

Schemi a blocchi

Introduzione

Schemi a blocchi: generalità

Schemi a blocchi per sistemi dinamici lineari tempo-invarianti

Utili per

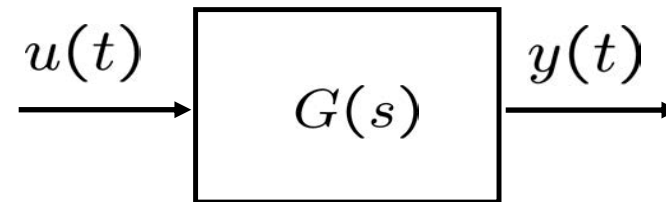
- rappresentare sistemi dinamici costituiti da **sottosistemi interagenti** tra loro.
- mettere in evidenza, in maniera **grafica**, le **interazioni** tra i sottosistemi componenti.
- agevolare la **determinazione della funzione di trasferimento** tra una particolare variabile d' **ingresso** ed una data variabile d' **uscita**.
- Valgono **proprietà analoghe** nei due casi di **sistemi a tempo continuo** ed **a tempo discreto**:
 - per semplicità allora le **proprietà** verranno analizzate **solo nel caso di sistemi a tempo continuo**, mentre poi saranno applicate ad esempi sia a tempo continuo che a tempo discreto.

Schemi a blocchi

Elementi base
Regole di elaborazione

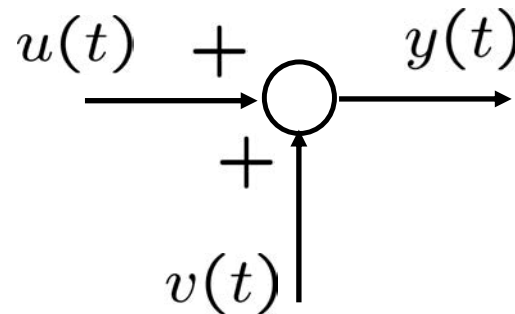
- Elementi base

Blocco



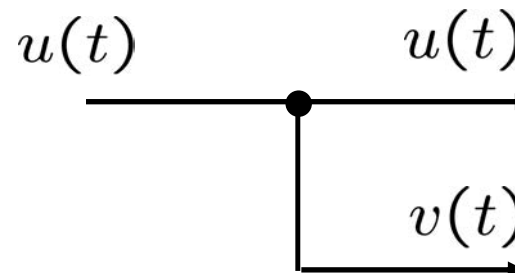
$$Y(s) = G(s)U(s)$$

Nodo sommatore

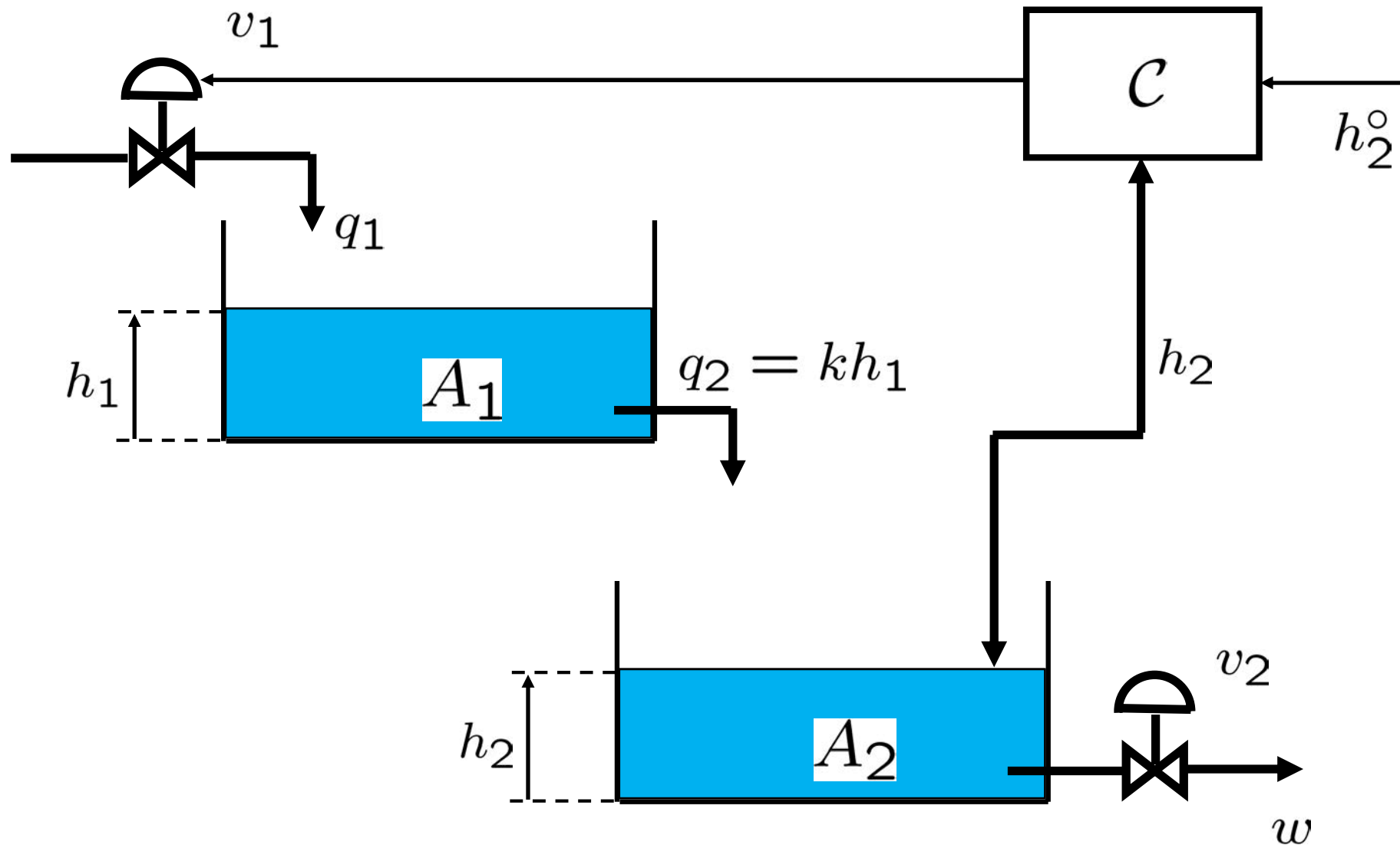


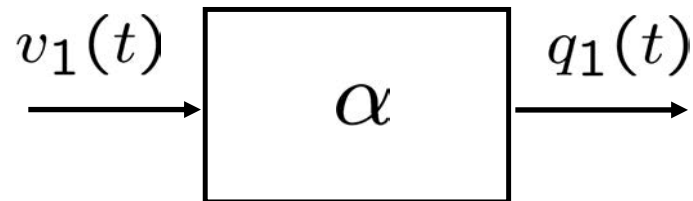
$$Y(s) = U(s) + V(s)$$

Punto di diramazione



$$U(s) = V(s)$$



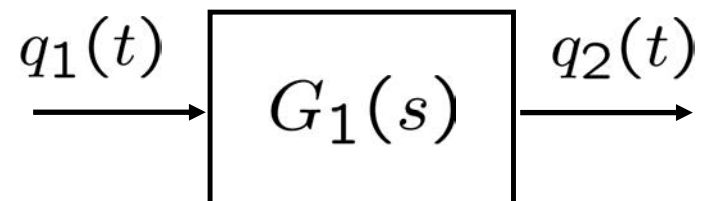
- Valvola 1

$$Q_1(s) = \alpha V_1(s)$$

- Serbatoio 1

$$\begin{cases} A_1 \dot{h}_1 = q_1 - kh_1 \\ q_2 = kh_1 \end{cases}$$


$$G_1(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = k(A_1s + k)^{-1} = \frac{k}{A_1s + k}$$

