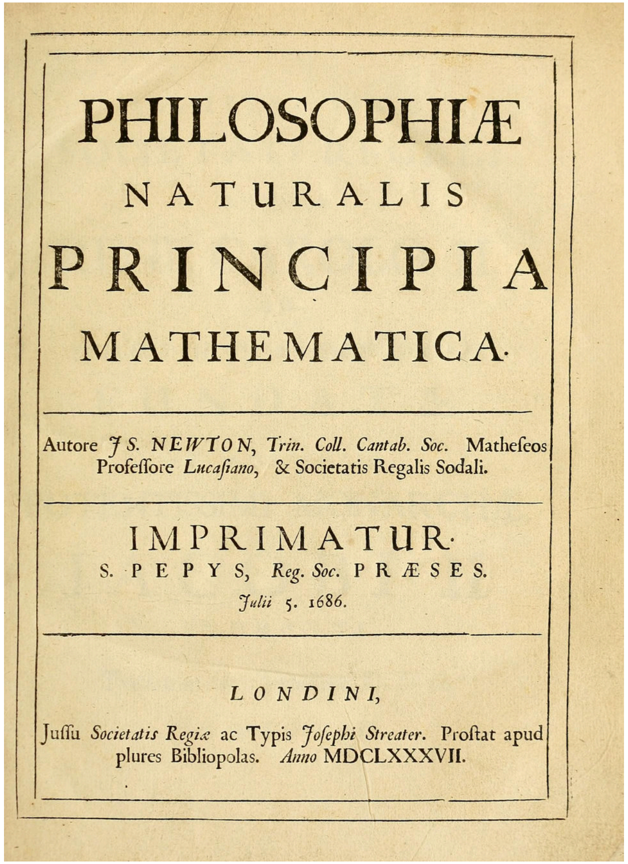
Fisica Generale 1 – 018IN

Dinamica

Prof. Pierre Thibault

pthibault@units.it

Dinamica

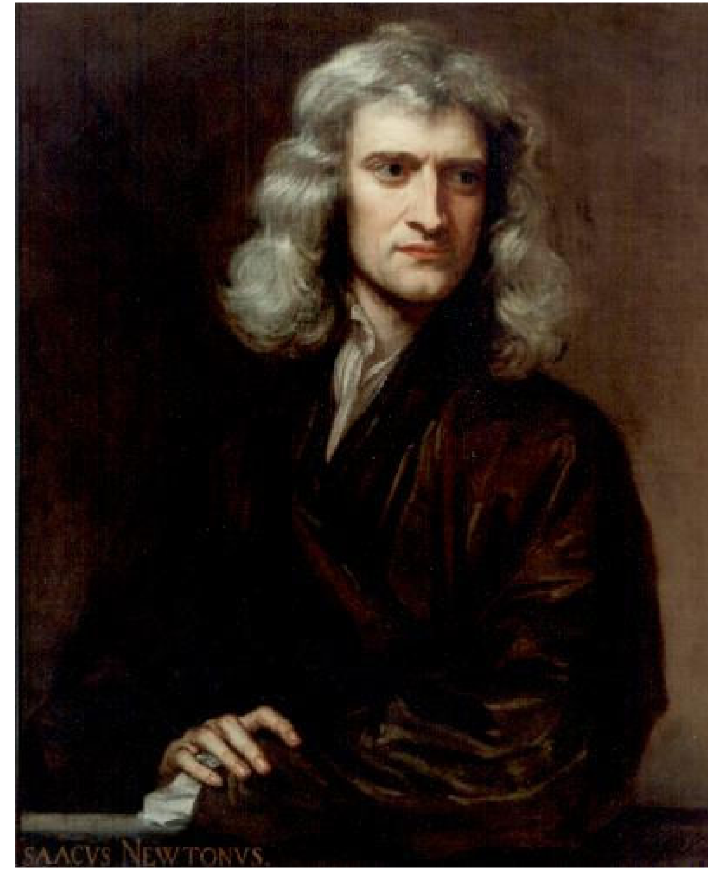

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J. S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheſeos Profeſſore *Lucaſiano*, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Juſſu *Societatis Regiæ* ac Typis *Joſephi Streater*. Proſtat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.



Isaac Newton (1643-1727)

Le leggi di Newton

Prima legge

Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, eccetto che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse.

Seconda legge

Il cambiamento di moto è proporzionale alla forza motrice impressa, ed avviene lungo la linea retta secondo la quale la forza è stata impressa.

Terza legge

Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria: ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte.

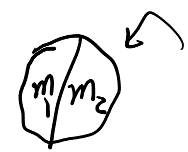
Fonte: http://tesi.cab.unipd.it/45491/1/Francesco_Costa.pdf

Massa e Forza

Massa:

* Misura della resistenza alle variazioni di velocità — "massa inerziale"
* Proporzionale al peso — "massa gravitazionale"
* Quantità di materia

Unità: kg massa additiva



$m_1 + m_2$

Forza:

* spinta che produce un cambiamento di moto di un corpo

$\longrightarrow$ vettore $\longrightarrow$ unità: Newton $1N = kg\,m/s^2$

Le leggi di Newton (principi della dinamica)

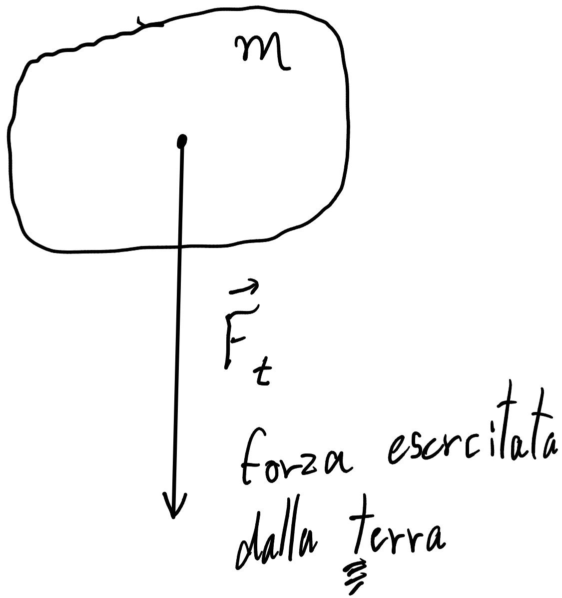
1. Se la forza risultante che agisce su un corpo è nulla ($\sum_i \vec{F} = 0$), l'accelerazione del corpo è nulla ($\vec{a} = 0$)

   → definizione di sistema di riferimento inerziale

2. $\sum_i \vec{F} = m\vec{a}$ l'accelerazione di un corpo è proporzionale alla forza risultante

3. la forza esercitata da un corpo a su un corpo b è uguale in modulo e direzione e a verso opposto alla forza esercitata da b su a $\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$

Peso



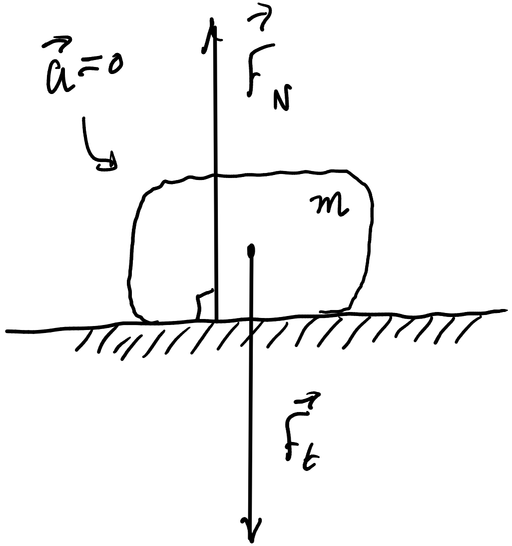
$$\vec{g} = -9.8 \, m/s^2 \, \hat{j}$$

$\vec{F}_t = m\vec{g}$ accelerazione gravitazionale (campo gravitazionale alla superficia della terra)

Osservazione: $\vec{F}_t = m\vec{g}$ sembra simile a $\vec{F} = m\vec{a}$ ma è tutt'altra.

$\vec{F}_t = mg$ è un caso particolare della legge di gravitazione universale

Forza normale



Un caso di forza di contatto: spinta da una superficie.

