

## CAPITOLO 1

# TERMODINAMICA DELL'ARIA UMIDA

## 1.1 Generalità

Nell'aria è sempre presente una piccola quantità di vapor d'acqua, indicativamente circa 1% in massa, per cui si può correttamente parlare di aria **umida**. L'aria atmosferica “**secca**” e, cioè, priva di vapore è, come noto, una miscela di gas ossigeno e azoto ( $O_2 \cong 23\%$  e  $N_2 \cong 76\%$  in massa). La presenza di una quantità così ridotta di vapore acqueo nell'aria potrebbe apparire, ad un primo esame, di scarsa importanza tecnica. Ma, in realtà, anche piccole differenze nelle “**modeste**” quantità di vapore presenti nell'aria possono comportare **notevoli conseguenze pratiche**: ad esempio, influenzare **la sensazione di benessere termico** delle persone o influenzare, e in notevole misura, la **conservazione di oggetti e manufatti**, etc.

Il controllo, quindi, della quantità di vapore presente nell'aria interna presenta notevole importanza tanto che esistono appositi impianti a questo scopo dedicati (impianti di condizionamento dell'aria). **In questo capitolo verranno introdotte e definite le principali grandezze igrometriche** necessarie per affrontare queste problematiche.

**L'aria umida viene considerata nella tecnica come una miscela di aria (gas) e di vapore acqueo (vapore surriscaldato)**, prescindendo dalla sua composizione in ossigeno ed azoto. Si dice, quindi, che **l'aria umida è una miscela d'aria secca e di vapore acqueo**. Poiché lo stato del vapore può essere considerato “sufficientemente rarefatto”, il comportamento di questo e dell'aria secca, e cioè dell'aria umida, può essere descritto con buona approssimazione mediante **l'equazione di stato dei gas perfetti**. In particolare, indicando con  $P_t$  la *complessiva pressione della miscela aria-vapore* e con  $n_t$  il *totale numero di moli presenti nel volume V*, si può scrivere:

$$P_t V = n_t R T$$

ove è:

$$n_t = n_a + n_v$$

essendo  $n_a$  e  $n_v$  rispettivamente il *numero di moli di aria e di vapore*.

L'equazione dei gas perfetti può essere ora scritta anche per ciascun componente nella forma:

$$P_a = n_a R \cdot T / V \qquad P_v = n_v R \cdot T / V$$

ove  $P_a$  e  $P_v$  assumono il significato di **pressioni parziali** di questi componenti della miscela. Si noti che le pressioni  $P_a$  e  $P_v$  vengono, così, a rappresentare la pressione che ciascun componente (aria e vapore) eserciterebbe qualora occupasse da solo, e alla stessa temperatura  $T$ , l'intero volume  $V$  a disposizione.

Esplicitando i numeri di moli, si ottiene:

$$n_a = P_a V / R \cdot T \qquad n_v = P_v \cdot V / R \cdot T \qquad n_t = P_t V / R T$$

per cui, sostituendo nella relazione  $n_t = n_a + n_v$ , si ottiene la relazione tra la pressione totale della miscela gassosa e le pressioni parziali dei componenti:

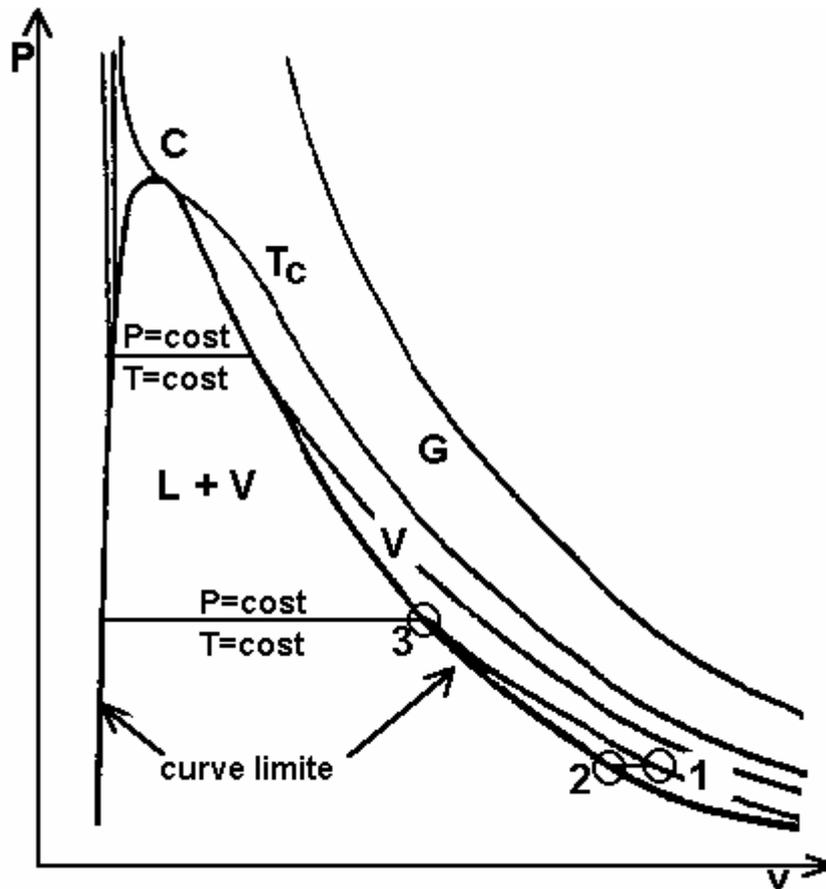
$$P_t = P_a + P_v$$

Questa relazione prende il nome di **Legge di Dalton** ed è valida per i soli gas perfetti. Tenendo conto dei bassi valori  $P_v$  nell'aria atmosferica (circa 1300 - 2000 [Pa]) la relazione risulta del tutto corretta.