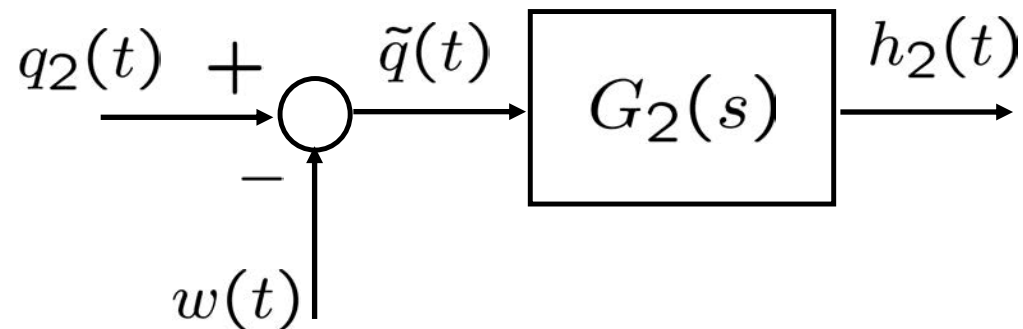


- Serbatoio 2

$$A_2 \dot{h}_2 = \underbrace{q_2 - w}_{\tilde{q}}$$


 $H_2(s) = G_2(s) \tilde{Q}(s) = \boxed{\frac{1}{sA_2}} [Q_2(s) - W(s)]$

$G_2(s)$

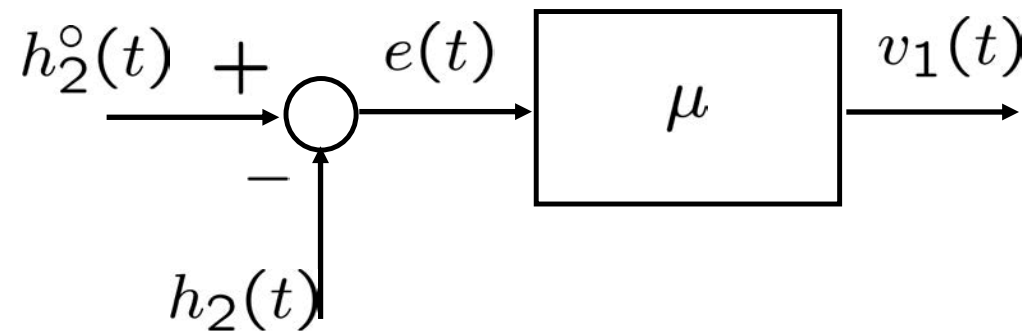



- Valvola 2

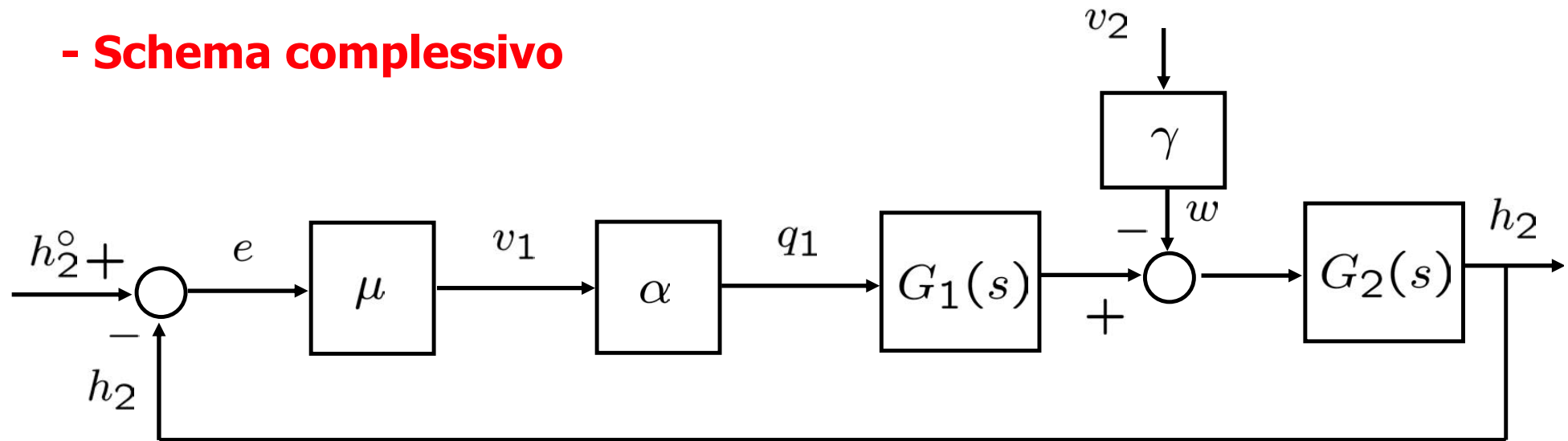
$$W(s) = \gamma V_2(s)$$

- Controllore proporzionale

$$v_1(t) = \mu \underbrace{[h_2^{\circ}(t) - h_2(t)]}_{e(t)}$$



- Schema complessivo



FDT tra h_2° e h_2 ?

FDT tra v_2 e h_2 ?

FDT tra v_2 e e ?

