Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
Corso di Fisica AA 2021/2022

Esercitazione 2
CINEMATICA

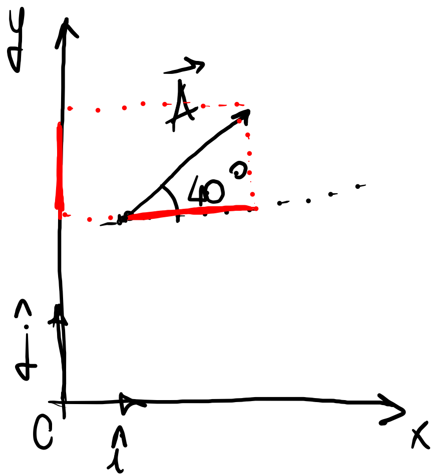
Stefania Baronio
stefania.baronio@phd.units.it

#1 Ancora qualche vettore

a) Un vettore $\vec{A}$ ha modulo 1,5 m e si trova sopra l'asse x, con cui forma un angolo di 40°. Esprimere il vettore con i vettori unitari $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$.

b) Determinare modulo e direzione di $\vec{B} = (1.9\ \mathrm{m})\hat{\imath} + (-0.65\ m)\hat{\jmath}$.

c) Sommare $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ con $\vec{C} = (-0.91\ \mathrm{m})\hat{\imath} + (0.42\ m)\hat{\jmath}$ ed esprimere in funzione dei versori.



a) $|\vec{A}| = 1.5\ m$

$$\vec{A} \cdot \hat{i} = |\vec{A}| \cos 40° = 1.5\,m \cdot \cos 40° \stackrel{!}{=} 1.5\,m \cdot 0.77 = 1.1\,m$$

$$\vec{A} \cdot \hat{j} = |\vec{A}| \sin 40° = 1.5\,m \cdot \sin 40 \stackrel{!}{=} 1.5\,m \cdot 0.64 = 0.96\,m$$

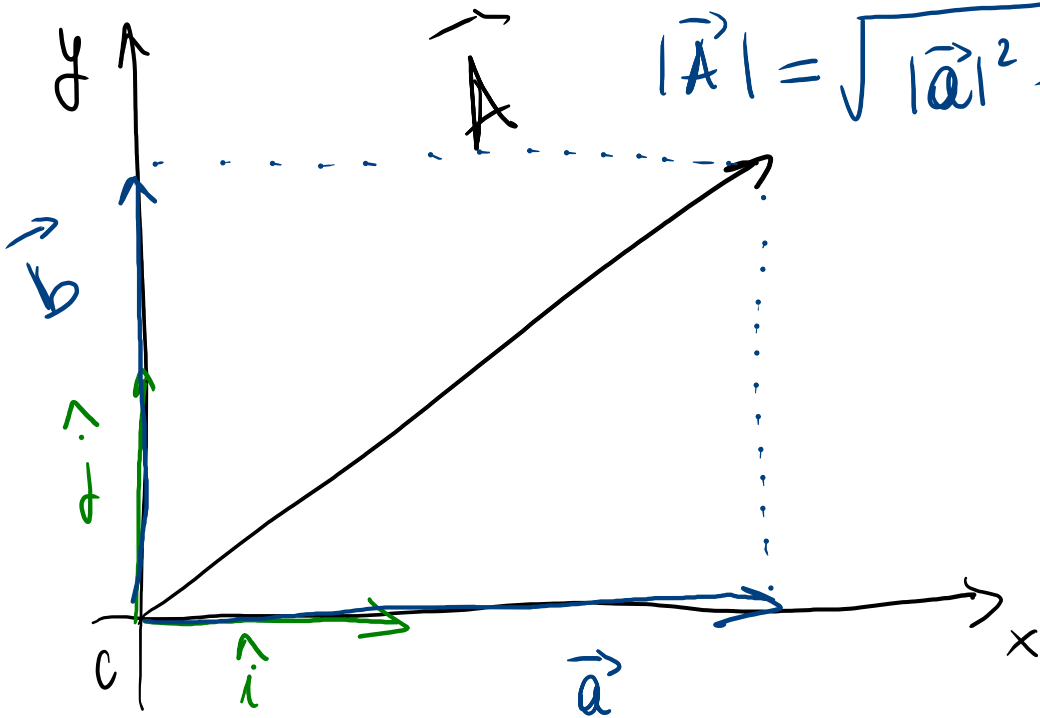
$$\boxed{\vec{A} = (1.1\,m)\hat{i} + (0.96\,m)\hat{j}}$$