Si consideri il diagramma (P,v) dell'acqua in figura: sul diagramma, lo stato del vapore presente nell'aria sia rappresentato dal punto 1. In questo stato ( $P_1, v_1$ ), nell'aria sono presenti  $\rho_{v1} = 1 / v_1$  [kg/m<sup>3</sup>] di vapore. Se la pressione totale  $P_t$  della miscela è nota (pari alla pressione atmosferica) la composizione della miscela  $n_v / n_t$  è determinata:

$$P_v / P_t = n_v / n_t$$

S'immagini, ora, che la temperatura dell'aria atmosferica diminuisca a parità però della pressione  $P_t$ . Durante questo processo la pressione parziale  $P_v$  si mantiene costante, finché la composizione dell'aria umida, definita dal rapporto  $n_v/n_t$ , rimane inalterata.



La trasformazione 1 → 2 sul diagramma (P, v) è isobara (la temperatura diminuisce fino al valore T<sub>2</sub>). Nello stato 2, il vapore è ormai saturo. Se la temperatura diminuisce ulteriormente lo stato del vapore non potrà che spostarsi a destra lungo la curva limite del vapore saturo, verso più elevati valori del volume specifico (minori densità). In corrispondenza la pressione P<sub>v</sub> e il numero di moli di vapore presenti nella fase aeriforme n<sub>v</sub> diminuiranno e si separerà acqua; ad esempio, nell'aria si formerà una minuta dispersione di goccioline (nebbia).

La temperatura T<sub>2</sub> è detta *temperatura di rugiada* dell'aria. L'appannamento della superficie esterna di un bicchiere contenente una bibita gelata (formazione di minutissime goccioline d'acqua sulla superficie esterna) è dovuta proprio al raggiungimento della temperatura di rugiada dell'aria sulla tale superficie. Si supponga, ora, di considerare nuovamente lo stato rappresentato dal punto 1. È possibile immaginare di raggiungere la saturazione anche muovendosi a temperatura costante e cioè muovendosi sul diagramma verso sinistra fino a giungere al punto 3 (T<sub>3</sub> = T<sub>1</sub>). Ciò potrebbe essere realizzato mantenendo costante la temperatura dell'aria in un ambiente e aggiungendo via via vapore fino a che la P<sub>v</sub>, aumentando progressivamente, non giunge al massimo valore consentito, cioè al valore della *pressione di saturazione* P<sub>s</sub>(T<sub>1</sub>). In altre parole, la saturazione del vapore può essere raggiunta sia raffreddando l'aria a P<sub>t</sub> = cost, sia immettendo vapore nell'ambiente a T=cost.

## 1.2 Grandezze igrometriche: umidità relativa e assoluta, entalpia.

Si introducono le seguenti grandezze:

- **Umidità relativa:** rapporto tra la densità del vapore ρ<sub>v</sub> e la densità del vapor saturo ρ<sub>s</sub> alla stessa temperatura:

$$i = \rho_v / \rho_s$$

L'umidità relativa i esprime anche il rapporto tra la massa di vapore m<sub>v</sub> presente in un qualunque volume V d'aria e la massa di vapore m<sub>s</sub> a saturazione (massima possibile). E' anche:

$$i = m_v / m_s = \rho_v / \rho_s$$

Sempre considerando il vapore come un gas ideale si può scrivere:

$$P_v = \rho_v \cdot R_v T$$

$$P_s = \rho_s \cdot R_v T$$

per cui risulta anche:

$$i = P_v / P_s$$

L'umidità relativa i potrà quindi variare tra 0 ed 1 perché la pressione parziale del vapore è sempre compresa tra 0 e P<sub>v</sub> = P<sub>s</sub>. Nella pratica l'umidità relativa i viene espressa in unità percentuali.

Nella seguente tabella sono riportati i valori di  $P_s = f(T)$ .