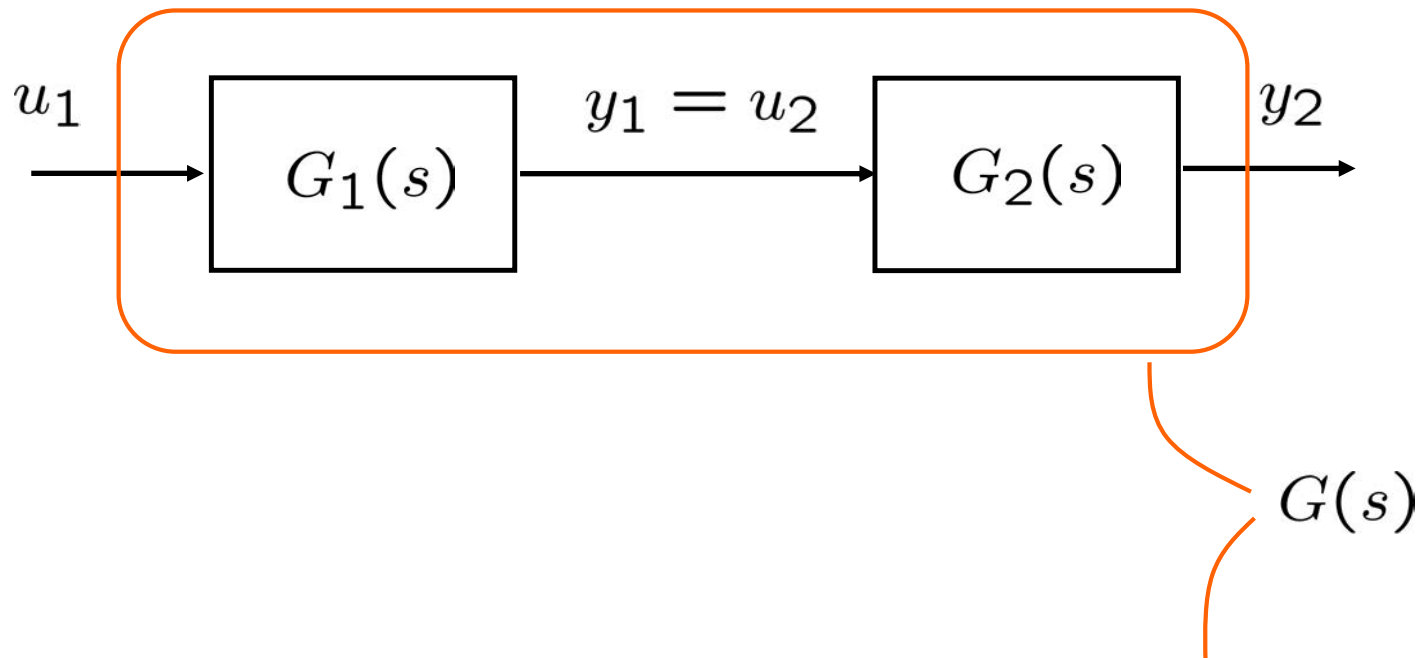
.....

- Regole di elaborazione negli schemi a blocchi

- Blocchi

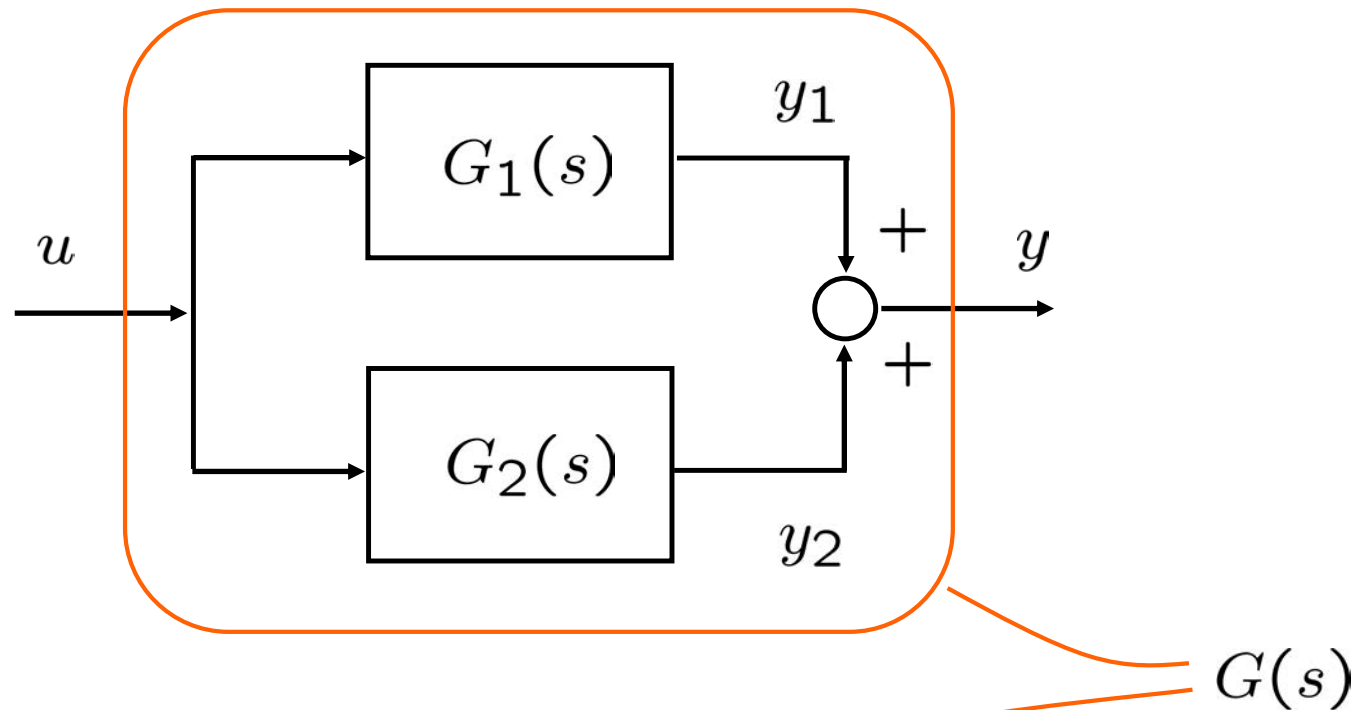
- in serie
- in parallelo
- in retroazione

- Blocchi in serie



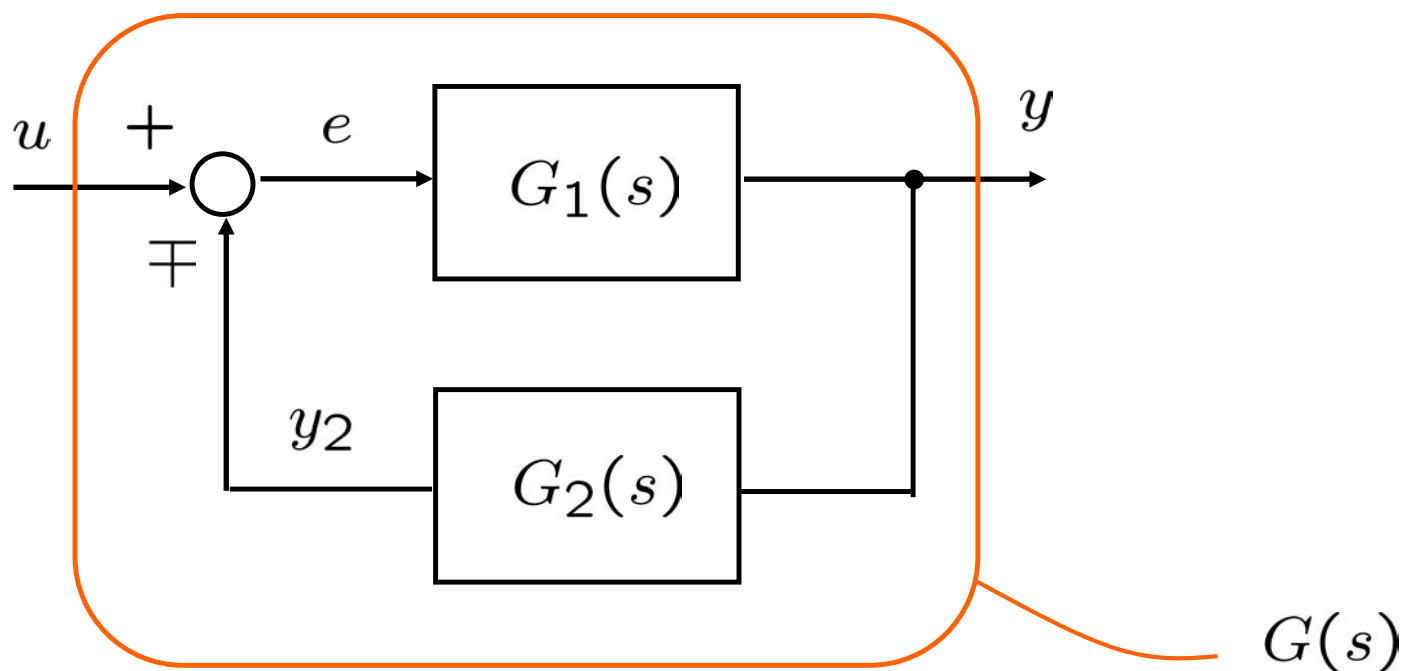
$$Y_2(s) = G_2(s)U_2(s) = G_2(s)Y_1(s) = \boxed{G_2(s)G_1(s)}U_1(s)$$