SOMMA DI VETTORI

$$|\vec{A}| = \sqrt{(1.1)^2 m^2 + (0.96)^2 m^2} \simeq 1.5\,m$$

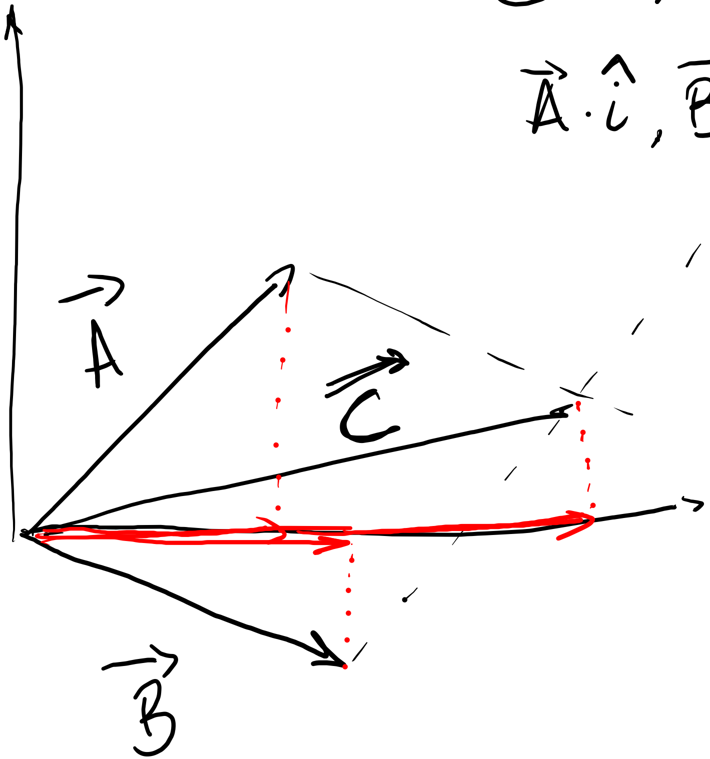
$$|\vec{A}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$$



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

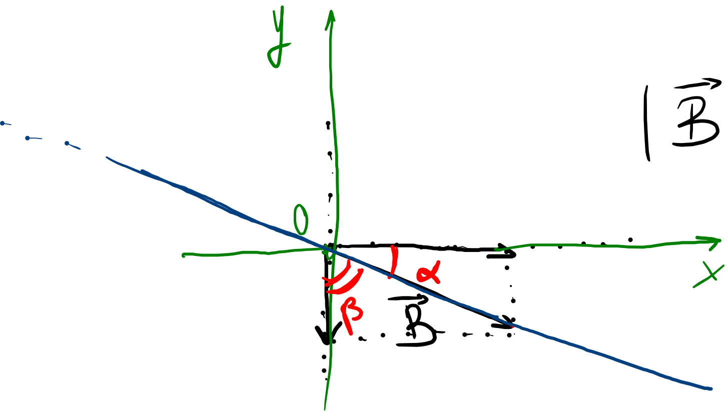
$$\vec{A} \cdot \hat{i}, \vec{B} \cdot \hat{i} \longrightarrow \vec{C} \cdot \hat{i}$$



$$|\vec{B}| \cdot \sin\alpha = -0.65\,m$$

$$\sin\alpha = -\frac{0.65\,\cancel{m}}{2\,\cancel{m}}$$

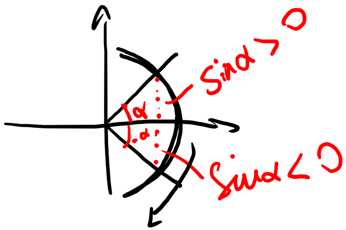
b) $\vec{B} = (1.9\,m)\,\hat{i} + (-0.65\,m)\,\hat{j}$