$t [^{\circ}C]$	$t + 0.0$	$t + 0.1$	$t + 0.2$	$t + 0.3$	$t + 0.4$	$t + 0.5$	$t + 0.6$	$t + 0.7$	$t + 0.8$	$t + 0.9$
24	2991	3009	3028	3046	3065	3083	3102	3121	3140	3159
23	2814	2831	2849	2866	2884	2901	2919	2937	2955	2973
22	2646	2663	2679	2696	2712	2729	2746	2763	2780	2797
21	2488	2503	2519	2534	2550	2566	2582	2598	2614	2630
20	2338	2352	2367	2382	2397	2412	2427	2442	2457	2472
19	2196	2209	2223	2237	2251	2266	2280	2294	2309	2323
18	2061	2074	2087	2101	2114	2127	2111	2154	2168	2182
17	1934	1947	1959	1972	1984	1997	2010	2022	2035	2048
16	1814	1826	1838	1850	1861	1873	1885	1898	1910	1922
15	1701	1712	1723	1734	1746	1757	1768	1780	1791	1803
14	1594	1605	1615	1626	1636	1647	1658	1668	1679	1690
13	1493	1503	1513	1523	1533	1543	1553	1563	1574	1584
12	1398	1408	1417	1426	1436	1445	1455	1464	1474	1484
11	1309	1317	1326	1335	1344	1353	1362	1371	1380	1389
10	1224	1232	1241	1249	1257	1266	1274	1283	1291	1300
9	1145	1152	1160	1168	1176	1184	1192	1200	1208	1216
8	1070	1077	1084	1092	1099	1107	1114	1122	1129	1137
7	999	1006	1013	1020	1027	1034	1041	1048	1055	1062
6	933	939	946	952	959	965	972	979	986	992
5	871	877	883	889	895	901	907	914	920	926
4	812	818	823	829	835	841	847	853	858	864
3	757	762	768	773	779	784	790	795	801	806
2	705	710	715	720	726	731	736	741	746	752
1	657	662	666	671	676	681	686	690	695	700
0	611	616	620	624	629	634	638	643	647	652

Tabella con valori di  $P_s = f(T)$ .

La pressione di saturazione può anche essere valutata mediante opportune relazioni analitiche.

- **Umidità assoluta:** rapporto tra la densità del vapore  $\rho_v$  e la densità dell'aria secca  $\rho_a$ :

$$x = \rho_v / \rho_a$$

L'umidità assoluta esprime il rapporto tra la massa del vapore  $m_v$  presente in un qualunque volume  $V$  d'aria e la massa di aria secca  $m_a$  presente nello stesso volume.

In genere per evidenziarne meglio il suo significato fisico si esprime in kg di vapore  $[kg_v]$  per kg di aria secca  $[kg_a]$  ossia con le dimensioni  $[kg_v / kg_a]$ . Il legame tra  $x$  e la  $i$  può essere facilmente ottenuto. Sulla base dell'equazione di stato dei gas perfetti, può porsi

$$P_a = \rho_a \cdot R_a \cdot T \qquad P_v = \rho_v \cdot R_v \cdot T$$

Si ricorda che la massa molecolare e la costante dei gas "aria secca" e "vapor d'acqua" sono, rispettivamente:

ARIA SECCA	VAPOR D'ACQUA
$\mu_a \cong 29$	$\mu_v \cong 18$ $[kg/kmole]$
$R_a \cong 0.287$	$R_v \cong 0.461$ $[kJ/kgK]$

e, quindi, si può scrivere:

$$x = \frac{\rho_v}{\rho_a} = \frac{P_v R_a T}{P_a R_v T} = \frac{P_v \mu_v}{P_a \mu_a} = \frac{P_v}{(P_t - P_v)} \cdot \frac{18}{29} = \frac{i \cdot P_s}{(P_t - i \cdot P_s)} \cdot 0.622 \quad [kg_v / kg]$$

ove si è posto:

$$P_a = P_t - P_v$$

Si può osservare che essendo  $P_s = f(t)$  è anche  $x = f(t, i)$ , ovviamente se  $P_t$  è costante.

### • Entalpia dell'aria umida

Lo studio delle condizionamento dell'aria e delle trasformazioni dell'aria negli impianti di condizionamento richiede l'introduzione della grandezza entalpia dell'aria umida. Riferendosi alla massa complessiva  $M_t$  di aria umida, si osserva che nella miscela sono presenti  $M_a$   $[kg_a]$  di aria e  $M_v$   $[kg_v]$  di vapore per cui, ovviamente:

$$M_t = M_a + M_v \qquad [kg]$$

In generale, per una miscela di gas perfetti l'entalpia totale della miscela  $H_t$   $[J]$  è esprimibile in termini dell'entalpia specifica della miscela  $h_t$   $[J/kg]$  come segue:

$$H_t = M_t h_t$$

E, in relazione alle entalpie specifiche  $h_i$   $[J/kg]$  degli  $i$  componenti presenti, anche:

$$H_t = M_t h_t = \sum_i M_i h_i \qquad [J]$$

Nel caso di aria umida può quindi porsi con ovvia simbologia:

$$h_t (M_a + M_v) = M_a h_a + M_v h_v \quad [J]$$

Come già visto per la definizione dell'umidità assoluta **anziché all'unità di massa** della miscela  $M_t$ , si preferisce riferire l'entalpia **all'unità di massa del componente aria** e cioè ad **1 kg** di aria secca. Questo modo di procedere è utile nello studio dei processi di condizionamento dell'aria; ad esempio, se la portata d'aria che attraversa un impianto di condizionamento viene umidificata, e cioè resa più ricca di vapore, **la portata d'aria umida** attraverso l'impianto **varia**, mentre **la portata d'aria secca** rimane **costante**. Riferendosi dunque ad 1 kg di aria secca  $[kg_a]$ , e cioè dividendo entrambi i membri di quest'ultima relazione per  $M_a$ , si può scrivere:

$$h = h_t (1 + x) = h_a + x h_v \quad [kJ/kg_a]$$

ove la grandezza  $h$  rappresenta ora l'**entalpia complessiva della miscela aria e vapore**; miscela composta evidentemente da **1 kg** di aria e da **x kg** di vapore. Le entalpie specifiche dei due componenti  $h_a$  e  $h_v$  possono ora essere valutate in relazione allo stato termodinamico dei due componenti. L'entalpia  $h_v$  del vapore è, quindi, complessivamente esprimibile\*\*:

$$h_v = r_0 + \int_{t_0}^t c_{pv} \cdot dt = r_0 + c_{pv} \cdot (t - t_0) = r_0 + c_{pv} \cdot t$$

\*\* Si consideri, a questo scopo, aria umida a temperatura  $t$  e ad una pressione totale  $P_t = P_a + P_v$ . Lo stato termodinamico dell'aria secca sarà individuato dalla coppia di variabili  $(P_a, t)$  e lo stato del vapore dalla coppia  $(P_v, t)$ .