- Blocchi in parallelo



$$\begin{aligned} Y(s) &= Y_1(s) + Y_2(s) = G_1(s)U(s) + G_2(s)U(s) \\ &= [G_1(s) + G_2(s)] U(s) \end{aligned}$$

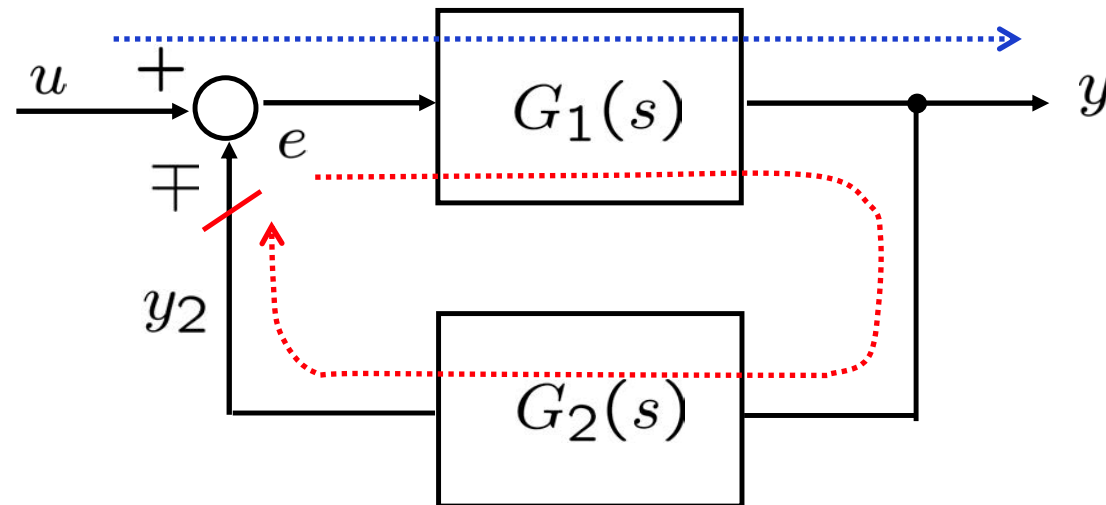
- Blocchi in retroazione



$$\begin{aligned}
 Y(s) &= G_1(s)E(s) = G_1(s) [U(s) \mp Y_2(s)] \\
 &= G_1(s) [U(s) \mp G_2(s)Y(s)]
 \end{aligned}$$


 $Y(s) [1 \pm G_1(s)G_2(s)] = G_1(s)U(s)$


 $Y(s) = \frac{G_1(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)} U(s)$

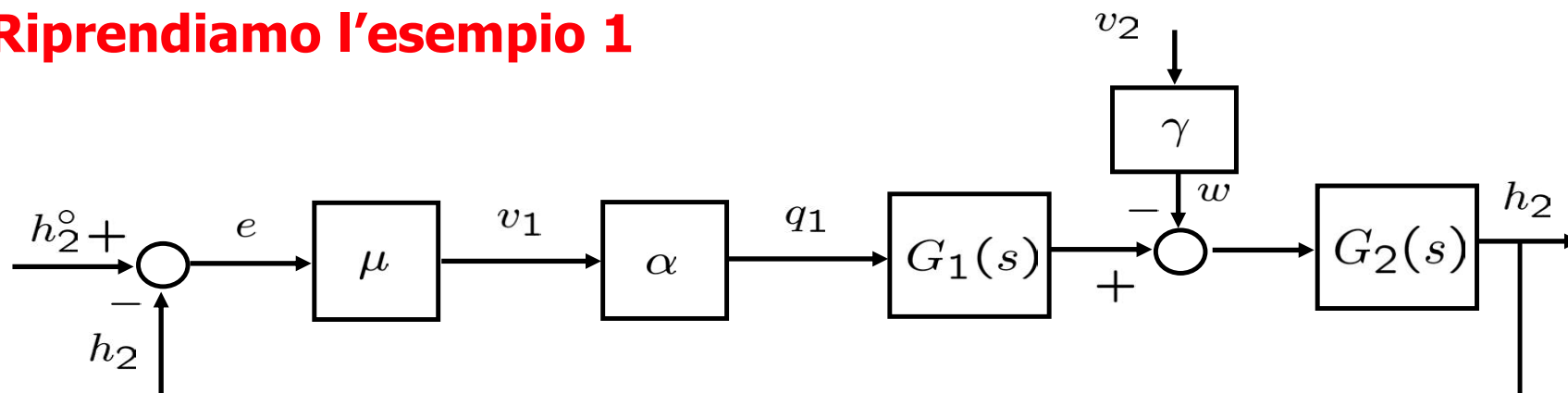


$$G(s) = \frac{\text{FDT "IN ANDATA"}}{1 \pm \text{FDT "D'ANELLO"}}$$

FDT "IN ANDATA" = Prodotto delle FDT tra u e y in anello aperto

FDT "D'ANELLO" = Prodotto delle FDT lungo l'anello spezzandolo in un punto qualunque

- Riprendiamo l'esempio 1

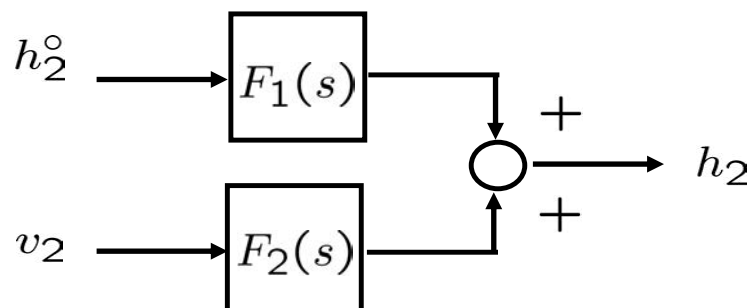


Utilizzando la sovrapp. degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta mettendo a 0 gli altri.
In questo caso poniamo prima $v_2 = 0$ e poi $h_2^o = 0$

$$(v_2 = 0) \quad \frac{H_2(s)}{H_2^o(s)} = \frac{\mu\alpha G_1(s)G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)} = F_1(s)$$

$$(h_2^o = 0) \quad \frac{H_2(s)}{V_2(s)} = \frac{-\gamma G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)} = F_2(s)$$

Sono uguali (non
e' un caso!!!)