$$|\vec{B}| = \sqrt{(1.9m)^2 + (-0.65m)^2}$$

$$= \sqrt{3.61\,m^2 + 0.42\,m^2} = \sqrt{4.03\,m^2} = 2.00\,m$$

$$|\vec{B}| \cdot \cos\alpha = 1.9\,m$$

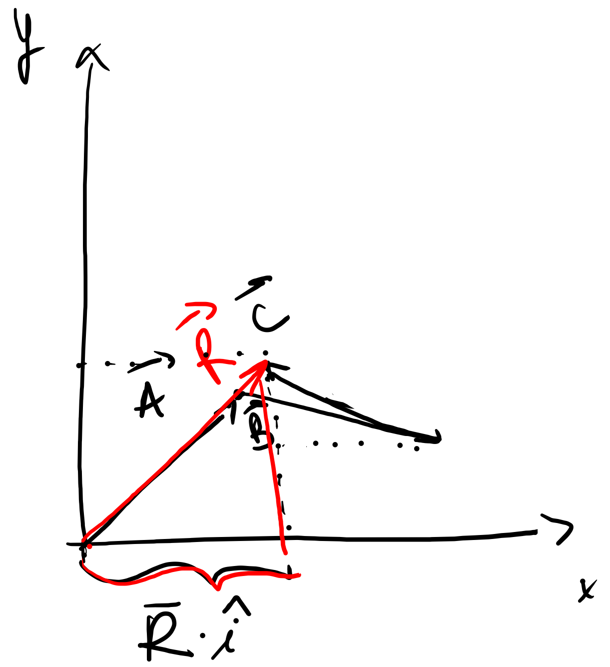


$$\cos\alpha = \frac{1.9m}{|\vec{B}|} = \frac{1.9\,\cancel{m}}{2\,\cancel{m}} = 0.95$$

$$\alpha = \arccos(0.95) = 18.2^\circ \rightarrow \alpha = -18.2^\circ$$

c) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = ?$

$$\begin{cases} \vec{A} = (1.1\,m)\hat{i} + (0.96\,m)\hat{j} \\ \vec{B} = (1.9\,m)\hat{i} + (-0.65\,m)\hat{j} \\ \vec{C} = (-0.91\,m)\hat{i} + (0.42\,m)\hat{j} \end{cases}$$



$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

$\vec{R}\cdot\hat{i} = 1.1\,m + 1.9\,m - 0.91\,m$

$= 2.1\,m$

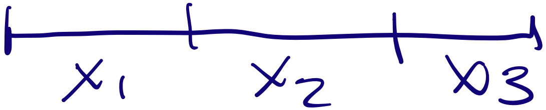
$\vec{R}\cdot\hat{j} = 0.96\,m + (-0.65\,m) + 0.42\,m = 0.74\,m$

$\vec{R} = (2.1\,m)\hat{i} + (0.74\,m)\hat{j}$

#2 Corri, Forrest!

Un fondista ha partecipato ad una gara sui 5000 m. Egli ha percorso i primi 2 km ad una velocità media di 22.5 km/h, i successivi 2 km ad una velocità media di ~~20.6~~ 19.9 km/h. Quali sono stati il tempo e la velocità media dell'atleta sull'intero percorso?

↳ ultimo km: velocità media = 20.6 km/h



$x_1 = 2\,km \qquad v_1 = 22.5\,km/h$

$x_2 = 2\,km \qquad v_2 = 19.9\,km/h$

$x_3 = 1\,km \qquad v_3 = 20.6\,km/h$

Velocità media $V_m = ?$ $\quad V_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

Sappiamo già Δx totale: $\Delta x = 5\,km \rightarrow \Delta t = ?$

$\Delta t_1 = \dfrac{\Delta x_1}{v_1} = \dfrac{2\,\cancel{km}}{22.5\,\cancel{km}/h} = 0.09\,h$

$\Delta t_2 = 0.10\,h$

$\Delta t_3 = 0.05\,h$

$\Rightarrow \Delta t_{TOT} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 \simeq 0.24\,h \simeq 14\,min\ 24\,s$

#2 Corri, Forrest!

Un fondista ha partecipato ad una gara sui 5000 m. Egli ha percorso i primi 2 km ad una velocità media di 22.5 km/h, i successivi 2 km ad una velocità media di ~~20.6~~ 19.9 km/h. Quali sono stati il tempo e la velocità media dell'atleta sull'intero percorso?