Le entalpie  $h_a$  e  $h_v$  sono valutate alla generica temperatura  $t$  in relazione agli **stati di riferimento**  $h_a^\circ$  e  $h_v^\circ$  cui si assegna convenzionalmente valore zero. Se si assimila l'aria ad un gas perfetto per il quale, come si ricorderà, risulta  $h_a = f(t)$  e  $dh_a = c_{pa} dt$ , si può scrivere:

$$h_a - h_a^\circ = \int_{t_0}^t c_{pa} \cdot dt = c_{pa} \cdot (t - t_0)$$

ove con  $t_0$  si è indicata la **temperatura allo stato di riferimento**. Se si pone:  $h_a^\circ = 0$  in corrispondenza a  $t_0 = 0$  [°C], si può scrivere  $h_a = c_{pa} t$ . La valutazione dell'**entalpia specifica del vapore**  $h_v$ , risulta un poco più articolata in quanto è necessario contemplare passaggi di fase (acqua-vapore o vapore acqua). A questo scopo si attribuisce  $h_v^\circ = 0$  all'acqua liquida satura a  $t_0 = 0$  [°C]. In questo caso la pressione di equilibrio dell'acqua è pari alla pressione di saturazione a 0 °C del vapore e cioè  $P_v^\circ = P_s(t_0) = 611$  [Pa]. L'entalpia  $h_v$  nello stato generico (individuato dalle grandezze  $P_v, t$ ) non differisce in modo tecnicamente significativo dal valore dell'entalpia valutata in corrispondenza allo stato  $(P_v = P_v^\circ, t)$ . In conseguenza l'entalpia  $h_v$  viene valutata immaginando un **processo isobaro** ( $P_v^\circ = \text{cost.}$ ) che porti l'*unità di massa di acqua satura*, inizialmente a temperatura  $t_0$ , allo stato finale di vapore surriscaldato a una temperatura generica  $t$ . Alla prima fase di questo processo isobaro, e cioè alla completa vaporizzazione del liquido saturo fino allo stato di vapore saturo secco ( $t_0 = 0$  [°C]), compete una variazione di entalpia pari al **calore di vaporizzazione**  $r_0$  [kJ/kg]. Nella fase successiva, e cioè nel processo isobaro che porta il vapore saturo secco dalla temperatura  $t_0 = 0$  [°C] alla temperatura generica  $t$ , la variazione di entalpia è valutabile con l'espressione  $dh_v = c_{pv} dt$ .

Il calore di vaporizzazione  $r_o$  è pari a **2501** [kJ/kg] mentre  $c_{pa} = 1.005$  [kJ/kgK] e  $c_{pv} = 1.87$  [kJ/kg K]. Complessivamente si può, quindi, scrivere per l'entalpia dell'aria umida la seguente espressione:

$$h = h_a + x h_v = 1.005 t + x (2501 + 1.87 t) \quad [\text{kJ/kg}_a]$$

Nel caso di una trasformazione lungo la quale la  $x$  non cambi ( $h = f(t)$ ) può essere conveniente esprimere il calore specifico dell'aria umida, ottenendo:

$$c_{pu} = \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_p = c_{pa} + x \cdot c_{pv}$$

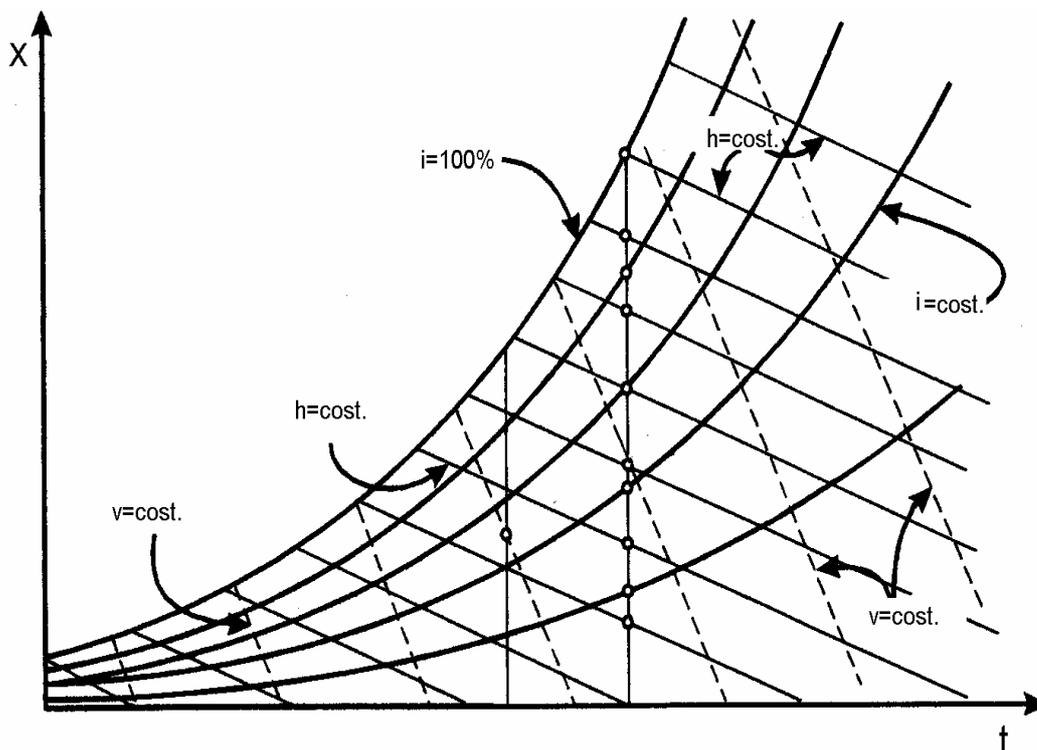
Si osservi che  $c_{pu}$  è maggiore del  $c_{pa}$  dell'aria secca e dipende dal contenuto igrometrico dell'aria.