(sovrapposizione degli effetti)

Sostituendo le formule per $G_1(s)$ e $G_2(s)$

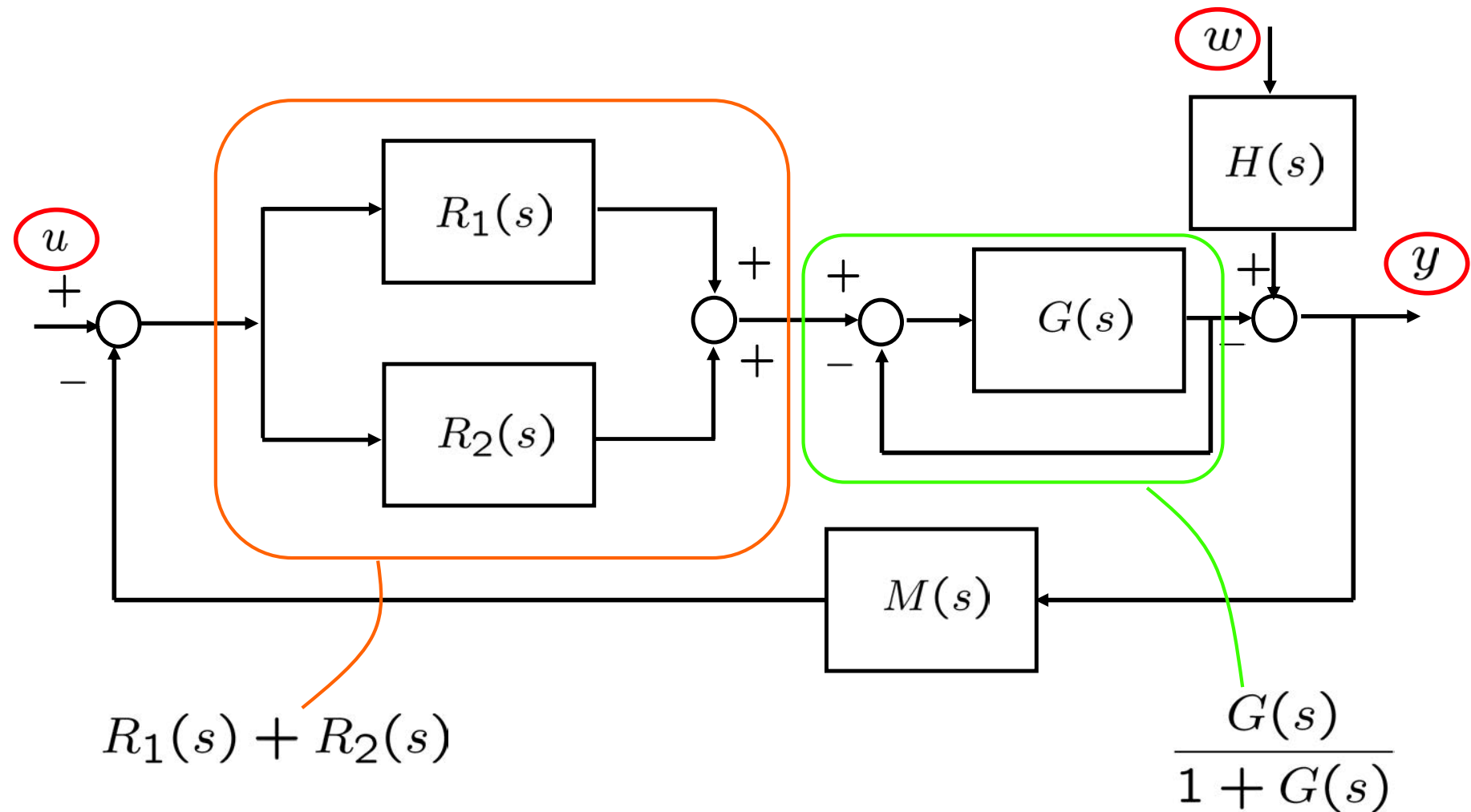
$$G_1(s) = \frac{k}{A_1s + k} \quad G_2(s) = \frac{1}{sA_2}$$

$$F_1(s) = \frac{\mu\alpha G_1(s)G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)} = \frac{\frac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1s + k)}}{1 + \frac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1s + k)}} = \frac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1s + k) + \alpha\mu k}$$



$$F_2(s) = \frac{-\gamma G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)} = \frac{-\frac{\gamma}{sA_2}}{1 + \frac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1s + k)}} = -\frac{\gamma(A_1s + k)}{sA_2(A_1s + k) + \alpha\mu k}$$

