

Tre esercizi sulla logica proposizionale

Eugenio G. Omodeo

Trieste, 17/03/2020

I soli punti delicati, nella verifica che la versione \vdash_{ch} del calcolo proposizionale proposta in [Church(1956)] è una *logica booleana*, sono due:

Esercizio 1 Mostrare che $(\alpha \Rightarrow f) \Rightarrow f \vdash_{\text{ch}} \alpha$.

Esercizio 2 Mostrare che se $A, \alpha \vdash_{\text{ch}} \beta$, allora $A \vdash_{\text{ch}} \alpha \Rightarrow \beta$.

Un altro esercizio, riguardante la *semantica* della logica proposizionale è questo:

Esercizio 3 Consideriamo enunciati proposizionali della forma

$$E_0 \rightarrow E_1 \rightarrow \dots \rightarrow E_n,$$

Associaz. a
destra

con $n > 0$, in cui:

- *non* figurano altri connettivi proposizionali che l'implicazione ' \rightarrow ' (perfino la costante f , "falso", è vietata);
- E_n è una *lettera* proposizionale (chiamata TESTA dell'enunciato).

Mostrare che *quando*, in un enunciato di tale forma,

- i) si ha $E_i = E_n$ per qualche $i < n$, *allora* l'enunciato è tautologico;
- ii) nessun E_i (con $i < n$) coincide con E_n né è un'implicazione avente testa E_n , *allora* l'enunciato *non* è tautologico.