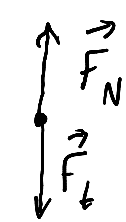
forza normale $\vec{F}_N$ sempre perpendicolare alla superficie

$$\vec{F}_t + \vec{F}_N = 0 = m\vec{a} \qquad \vec{F}_N = -\vec{F}_t$$

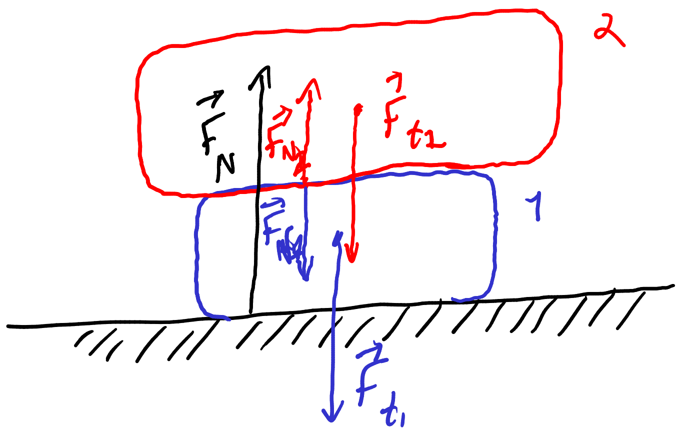
Osservazione: una forza ha sempre un punto di applicazione (la coda del vettore)

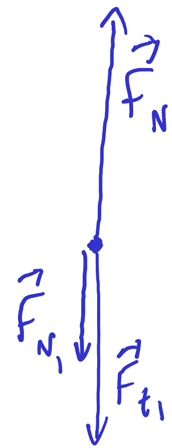
Diagramma di corpo libero:

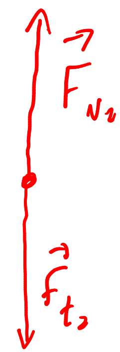
* ogni corpo rappresentato da un punto
* comporta solo le forze che sono applicate sul corpo



Forza normale







Peso: $\vec F_{t_1} = -g m_1 \hat{j} \quad (= m_1 \vec g)$

$\vec F_{t_2} = -g m_2 \hat{j}$

2ª legge:

$* \quad m_1 \vec a_1 = "\sum \vec F" = \vec F_N + \vec F_{N_1} + \vec F_{t_1} = 0$

$** \quad m_2 \vec a_2 = \vec F_{t_2} + \vec F_{N_2} = 0$ perché no accelerazione!

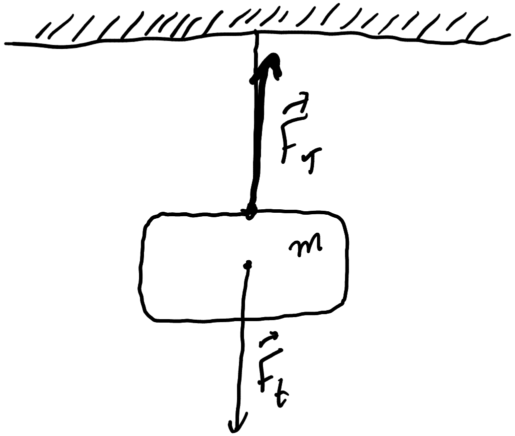
3ª legge: $\vec F_{N_1} = -\vec F_{N_2} \quad ***$

$(**)$: $\vec F_{N_2} = -\vec F_{t_2} = g m_2 \hat{j}$

$(***)$ $\vec F_{N_1} = -\vec F_{N_2} = \vec F_{t_2} = -g m_2 \hat{j}$

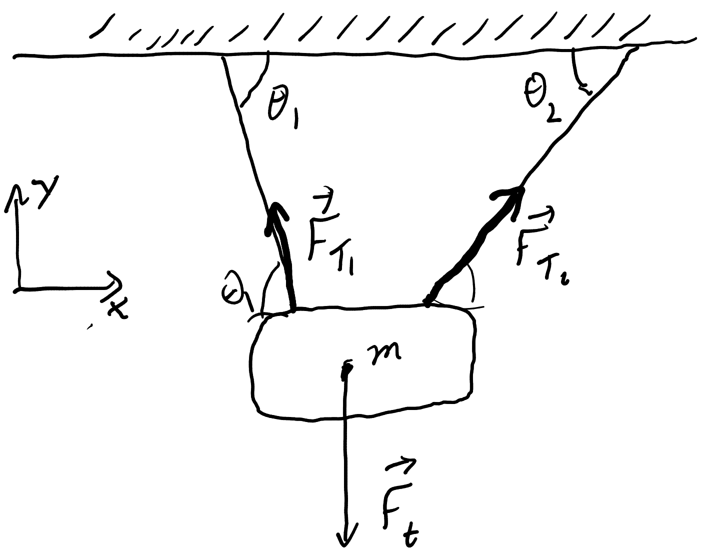
$(*)$ $\vec F_N = -\vec F_{N_1} - \vec F_{t_1} = g m_2 \hat{j} + g m_1 \hat{j} = g(m_1 + m_2)\hat{j}$

Tensione

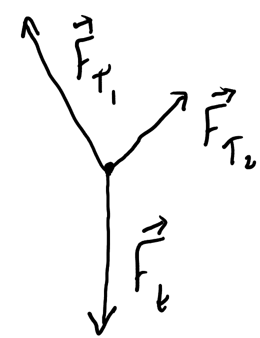


forza esercitata da (ad esempio) una fune, un cavo, una corda, un filo, ...

* $\vec{F}_T$ è sempre parallela alla corda



Tensione nelle due corde?



2^a legge: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = 0$

$$\vec{F}_{T_1} + \vec{F}_{T_2} + \vec{F}_t = 0$$

Esempi

Componenti:

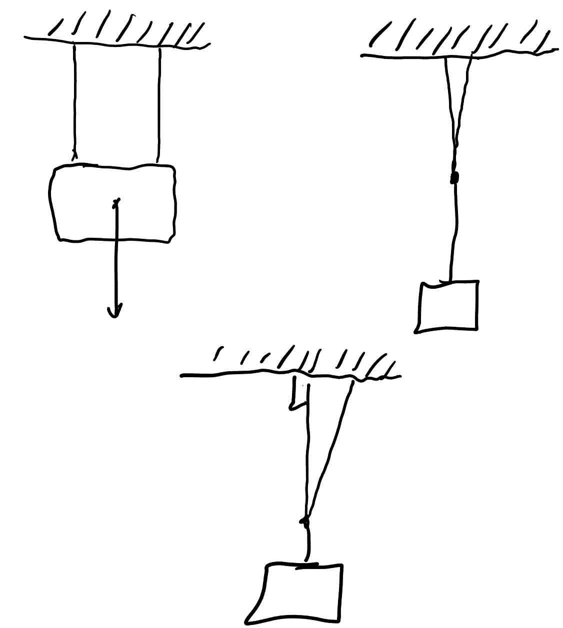
$$x: \ -F_{T_1}\cos\theta_1 + F_{T_2}\cos\theta_2 + 0 = 0 \longrightarrow F_{T_1} = F_{T_2}\,\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$

$$y: \ F_{T_1}\,\mathrm{sen}\,\theta_1 + F_{T_2}\,\mathrm{sen}\,\theta_2 - mg = 0$$

$$F_{T_2}\,\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}\,\mathrm{sen}\,\theta_1 + F_{T_2}\,\mathrm{sen}\,\theta_2 = mg$$