### 1.3 Diagrammi psicrometrici

Da un punto di vista generale si può precisare che *per individuare lo stato termodinamico di una miscela di aria secca e vapore* (non è una sostanza pura) *è necessario conoscere almeno tre grandezze di stato tra loro indipendenti*. Ad esempio, l'umidità assoluta  $x$  dipende dalla temperatura  $t$ , dall'umidità relativa  $i$  e dalla pressione totale  $P_t$ . Ossia:  $x = x(t, i, P_t)$  e, analogamente,  $h = h(t, i, P_t)$ . Ponendo  $P_t = 101.300$  [Pa] (pressione atmosferica al livello del mare), lo stato dell'aria umida diverrà funzione di sole due variabili consentendo la costruzione di diagrammi psicrometrici bidimensionali.

Ad esempio, riportando in ordinate l'umidità assoluta  $x$  e in ascissa la temperatura  $t$  si ha il **diagramma ASHRAE** (*American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers*). Su questo diagramma si rappresentano facilmente le grandezze termodinamiche dell'aria umida nonché le principali trasformazioni termodinamiche che interessano il condizionamento dell'aria.

Il **diagramma ASHRAE** con la temperatura (ascisse) e l'umidità specifica (ordinate) è il più utilizzato. Il processo di costruzione di questo diagramma è schematizzato in figura.



In particolare, riscrivendo l'entalpia nella forma:

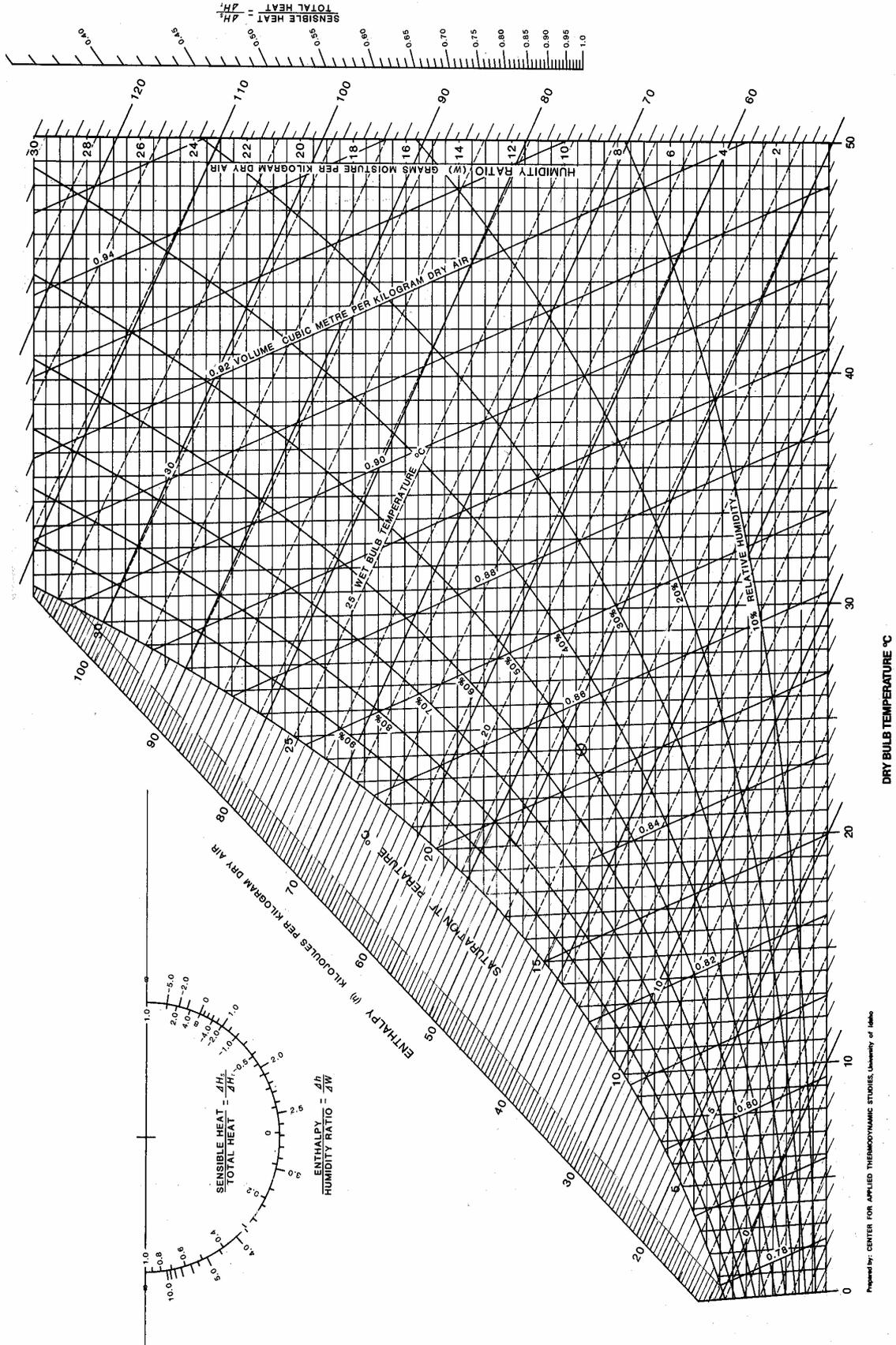
$$x = \frac{h - c_{pa} t}{r_0 + c_{pv} t}$$