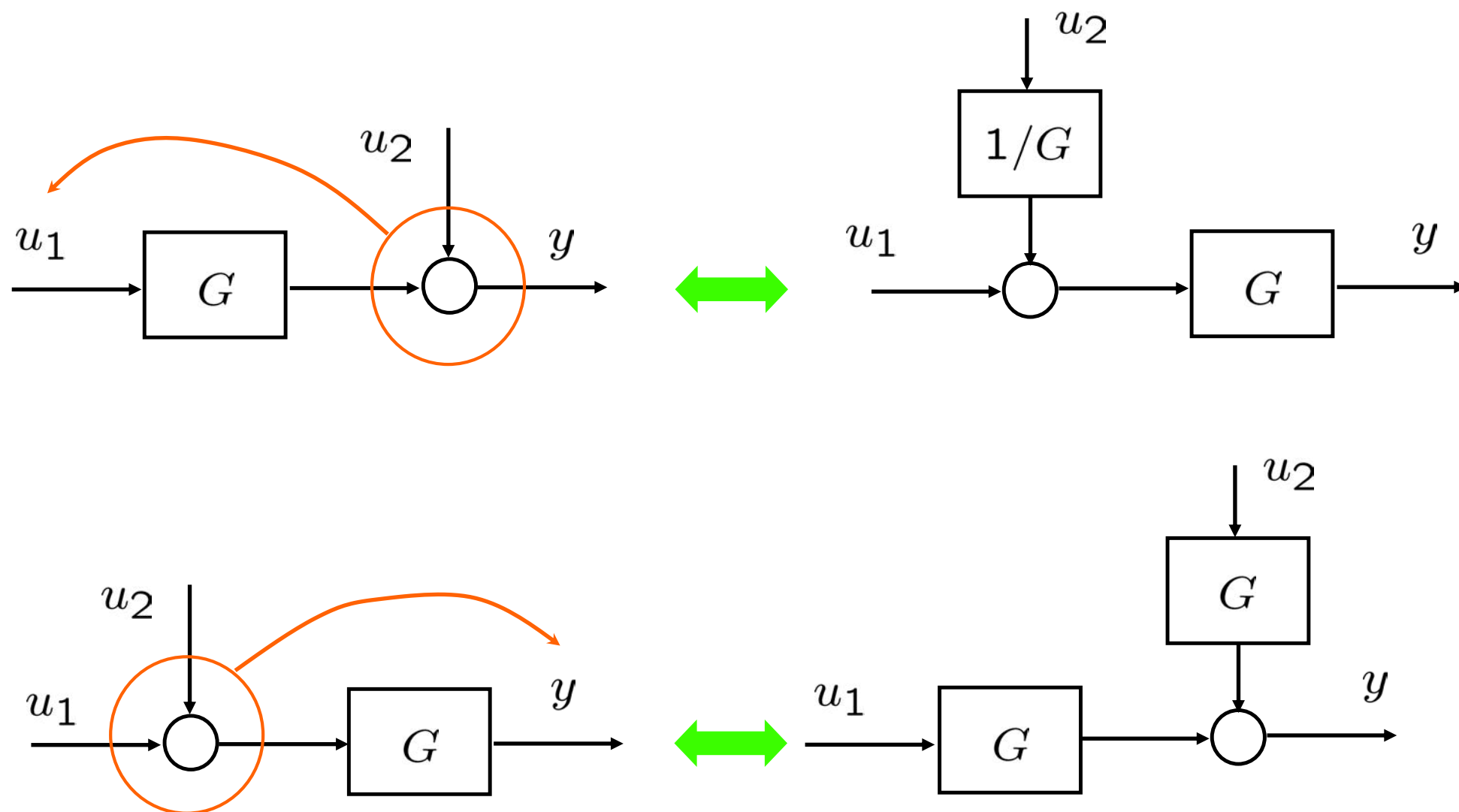
- Esempio

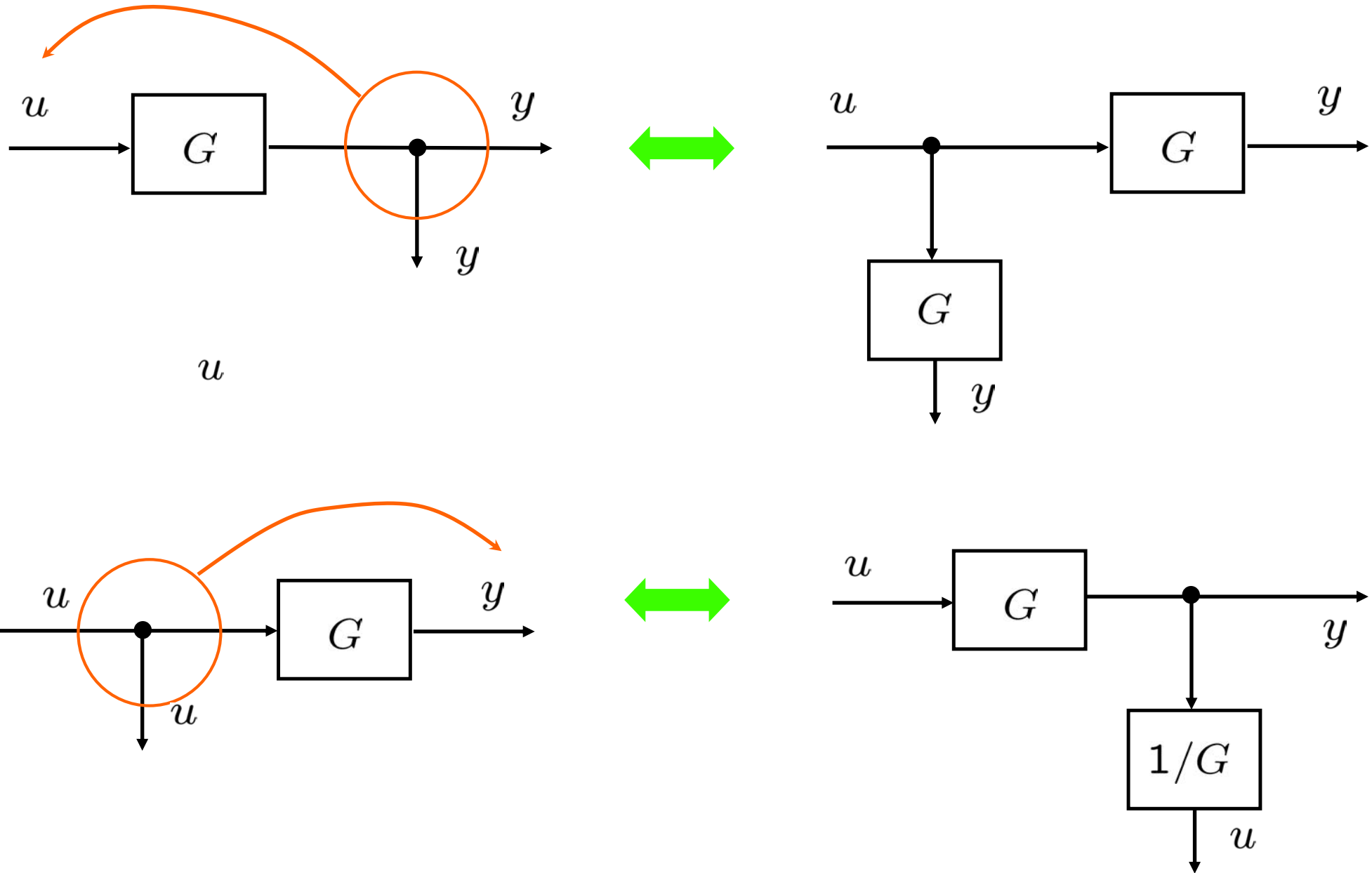


$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-[R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)}}{1 - [R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)} M(s)}$$

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{H(s)}{1 - [R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)} M(s)}$$