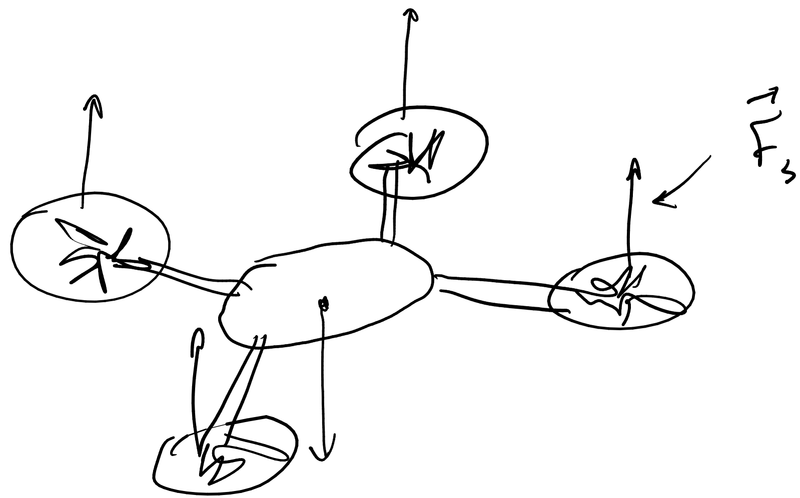
$$F_{T_2}\left[\frac{\cos\theta_2\,\mathrm{sen}\,\theta_1}{\cos\theta_1} + \mathrm{sen}\,\theta_2\right] = mg$$

$$F_{T_2}\cos\theta_2\left[\underbrace{\frac{\mathrm{sen}\,\theta_1}{\cos\theta_1}}_{\tan\theta_1} + \underbrace{\frac{\mathrm{sen}\,\theta_2}{\cos\theta_2}}_{\tan\theta_2}\right] = mg$$



$$\boxed{F_{T_2} = \frac{mg}{\cos\theta_2\,(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)} \qquad F_{T_1} = \frac{mg}{\cos\theta_1\,(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)}}$$

Esempi

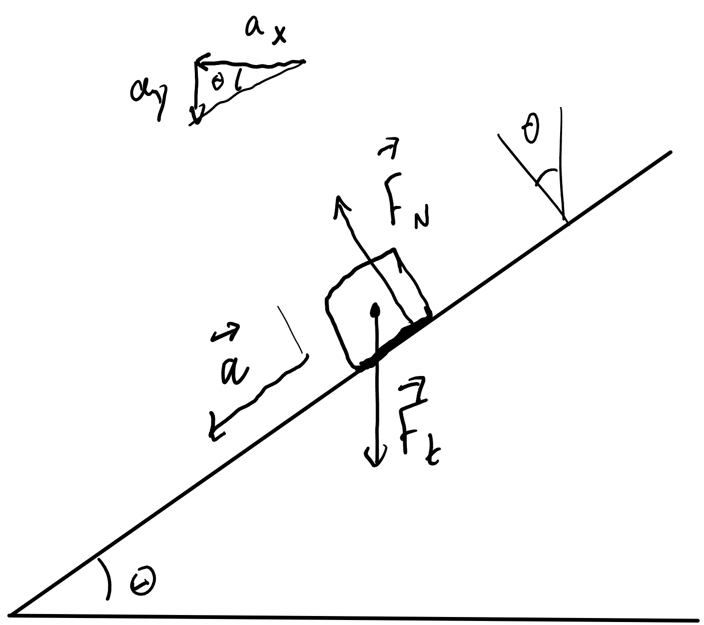


spinta

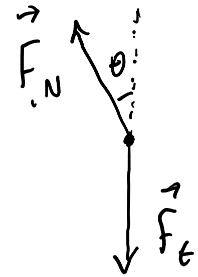
$$4\,\vec{F}_s + \vec{F}_t = 0$$

$$\vec{F}_s = -\frac{1}{4}\,\vec{F}_t$$

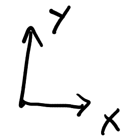
Esempio



qual è l'accelerazione del corpo?



$$m\vec a = \vec F_N + \vec F_t$$



$$\boxed{m a_x = -F_N \,\text{sen}\,\theta} \quad (*)$$

$$\boxed{m a_y = F_N \cos\theta - mg} \quad (**)$$

vincolo: $\frac{a_y}{a_x} = \tan\theta$ $\qquad a_y = \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} a_x$

$$(***) \quad \boxed{a_y \cos\theta = a_x \,\text{sen}\,\theta}$$

$$a_x = a_y \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}$$

$$(*) \quad F_N = -\frac{m a_x}{\text{sen}\,\theta}$$

$$(**) \quad \cancel{m} a_y = -\frac{\cancel{m} a_x \cos\theta}{\text{sen}\,\theta} - \cancel{m} g$$

$$a_y = -a_y \frac{\cos^2\theta}{\text{sen}^2\theta} - g$$

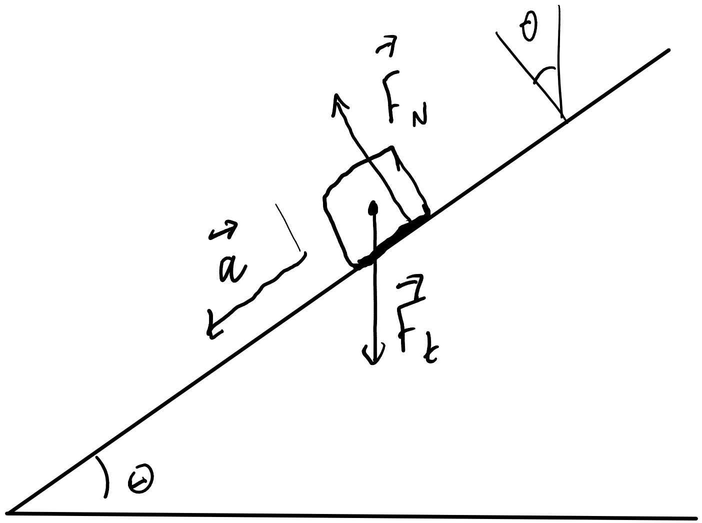
$$a_y\left(1 + \frac{\cos^2\theta}{\text{sen}^2\theta}\right) = -g$$

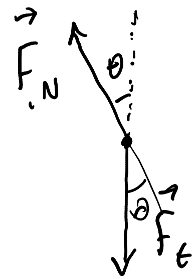
$$a_y/\text{sen}^2\theta = -g$$

$$a_x = -g\cos\theta\,\text{sen}\,\theta$$

$$a_x^2 + a_y^2 = g^2\,\text{sen}^2\theta$$

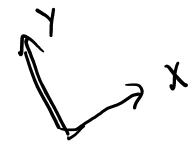
Esempio





qual è l'accelerazione del corpo?

$$m\vec{a} = \vec{F}_N + \vec{F}_t$$



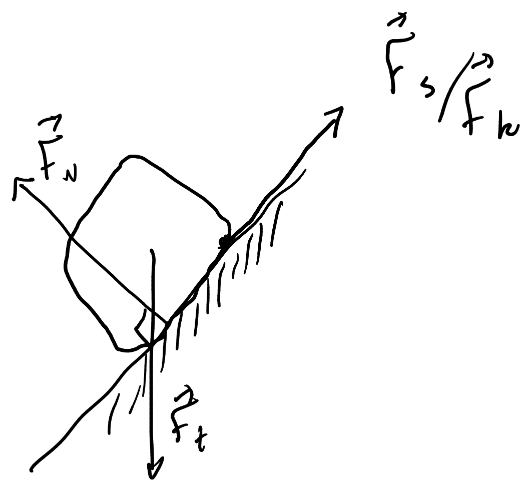
$$x : ma_x = -mg \operatorname{sen}\theta$$

$$\boxed{a_x = -g \operatorname{sen}\theta}$$

Attrito

Forza normale: * perpendicolare alla superficie

* modulo tale che vincola il moto



Forza di attrito

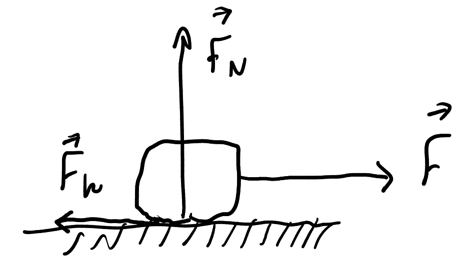
* parallela alla superficie
* modulo proporzionale a $|F_N|$

Attrito statico e cinetico

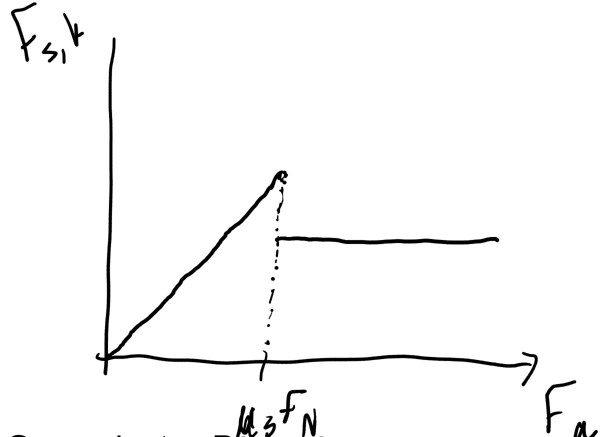
Attrito cinetico: moto relativo tra le superficie non-zero

