Scheda 2: Moto in 3D e principi della dinamica

Lettura

- Vannini, capitoli 4 e 5.
- OpenStax:
  - Capitolo 4 https://phys.libretexts.org/@go/page/3991
  - Capitolo 5 https://phys.libretexts.org/@go/page/3998

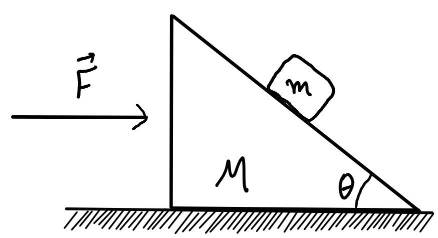
Esercizi del libro

- Esercizio risolto **4.10** (p. E14)
- Esercizio risolto **4.20** (p. E14)
- Esercizio risolto **5.8** (p. E19)
- Problema non risolto **5.8** (p. E23)

Esercizi aggiuntivi

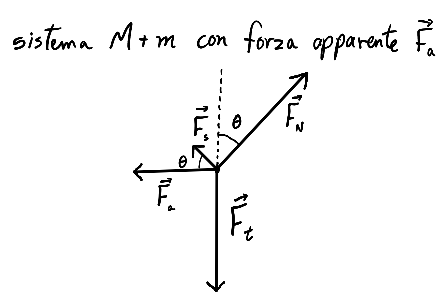
1. **(DIFFICILE)** Un corpo di massa $m = 0.5\,\text{kg}$ è disposto sul piano inclinato ($\theta = 40°$) di un blocco di forma cunea di massa $M = 2\,\text{kg}$.

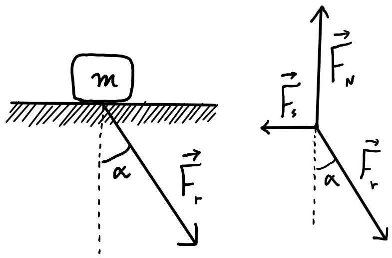
   Una forza orizzontale $\vec{F}$ è applicata sul blocco che scivola senza attrito su un piano orizzontale. Il coefficiente di attrito statico tra i due blocchi è $\mu_s = 0.6$. Trovare l'intervallo di valori che può prendere il modulo della la forza F in tal modo che il corpo di sopra non scivoli.



Solution: Il caso di interesse è quello in cui l'attrito statico mantiene i due blocchi immobili l'uno relativo all'altro. Di consequenza, la forza $\vec{F}$ agisce sull'insieme, di massa $M+m$, e quindi produce un'accelerazione $\vec{a} = \vec{F}/(M+m)$.

Con quest'accelerazione costante, si rivela utile il concetto di *forza apparente*. In un sistema uniformemente accelerato con accelerazione $\vec{a}$, il problema diventa puramente statico e necessita perciò solo un diagramma di corpo libero, come illustrato a fianco. È chiaro che la condizione ricercata dipende della risultante $\vec{F}_r = \vec{F}_t + \vec{F}_a$.





Risolviamo quindi il problema illustrato a lato. Per quale intervallo di angoli α non si muoverà il blocco? Come indicato dal diagramma di corpo libero, le componenti orizzontale e verticale risultano nelle equazioni

$$F_n = F_r \cos\alpha$$
$$F_{sx} = F_r \sin\alpha.$$

Il modulo dell'attrito statico è limitato dalla diseguaglianza $|F_{sx}| \leq \mu_s F_N$ e quindi

$$|\sin\alpha| \leq \mu_s \cos\alpha.$$

Si nota che il risultato, che si può anche scrivere $|\tan\alpha| \leq \mu_s$, non dipende dal modulo della forza ma solo dall'angolo con la verticale.

Per usare questo risulato per il nostro problema iniziale, basta scomporre la forza risultante $\vec{F}_r = \vec{F}_t + \vec{F}_a$ in componenti parallele e perpendicolare al piano inclinato:

$$F_r \sin\alpha = F_t \sin\theta - F_a \cos\theta$$
$$F_r \cos\alpha = F_t \cos\theta + F_a \sin\theta.$$

Di la si trova che

$$|F_t \sin\theta - F_a \cos\theta| \leq \mu_s (F_t \cos\theta + F_a \sin\theta),$$

e pazientemente isolando F_a, troviamo alla fine

$$F_t \frac{\tan\theta - \mu_s}{1 + \mu_s \tan\theta} \leq F_a \leq F_t \frac{\tan\theta + \mu_s}{1 - \mu_s \tan\theta}.$$

Usando $F = F_a$ e $F_t = (m + M)g$, troviamo alla fine:

$$3.9\,\mathrm{N} \leq F \leq 71\,\mathrm{N}.$$