- Altre regole: spostamento di sommatori e punti di diramazione

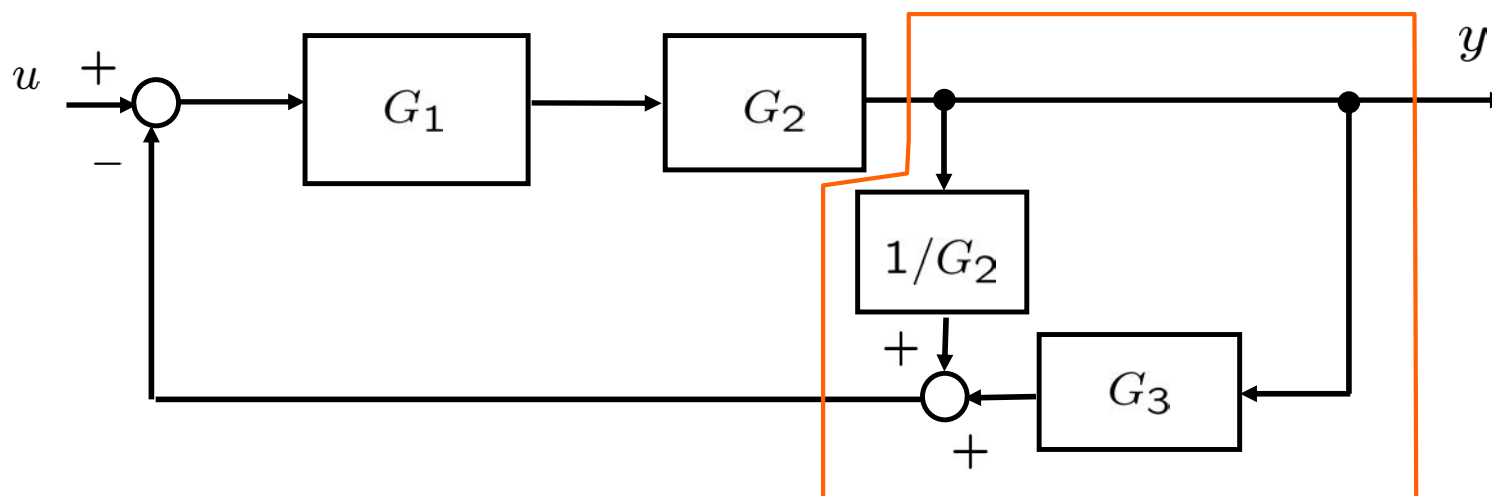
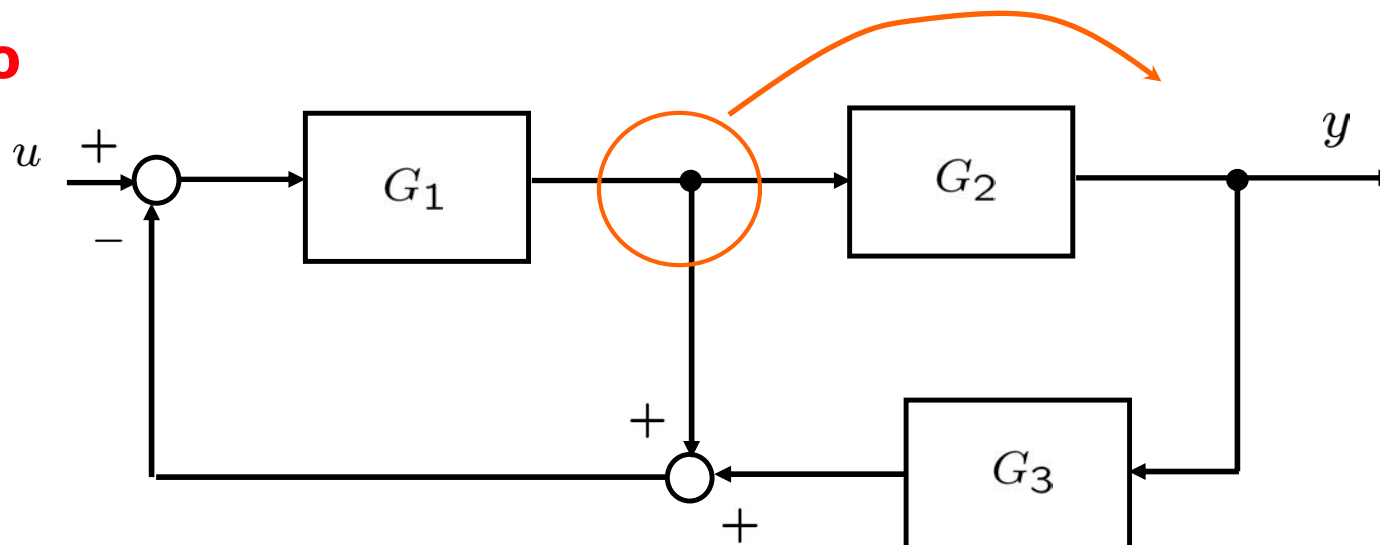




Considerazioni sulle regole di elaborazione degli schemi a blocchi

- Rielaborare gli schemi a blocchi spostando punti di somma e/o punti di diramazione è lecito **SOLTANTO** ai fini del calcolo della FdT complessiva.
- Questa **rielaborazione** dello schema infatti **può modificare l'ordine** del sistema descritto dallo schema a blocchi [es. il modo di operare nel caso di spostamento di un punto di diramazione ...]
- Il sistema trasformato e quello originario **non** sono **equivalenti** per quanto riguarda la descrizione interna, tramite **variabili di stato**.

- Esempio

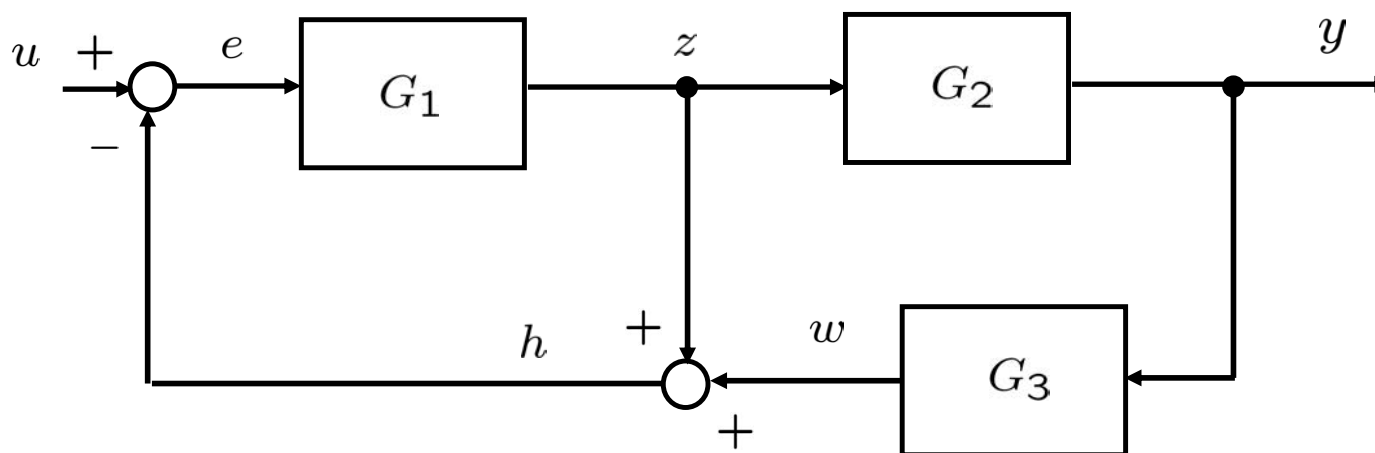


$$G_3(s) + 1/G_2(s)$$



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)[G_3(s) + 1/G_2(s)]}$$
$$= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