$F_k = \mu_k F_N$ $\quad$ μ_k: coefficiente di attrito cinetico

senza unità $\quad$ k: "kinetic"



Attrito statico: velocità relativa tra superficie è nulla

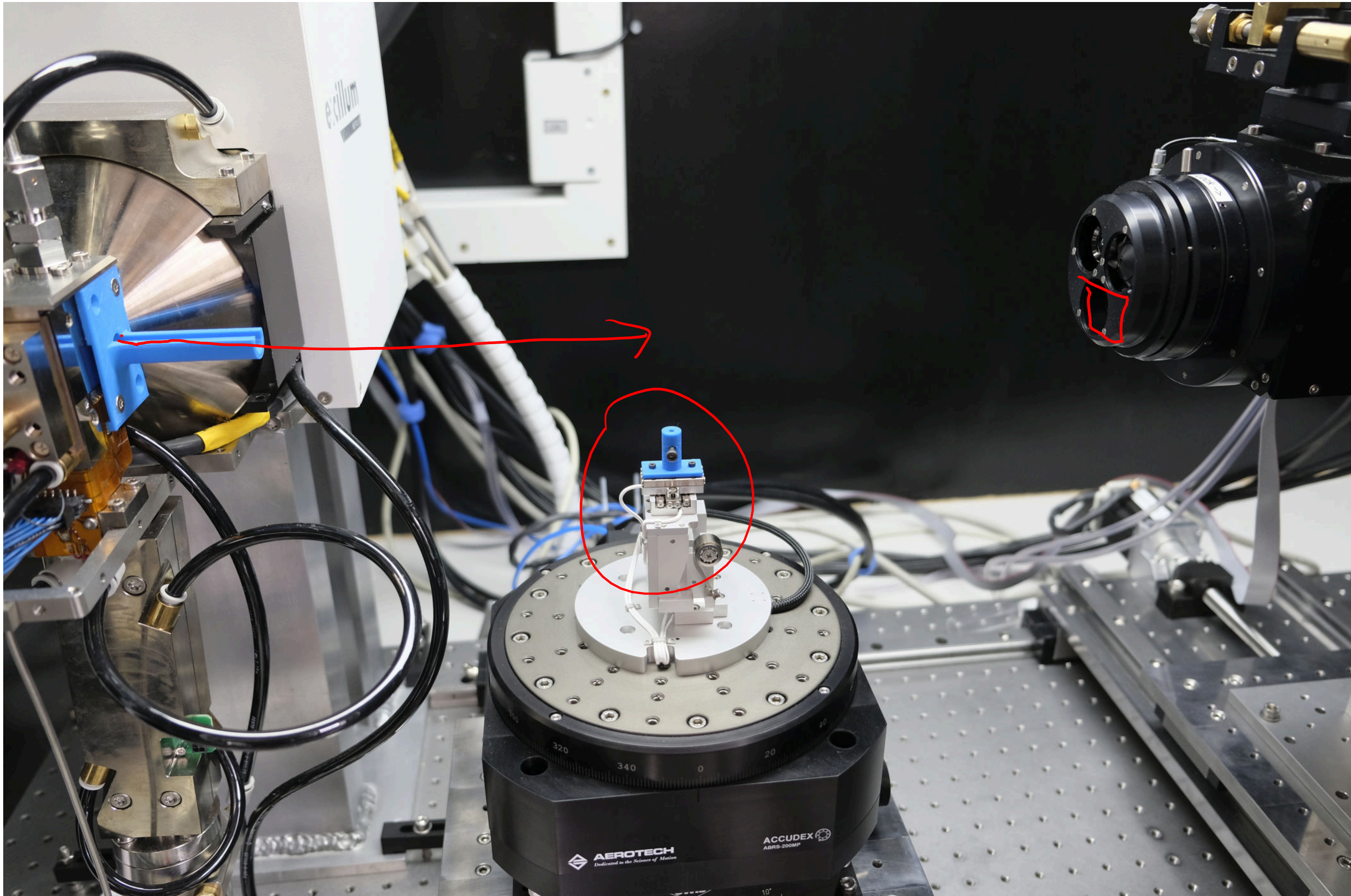


$F_s \leq \mu_s F_N$

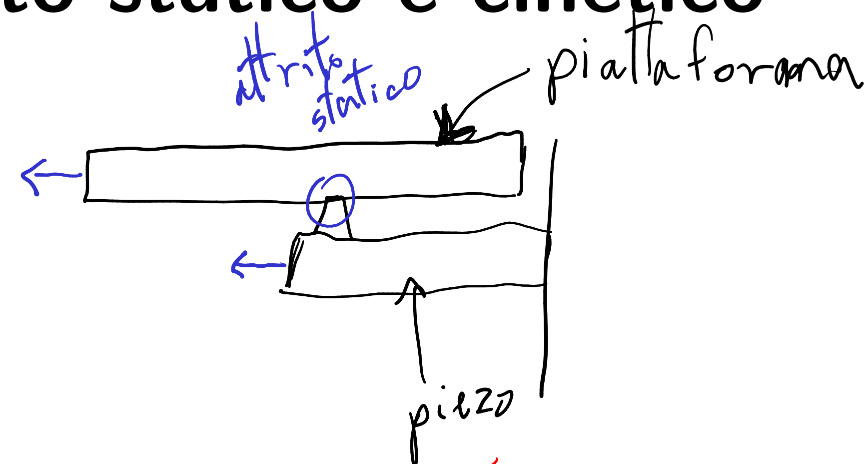
tale che risultante sia 0

$\mu_k < \mu_s$

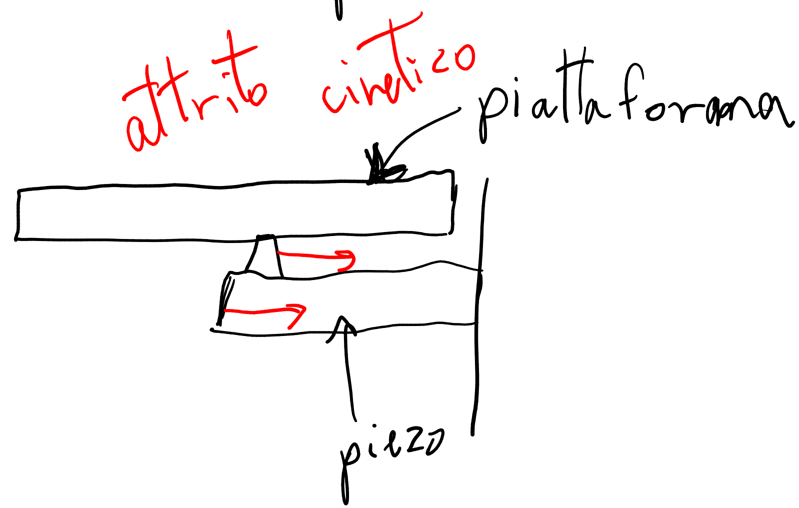
Attrito statico e cinetico



Attrito statico e cinetico

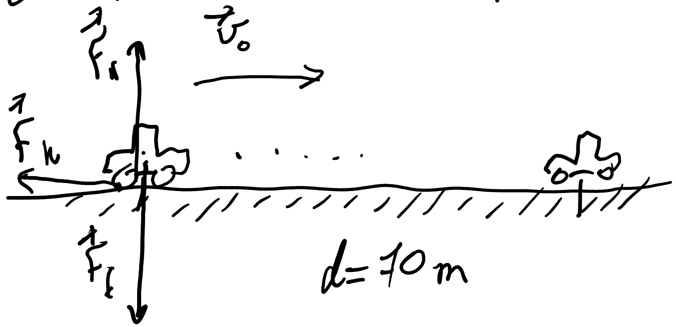


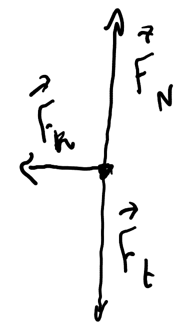
stick and slip



Esempio 1

Una macchina richiede 70 m per fermarsi partendo da una velocità di 120 km/h (slittamento delle gomme sulla stada). Qual è il coefficiente di attrito cinetico?