↳ ultimo km: velocità media = 20.6 km/h

$$v_m = \frac{\Delta x_{TOT}}{\Delta t_{TOT}} = \frac{5\ km}{0.24\ h} = \boxed{20.8\ \frac{km}{h}}$$

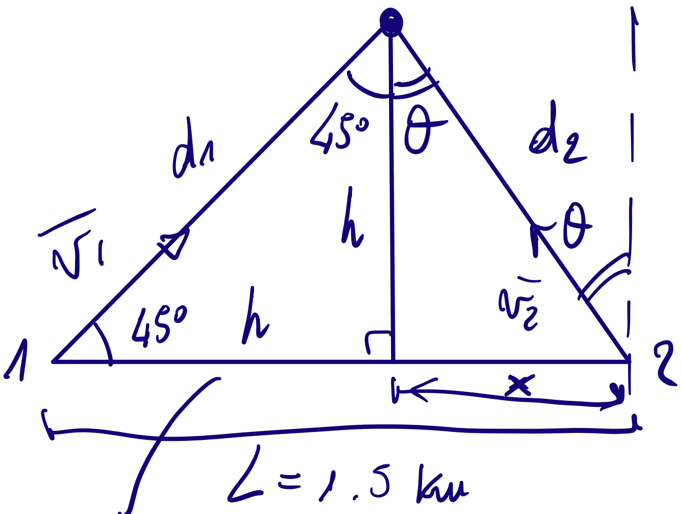
⇒ È RAGIONEVOLE

#3 Appuntamento sull’isola

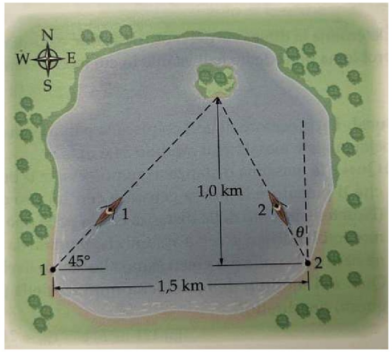
Due canoisti cominciano a pagaiare nello stesso momento e si dirigono verso una piccola isola all’interno di un lago, come mostrato in figura. Il canoista 1 pagaia con una velocità di modulo 1.35 m/s e con un angolo di 45° nord rispetto a est. Il canoista 2 parte dalla riva opposta del lago, che si trova a 1.5 km di distanza dal punto da cui è partito il canoista 1.

a) In quale direzione rispetto a nord deve pagaiare il canoista 2 per raggiungere l’isola?

b) Che velocità deve avere il canoista 2 perché le due canoe raggiungano l’isola nello stesso istante?



questa è uguale ad h = 1 km



a) $\theta = ?$ conosciamo solo 1 lato, h, mi serve un angolo o un altro lato $\Rightarrow$ conosciamo un altro lato, x

$$x = \cancel{L} - h = 1.5\,km - 1\,km = 0.5\,km$$

$$d_2 = \sqrt{x^2 + h^2} = \sqrt{(0.5\,km)^2 + (1\,km)^2}$$
$$\overset{!}{=} \sqrt{1.25\,km^2} = 1.1\,km$$

$$d_2 \cos\theta = h \Rightarrow \cos\theta = \frac{h}{d_2} = \frac{1\,km}{1.1\,km} = 0.9$$

$$\boxed{\theta = a\cos(0.9) \approx 24°}$$

b) $v_2 = ?$ Devo imporre che ci mettano lo stesso tempo!

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v_m}$$

posso calcolarlo per il canoista 1:

$$d_1 = \sqrt{(1\,km)^2 + (1\,km)^2} = \sqrt{2\,km^2} = 1.4\,km$$

$$\Delta t = \frac{d_1}{v_1} = \frac{1.4\,km}{1.35\,m/s} = \frac{1400\,m}{1.35\,m/s} = 1037\,s = 17\,min\ 17\,s$$

$$v_2 = \frac{d_2}{\Delta t} = \frac{1100\ m}{1037\ s} = \boxed{1.06\ m/s}$$

$1.1\ km = 1100\ m$

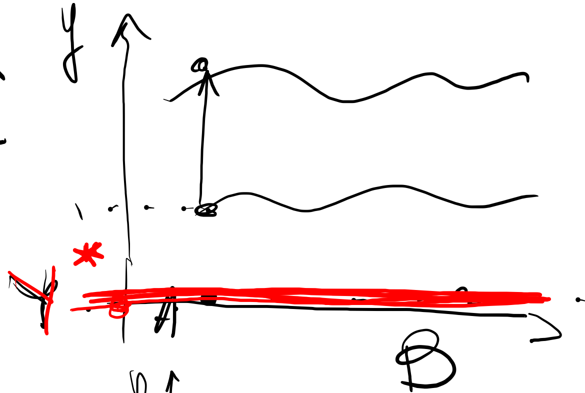
$\Rightarrow$ TORNA? SÌ, IL SECONDO DEVE FARE MENO STRADA QUINDI VA PIÙ LENTO

#5 Un gradiente facile

Calcolare il gradiente della funzione f(x,y)=$x^2 + y^2$.