e tenendo conto che  $r_0 + c_{pv}t \approx \text{cost.}$  ( $r_0 \gg c_{pv}t$ ), si osserva che in una trasformazione isoentalpica

$$x = 0.622 \frac{i \cdot P_s}{(P_t - i \cdot P_s)}$$

( $h = \text{cost.}$ ), la relazione tra  $x$  e  $t$  è pressochè lineare e, quindi, le isoentalpiche su questo diagramma hanno un andamento rettilineo e sono pressochè parallele tra loro. Se, poi, si sostituiscono valori di pressione di saturazione  $P_s = P_s(t)$ , corrispondenti a valori costanti  $t$  (isoterme) nella definizione di umidità specifica è possibile costruire le curve ad  $i = \text{cost.}$

Ad esempio, per costruire la curva di saturazione si pone nella precedente relazione  $i = 1$ . Normalmente, le umidità relative  $i$  sono espresse in valori percentuali. Il diagramma ASHRAE, valido per pressione atmosferica al livello del mare ( $P_t = 101.300$  [Pa]), è rappresentato nella seguente figura.

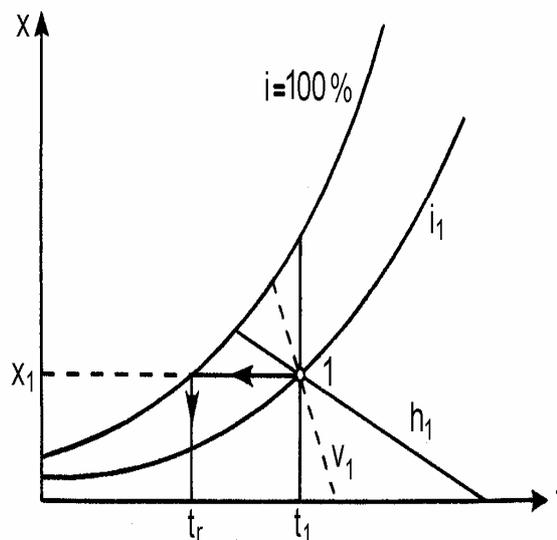


#### 1.4. Misura dell'umidità relativa (psicrometria)

L'umidità relativa dell'aria può essere misurata con vari metodi. Si ricordano, qui di seguito, due diversi metodi e gli strumenti corrispondenti che vengono utilizzati.

##### ● Igrometro ad appannamento

Il principio su cui si basa l'**igrometro ad appannamento** fa riferimento ad una superficie lucida a contatto con l'aria di cui si vuole misurare l'umidità. La superficie lucida viene progressivamente raffreddata fino a quando non si verifica l'appannamento della superficie. In queste condizioni, la temperatura della superficie eguaglia la temperatura di rugiada  $t_r$  dell'aria circostante e lo stato dell'aria **adiacente la superficie** è determinato dalla coppia di grandezze  $t_r$  e  $i = 1$  come rappresentato in figura. Se poi misura poi anche la temperatura dell'aria ( $t_1$  sul diagramma ASHRAE) si possono facilmente leggere sul diagramma tutte le altre grandezze di stato, ad esempio l'umidità relativa  $i_1$ .