$$\underbrace{v_0^2 - v^2}_{} = 2a(x_0 - x)$$

$x_0 = 0$

$x = d$

$$v_0^2 = -2a_x d$$

$$a_x = \boxed{-\frac{v_0^2}{2d}}$$

$$F_k = \mu_k F_N$$

$$F_N = F_t = mg$$

$$F_k = \mu_k mg$$

$$a_x = -\frac{F_k}{m} = \boxed{-\mu_k g}$$

$$\mu_k = \frac{v_0^2}{2gd} = 0.56$$

2ª legge di Newton:

$$\sum_i \vec F = m\vec a$$

$$= m(a_x \hat i + 0 \hat j)$$

$$\Rightarrow \vec F_t + \vec F_N = 0 \qquad \vec F_t = -\vec F_N$$

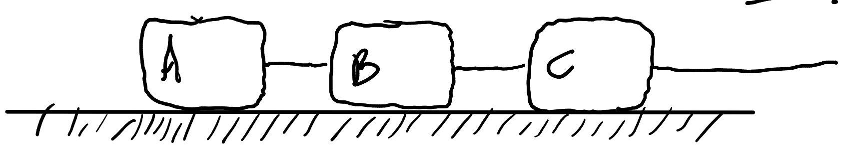
$$\vec F_k = m a_x \hat i$$

$a_x = -F_k/m$ ← componente

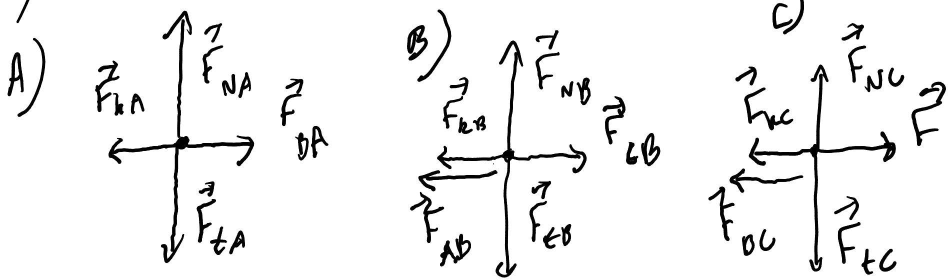
$\left(a = F_k/m\right)$ ← moduli

Esempio 2

$m_A = 30\,kg \quad m_B = 50\,kg \quad m_C = 20\,kg \quad F = 200\,N$



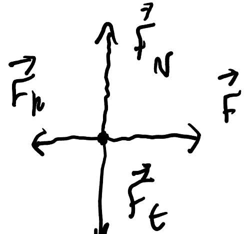
$\mu_k = 0.1$



a) Qual è l'accelerazione del sistema?

b) tensione delle corde A-B e B-C?

a) L'assieme ABC si comporta come un unico corpo di massa $m_A + m_B + m_C = m$



$\sum_i \vec F = m\vec a$

$y \begin{cases} \vec F_N = -\vec F_t \\ F_N = mg \end{cases}$

$$m a_x = F - \mu_k F_N$$

$$= F - \mu_k m g$$

$$a_x = \frac{F}{m} - \mu_k g = 2.0\,m/s^2 - 0.98\,m/s^2 = 1.0\,m/s^2$$

b) A-B: $|\vec F_{BA}| = |\vec F_{AB}|$

$$\vec F_{NA} + \vec F_{tA} + \vec F_{BA} + \vec f_{kA} = m_A \vec a_A$$

$$F_{NA} = m_A g$$

$$F_{kA} = \mu_k m_A g$$

$$F_{BAx} - \mu_k m_A g = m_A a_{Ax} \quad \left\{ \text{componente } x \text{ di} \right.$$

$$F_{BAx} = m_A (a_{Ax} + \mu_k g)$$

$$= m_A \left[\frac{F}{m_A + m_B + m_C} - \cancel{\mu_k g} + \cancel{\mu_k g} \right]$$

Esempio 2

Tensione A - B:

$$F_{BA} = \frac{m_A}{m_A + m_B + m_C} F = 60\ N$$

Tensione B - C

2ª legge di Newton sul corpo C

$$\vec{F} + \vec{F}_{kC} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{tC} + \vec{F}_{NC} = m_C \vec{a}_C$$

$$y: -m_C g + F_{NCy} = 0 \quad (a_{Cy} = 0)$$

$$F_{NC} = m_C g$$

$$\left(a_x = \frac{F}{m} - \mu_k g\right)$$

$$x: F - \mu_k m_C g - F_{BC} = m_C a_x$$

$$F_{BC} = F - \mu_k g m_C - m_C\left(\frac{F}{m} - \mu_k g\right)$$

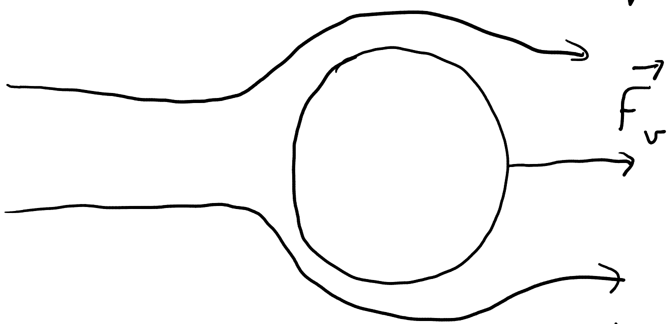
$$F_{BC} = F\left(1 - \frac{m_C}{m}\right)$$

$$= F \frac{m_A + m_B}{m_A + m_B + m_C}$$

$$= 160\ N$$

Esempio 2

Attrito dovuto a un fluido (resistenza)



1) A velocità bassa, densità bassa:
(flusso "laminare")

legge di Stoke: $\vec{F} = -b\vec{v}$
coefficiente

Commento: equazione utile ma poco applicabile

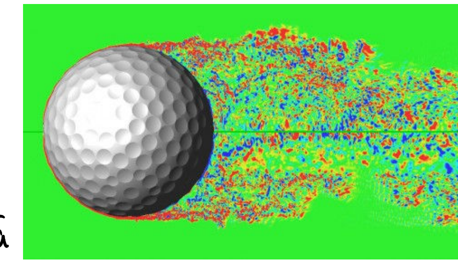
densità del fluido

$$\boxed{F_v = \frac{1}{2}\rho A C_D v^2}$$

velocità

area di proiezione

coefficiente
D → "Drag"



Fonte: https://seed.golf/2017/02/10/golf-ball-dimple-configuration/

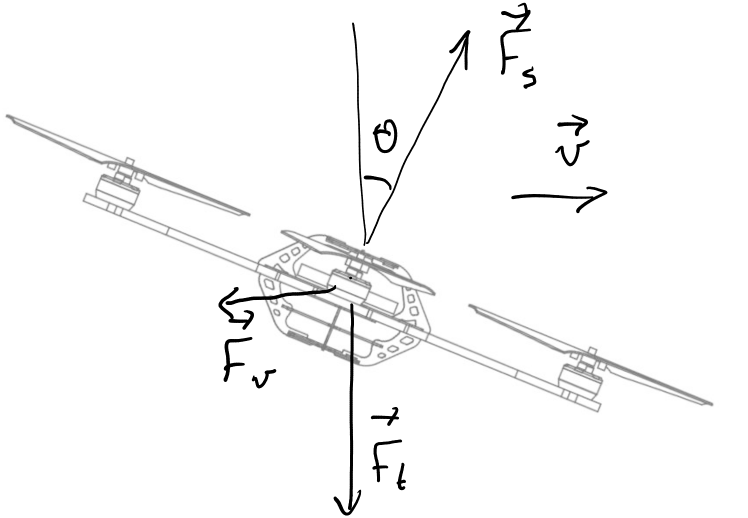
(cont. da pagina sotto)

$$F_s = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$x: \; F_s \,\mathrm{sen}\,\theta - bv = 0$$

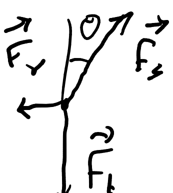
$$v = \frac{F_s \,\mathrm{sen}\,\theta}{b} = \frac{mg}{b}\tan\theta$$

Attrito dovuto a un fluido (resistenza)



$$\vec{F}_v = -b\vec{v}$$ ← supponiamo che la legge di Stoke si applica

Quale angolo è necessario per una velocità $\vec{v}$?