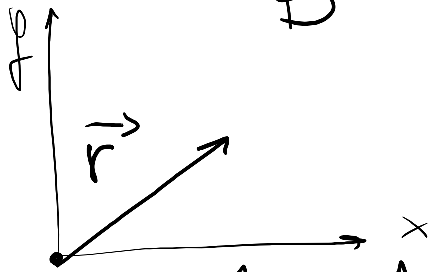
$$\vec{\nabla} f(x,y) = \boxed{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)}\,\hat{i} + \frac{\partial f}{\partial y}(x,y)\,\hat{j}$$

$$= 2x\,\hat{i} + 2y\,\hat{j}$$

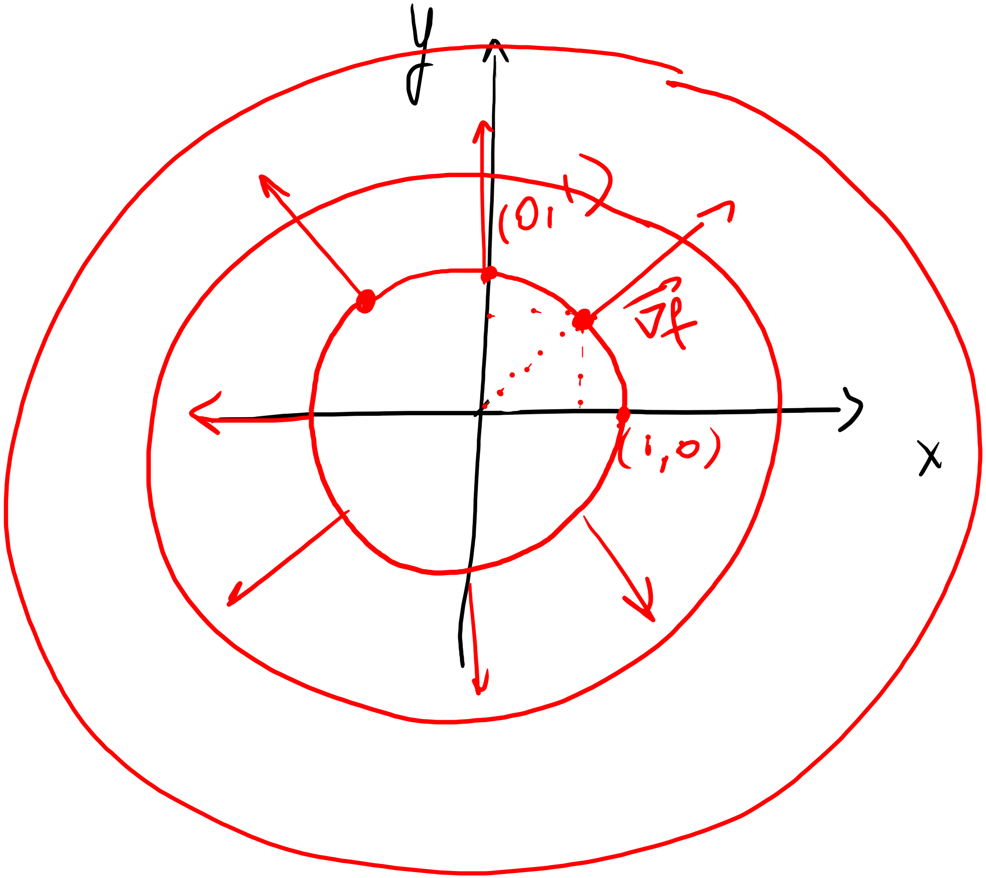


$$|\vec{r}|^2 = x^2 + y^2$$

$$\vec{\nabla} f(x,y) = 2\left(x\,\hat{i} + y\,\hat{j}\right) = 2\vec{r}$$



$$\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j}$$



y
x
(0,1)
(1,0)
$\vec{\nabla} f$

#6 Un gradiente un po’ meno facile

Calcolare il gradiente della funzione f(x,y)=$x^2 + 3y + \cos(xy) + 10$.

$$\vec{\nabla} f(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\,\hat{i} + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\,\hat{j}$$

$$= \left(2x + \cancel{0} - \sin(xy)\cdot y + \cancel{0}\right)\hat{i} + \left(\overset{\cancel{0}}{3} - x\cdot\sin(xy) + \cancel{0}\right)\hat{j}$$

$$= \left[2x - y\cdot\sin(xy)\right]\hat{i} + \left[3 - x\cdot\sin(xy)\right]\hat{j}$$