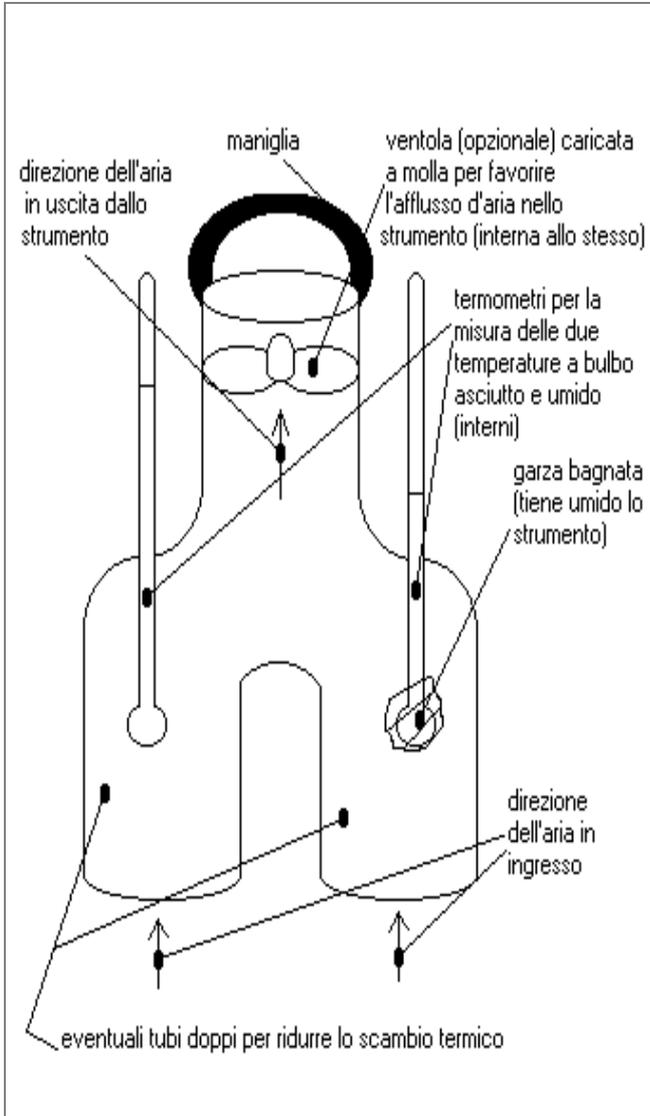


Si può osservare che, durante il processo di raffreddamento dell'aria da  $t_1$  fino a  $t_r$ , la sua umidità assoluta è rimasta costante (processo a  $x = x_1 = \text{cost.}$ ) e pertanto lo stato **1** dell'aria ambiente è individuato dall'incrocio tra la retta  $x = x_1$  e l'isoterma  $t_1$ .

##### ● Psicrometro ad aspirazione

Il più comune strumento per la misura dell'umidità relativa è la **psicrometro ad aspirazione**, rappresentato in figura. Lo strumento consiste in un tubo ad U all'interno del quale, con un ventilatore viene aspirata aria. All'interno dei due rami sono alloggiati due termometri, uno dei quali (**bulbo bagnato**) è ricoperto da una garza che, al momento dell'uso, viene imbevuta d'acqua. In questo modo è possibile la misura simultanea della temperatura del bulbo asciutto  $t_a$  e

del bulbo bagnato  $t_b$ . Queste due temperature, ovviamente, differiscono tra loro, essendo  $t_b < t_a$ . Ciò è dovuto all'evaporazione di acqua che si verifica sul bulbo bagnato lambito dalla corrente d'aria umida.



In condizioni di regime stazionario il flusso termico  $\phi_v$  necessario per vaporizzare la portata d'acqua dal bulbo è:

$$\phi_v = g_v \cdot r$$

ove  $g_v$  [kg/s] rappresenta la quantità di acqua vaporizzata nell'unità di tempo, ed  $r$  il calore di vaporizzazione. Il flusso termico  $\phi_v$  viene scambiato con la corrente d'aria per convezione termica. Come noto, il flusso convettivo è esprimibile come:

$$\phi_c = \alpha_c \cdot S \cdot (t_a - t_b)$$

ove  $S$  è la superficie del bulbo bagnato. Eguagliando le due espressioni si ottiene:

$$g_v r = \alpha_c S (t_a - t_b) \quad [W]$$

Poiché  $g_v$  dipende dalla pressione  $P_v$  del vapore nell'aria e più precisamente dalla differenza  $(P_s - P_v)$ , è, evidentemente:

$$g_v = f(P_s - P_v)$$

e, quindi, anche:

$$(t_a - t_b) = f'(P_s - P_v)$$

Il valore della differenza  $t_a - t_b$  risulterà tanto più grande quanto minore sarà la quantità di vapore presente nell'aria e cioè quanto minore l'umidità relativa dell'aria aspirata dallo strumento. In genere, il costruttore dell'apparecchio fornisce opportuni diagrammi per risalire, dalla differenza  $t_a - t_b$  all'umidità relativa dell'aria. In prima approssimazione, la trasformazione dell'aria che lambisce il bulbo bagnato può essere considerata isentalpica. Pertanto il punto di incrocio tra l'isoterma  $t_b$  e la curva  $i = 100\%$  consente di determinare  $h_1$ . A questo punto stato dell'aria (1) è leggibile sul diagramma (incrocio tra  $t_1$  e l'isoentalpica  $h_1$  che passa per  $t_b$ ).

**ESERCIZI ED ESEMPI**

1) L'aria interna di un ambiente è caratterizzata da un'umidità relativa  $i_a = 60\%$ . La temperatura dell'aria è  $t_a = 19$  [°C]. Si valuti la pressione parziale del vapore  $P_v$ , l'umidità assoluta  $x$ , l'entalpia dell'aria umida  $h$  e il calore specifico dell'aria umida  $c_{pu}$ .