$$\sum \vec{F} = 0$$

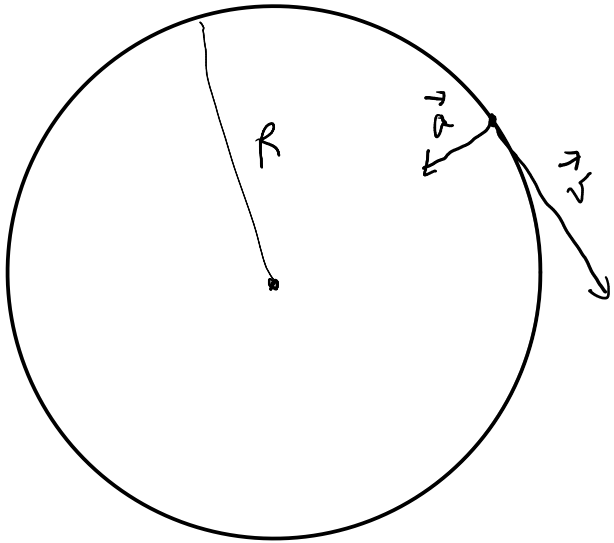
$$y: -mg + F_s \cos\theta = 0$$

$$mg = F_v = \frac{1}{2}\rho A C_D v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{\rho A C_D}}$$ "velocità limite"

e.g. $m = 70\ \text{kg}$, $\rho \simeq 1.2\ \text{kg}/\text{m}^3$, $C_D = 0.8$, $A = 0.5\ \text{m}^2$ $\Big\}$ $v = 55\ \text{m/s}$

Dinamica del moto circolare



Già visto $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ $\left(\omega = \frac{v}{R}\right)$

Forza necessaria per mantenere il moto circolare?

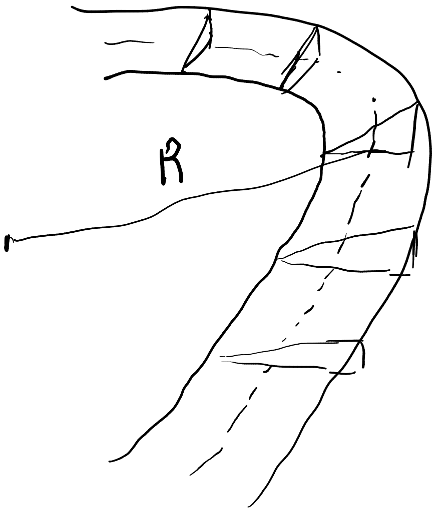
$\vec{F} = m\vec{a}$

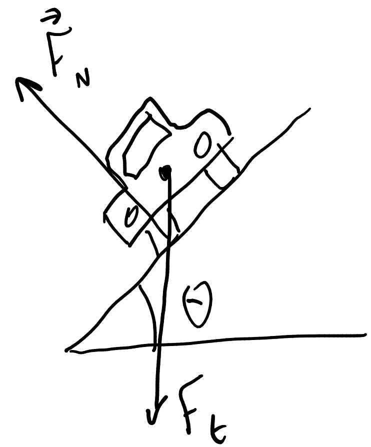
$$\boxed{F_c = \frac{mv^2}{R}}$$ orientata verso il centro del cerchio

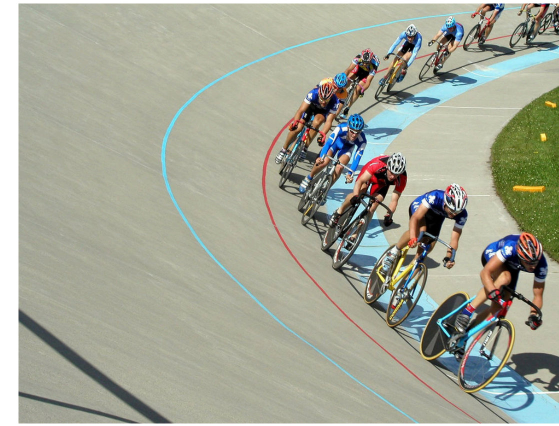
forza centripeta

descrizione della direzione e verso della forza, non la natura della forza

Dinamica del moto circolare







θ scelto in modo tale che la componente orizzontale della forza normale fornisce l'accelerazione centripeta

Componente orizzontale della forza normale:

$$F_N \operatorname{sen}\theta = \frac{mv^2}{R}$$

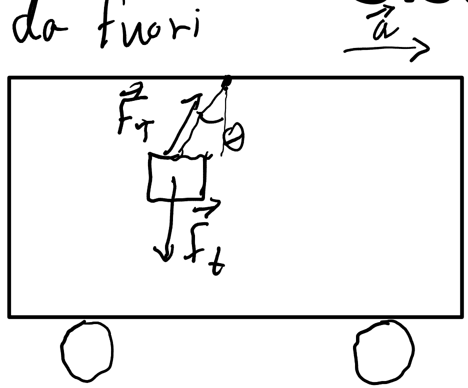
verticale:

$$F_N \cos\theta = mg$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

Sistemi non-inerziali

visto da fuori

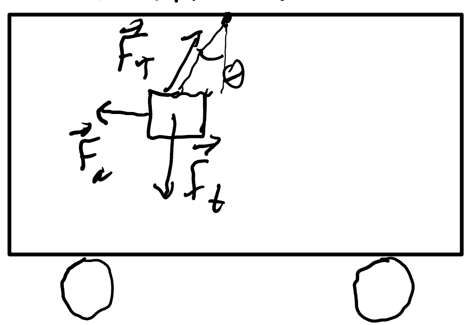


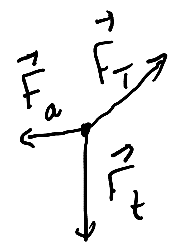
$$\vec{F}_T + \vec{F}_t = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_T + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_T = m(\vec{a} - \vec{g})$$

visto da dentro il treno





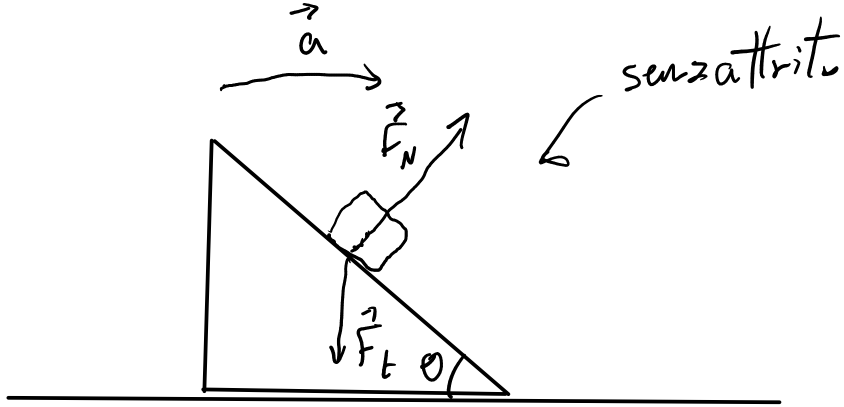
$$\vec{F}_T + \vec{F}_t \underbrace{- m\vec{a}}_{\text{“}\vec{F}_a\text{”}} = 0$$

$\vec{F}_a$: forza apparente

"pseudo-forza"

"forza inerziale"

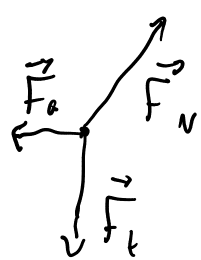
Sistemi non-inerziali



quale deve essere a per tenere il blocco immobile sul cuneo?

Nel sistema accelerato

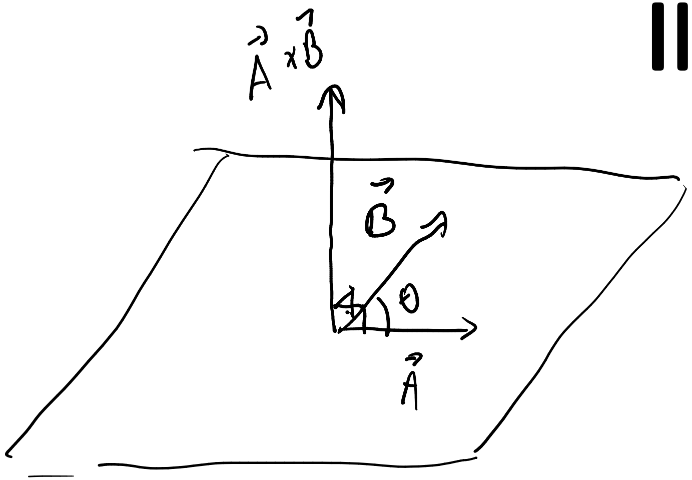
forza apparente $-m\vec{a}$



$$\vec{F}_N + \vec{F}_t + \vec{F}_a = 0$$

$$\left.\begin{aligned} F_N \cos\theta - mg &= 0 \\ -F_a + F_N \operatorname{sen}\theta &= 0 \end{aligned}\right\} \quad a = g \tan\theta$$

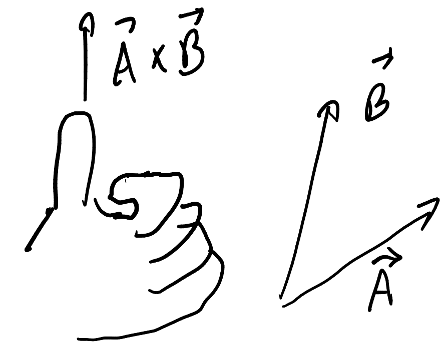
Il prodotto vettoriale



$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |A||B| \operatorname{sen}\theta$$

di questo modulo

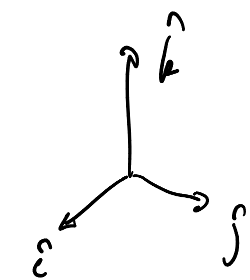
$\vec{A} \times \vec{B}$: vettore ortogonale a $\vec{A}$ e $\vec{B}$



* $\vec{A} \perp \vec{B}$: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |A||B|$
* $\vec{A} \parallel \vec{B}$: $\vec{A} \times \vec{B} = 0$
* verso dato dalla regola della mano destra
* $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

  $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$ $\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$ $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

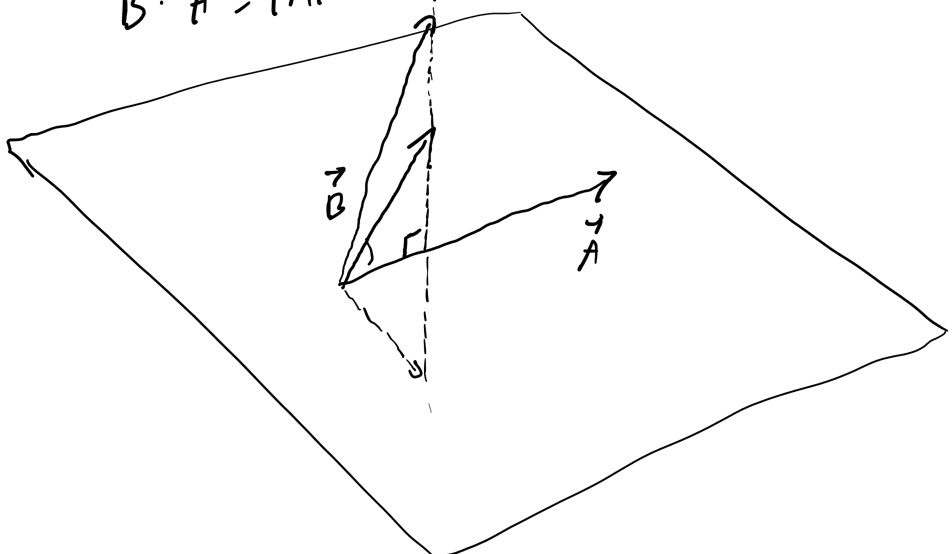
  $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

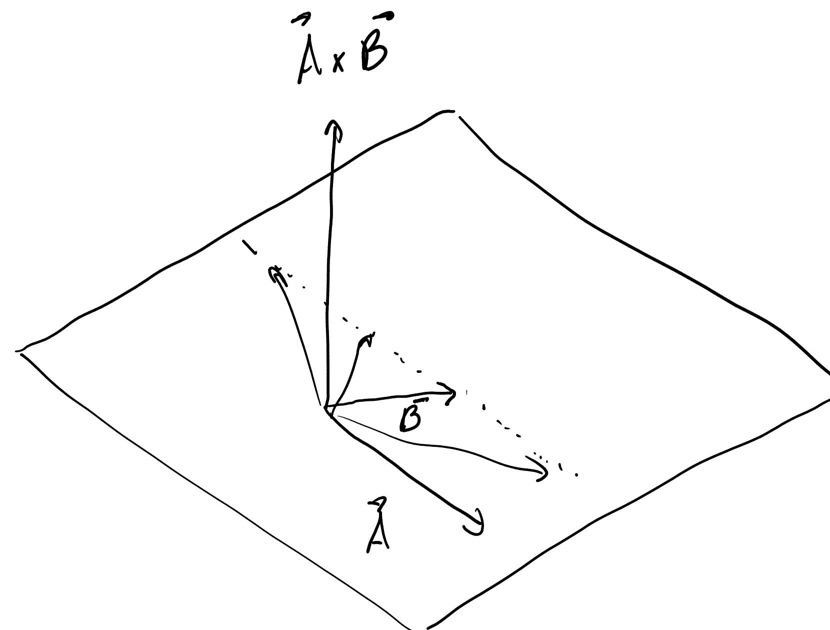


Il prodotto vettoriale

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$\vec{B} \cdot \hat{A} = |A| \cdot$ componente di B su A





Esempio: ciclotrone

fuori pagina $\odot$ dentro pagina $\otimes$

Forza di Lorentz

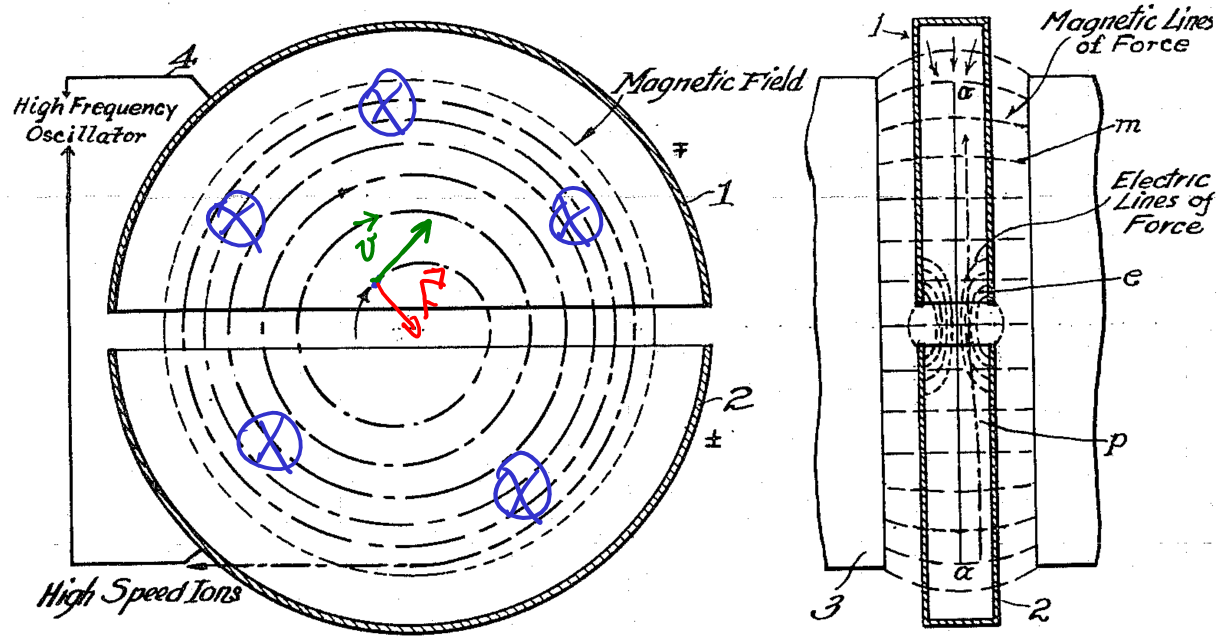
$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

senza $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$

forza centripeta



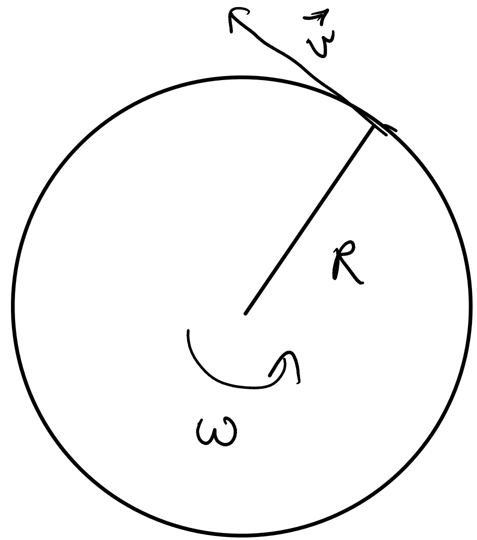
Lawrence 1930 (Nobel 1939)