Ricordando la definizione di  $i$ :

$$i_a = \frac{P_v}{P_s(t)} = \frac{P_v}{P_s(19)}$$

Risulta dalla tabella  $P_s(19) = 2196$  [Pa] per cui la pressione parziale è:

$$P_v = i_a \cdot P_s(19) = \frac{60}{100} \cdot 2196 = 1318 \text{ [Pa]}$$

Per valutare l'umidità specifica  $x$  si può utilizzare la relativa definizione :

$$x = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \cdot \frac{P_v}{P_t - P_v} = 0.622 \cdot \frac{1318}{101300 - 1318} = 0.0082 \text{ [kg}_v \text{ / kg}_a \text{]}$$

L'entalpia  $h$  risulta:

$$h = 1.005 \cdot t + x \cdot (2501 + 1.87 \cdot t) = 1.005 \cdot 19 + 0.0082 \cdot (2501 + 1.87 \cdot 19) = 39.89 \text{ [kJ / kg}_a \text{]}$$

Il calore specifico dell'aria umida  $c_{pu}$ .

$$c_{pu} = c_{pa} + x \cdot c_{pv} = 1.005 + 0.0082 \cdot 1.87 = 1.020 \text{ [} \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \text{]}$$

Si provi a ricavare direttamente dal diagramma ASHRAE l'umidità assoluta  $x$ , l'entalpia dell'aria umida  $h$  appena calcolate per via algebrica.

2) Un phon (asciugacapelli) aspira e riscalda una portata d'aria di  $G_v = 50$  [m<sup>3</sup>/h]. L'umidità relativa e la temperatura dell'aria all'ingresso sono rispettivamente  $t_1 = 20$  [°C] e  $i_1 = 60\%$ . Se la potenza termica che le resistenze elettriche (per effetto Joule) forniscono all'aria è  $\phi = 400$  [W], si valuti la temperatura  $t_2$  e l'umidità relativa  $i_2$  dell'aria in uscita.

Risulta dalla definizione :

$$i_1 = \frac{P_v}{P_s(t)} = \frac{P_v}{P_s(20)}$$

Dalla tabella si ha  $P_s(20) = 2338$  [Pa] per cui la pressione parziale del vapore all'ingresso è:

$$P_{v1} = i_a \cdot P_s(20) = \frac{60}{100} \cdot 2338 = 1402 \text{ [Pa]}$$

La densità dell'aria umida  $\rho_1$  e l'umidità specifica  $x_1$  sono rispettivamente:

$$\rho_1 = \rho_{a1} + \rho_{v1} = \frac{P_{a1}}{R_a \cdot T_1} + \frac{P_{v1}}{R_v \cdot T_1} = \frac{1}{T_1} \cdot \left( \frac{P_t - P_{v1}}{R_a} + \frac{P_{v1}}{R_v} \right) = \frac{1}{293} \cdot \left( \frac{99898}{287} + \frac{1402}{461} \right) = 1.20 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$x_1 = 0.622 \cdot \frac{P_{v1}}{P_t - P_{v1}} = 0.622 \cdot \frac{1402}{99898} = 0.0087 \text{ [kg}_v\text{/kg}_a\text{]}$$

La portata massica di aria umida attraverso il phon è:

$$G_m = G_v \cdot \rho_1 = \frac{50}{3600} \cdot 1.20 = 0.0167 \text{ [kg/s]}$$

e, ovviamente:

$$G_m = G_a + G_{vap}$$

ove  $G_{vap}$  è la portata in massa del solo vapore. Ovviamente la trasformazione dell'aria tra ingresso ed uscita sarà caratterizzata da  $x_2 = x_1$  e  $P_{v2} = P_{v1}$ . Poiché  $x_1 = G_{vap}/G_a$  la portata d'aria secca è:

$$G_a = \frac{G_m}{(1 + x_1)} = \frac{0.0167}{1 + 0.0087} = 0.0165 \text{ [kg}_a\text{/s]}$$

Il sistema in studio può essere assimilato ad un sistema aperto con un ingresso (sezione 1) ed un'uscita (sezione 2). Ricordando la nota equazione di bilancio, si può scrivere:

$$\phi = G_a \cdot (h_2 - h_1)$$

essendo ( $x = \text{cost.}$ ):

$$(h_2 - h_1) = c_{pu} \cdot (t_2 - t_1) = (c_{pa} + x_1 \cdot c_{pv}) \cdot (t_2 - t_1)$$

la temperatura all'uscita è:

$$t_2 = t_1 + \frac{\varphi}{G_a \cdot (c_{pa} + x_1 \cdot c_{pv})} = 20 + \frac{0.4}{0.0165 \cdot (1.005 + 0.0087 \cdot 1.87)} = 43.73 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Dalle opportune tabelle delle pressioni di saturazione oppure dalla relazione:

$$P_s = \exp\left(A + \frac{2.302585 \cdot t}{B + C \cdot t + D \cdot t^2}\right) \text{ [Pa]}$$

con:  $A = 6.41542$ ;  $B = 31.614894$ ;  $C = 1.327603 \cdot 10^{-1}$ ;  $D = 1.5593343 \cdot 10^{-5}$

si ottiene:

$$P_s(43.73) = 8992 \text{ [Pa]}$$

per cui l'umidità relativa all'uscita  $i_2$  si valuta con:

$$i_2 = \frac{P_{v1}}{P_s(t_2)} = \frac{P_{v1}}{P_s(43.73)} = \frac{1402}{8992} = 0.156 = 15.6 \%$$

Si provi a svolgere l'esempio ricavando direttamente dal diagramma ASHRAE le varie grandezze igrometriche dell'aria umida.