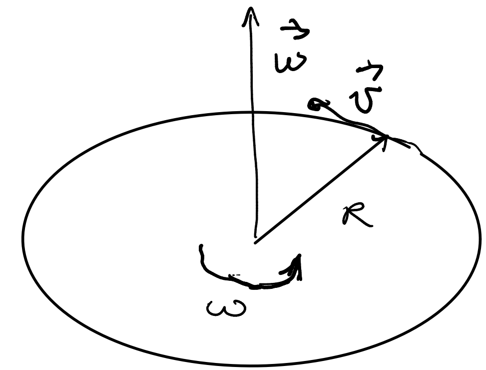
$$\frac{mv^2}{R} = evB \qquad \frac{mv}{R} = eB \qquad m\omega = eB \qquad \omega = \frac{eB}{m}$$

frequenza ciclotronica

(pseudo-)forza di Coriolis

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$





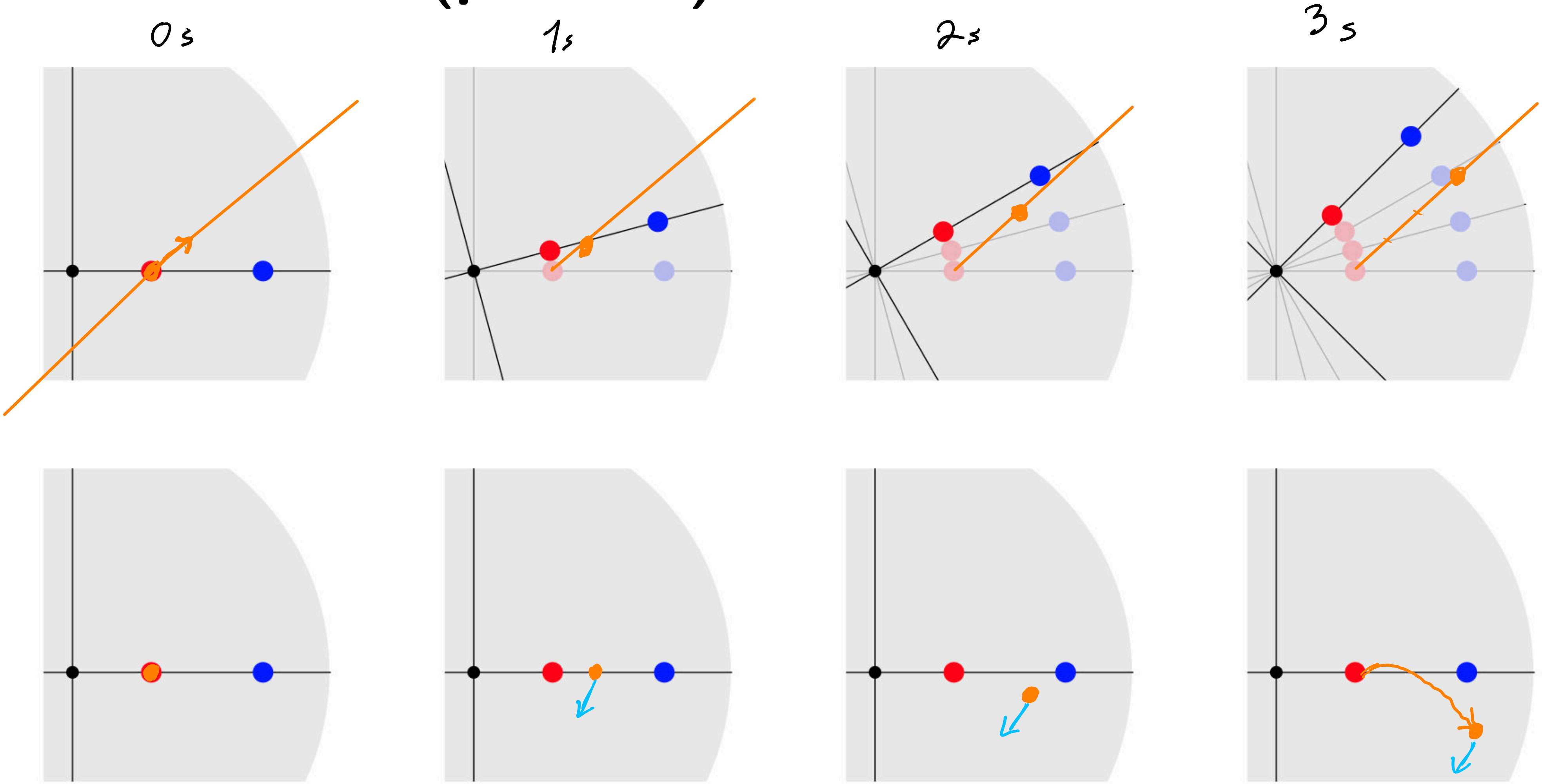
accelerazione centripeta

$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\omega \times \vec{R})$ non associativo

$\neq (\vec{\omega} \times \vec{\omega}) \times \vec{R}$

Pseudo-forza centrifuga: $\vec{F} = -m\vec{a} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$

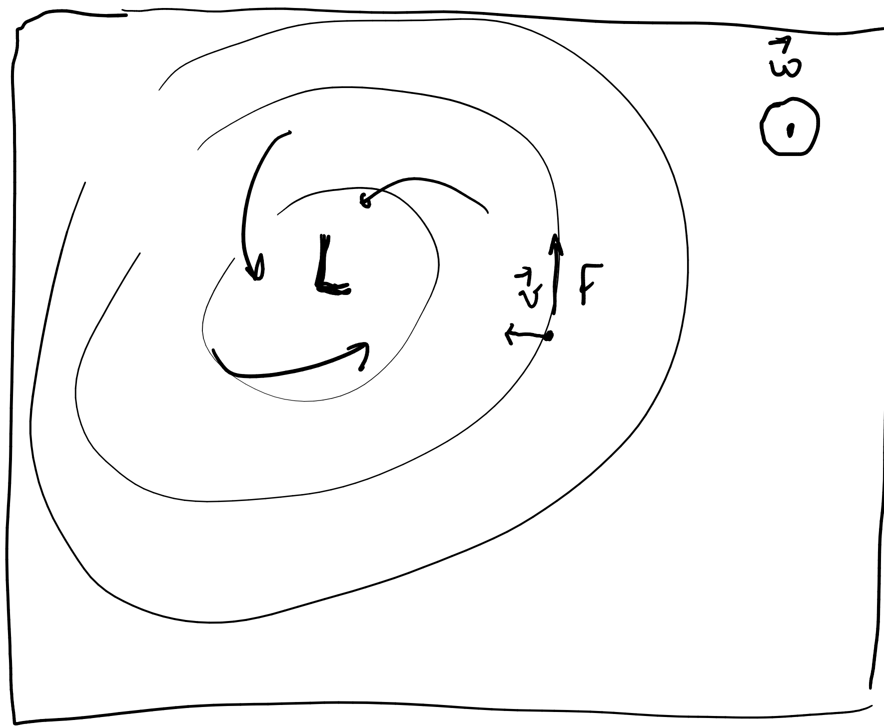
(pseudo-)forza di Coriolis



(pseudo-)forza di Coriolis

pseudo forza di coriolis $\perp$ a $\vec{\omega}$ e $\vec{v}$

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}$$



← carta meteo emisfero nord

Domanda velocità limite

$$v = \sqrt{\frac{2m}{\rho A C}}$$

$$m = V \cdot \rho_{scoiattolo}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\rho_{s.}}{\rho C}} \sqrt{\frac{V}{A}}$$

Esercizi