- Esempio (procedura alternativa)



$$E = U - H$$

$$Z = G_1 E$$

$$Y = G_2 Z$$

$$H = Z + W$$

$$W = G_3 Y$$

$$E = U - Z - W = U - G_1 E - G_3 Y$$

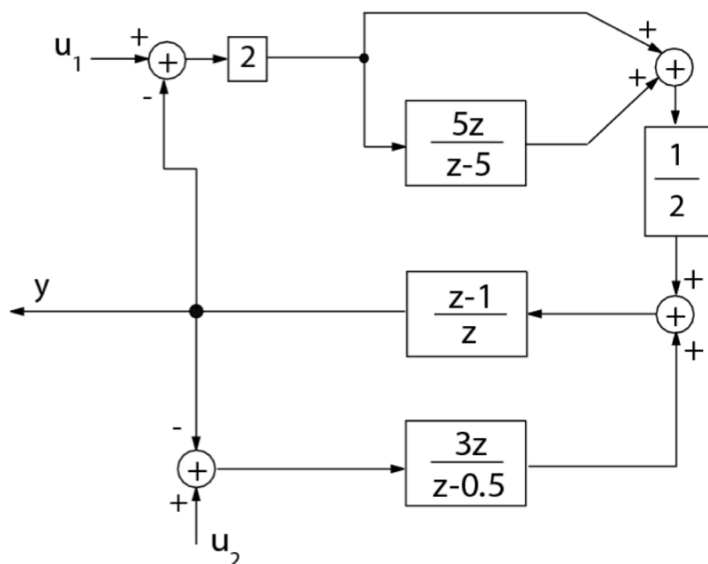
$$\rightarrow E(1 + G_1) = U - G_3 Y$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{1 + G_1} (U - G_3 Y)$$

$$\rightarrow Y = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1} (U - G_3 Y)$$

$$\downarrow$$

$$Y(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)} U(s)$$



Utilizzando la sovrapposizione degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta, ponendo pari a 0 l'altro.

In questo caso poniamo prima $u_2 = 0$ e poi $u_1 = 0$.

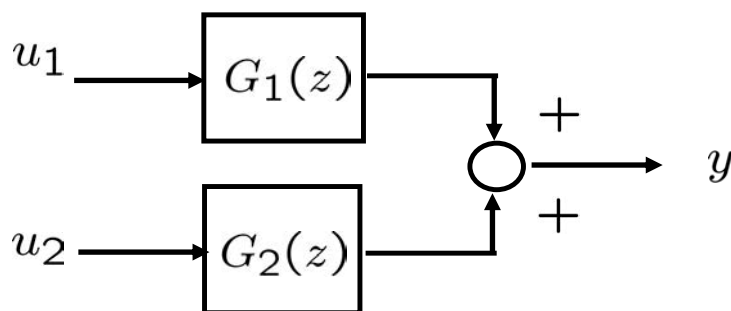
$$u_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad G_1(z) = \frac{(2z - 1)(z - 1)(6z - 5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$u_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad G_2(z) = \frac{6z(z - 5)(z - 1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

Per la sovrapposizione degli effetti infine

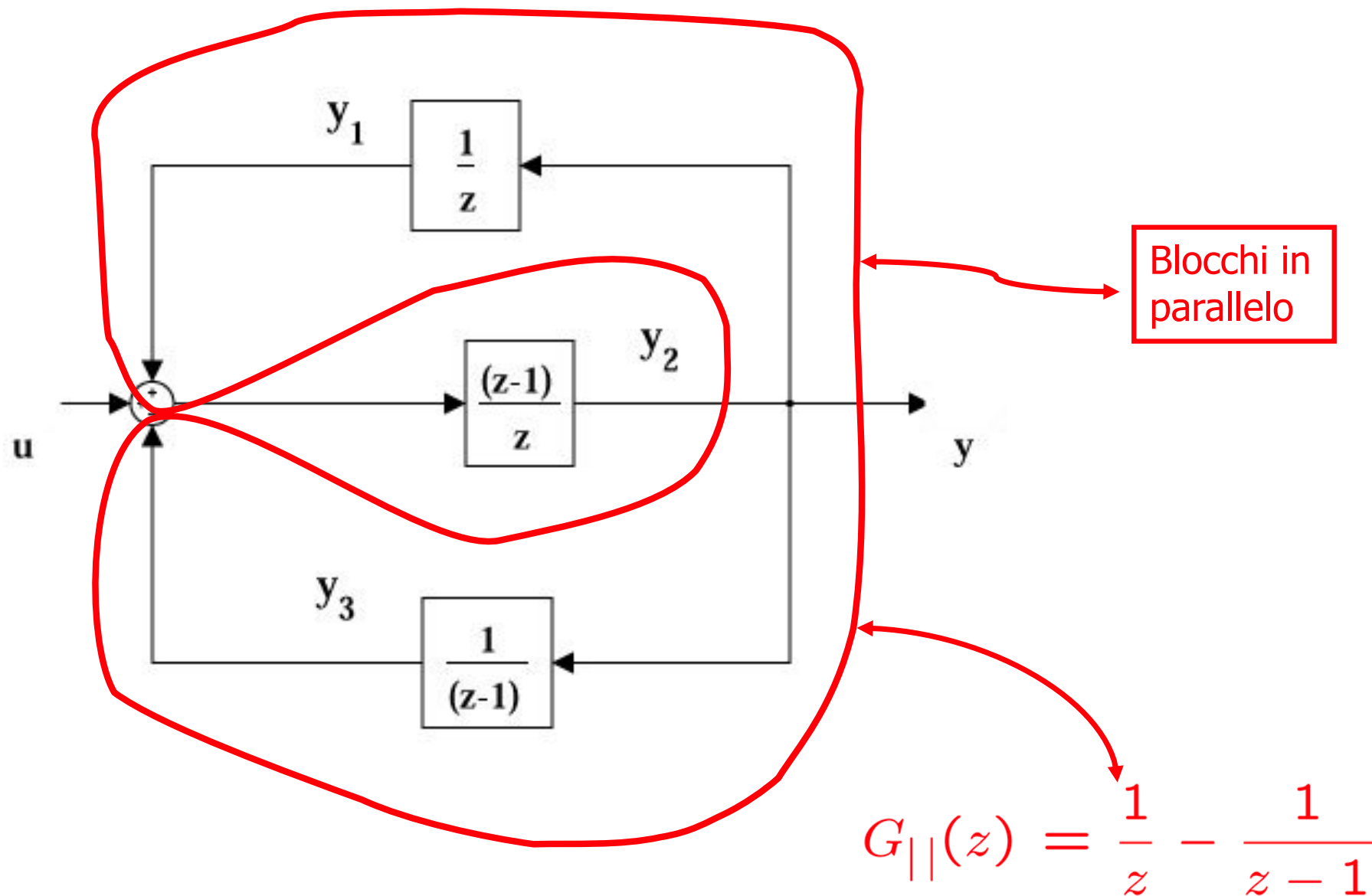
$$G_1(z) = \frac{(2z - 1)(z - 1)(6z - 5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$G_2(z) = \frac{6z(z - 5)(z - 1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$



$$Y(z) = G_1(z) U_1(z) + G_2(z) U_2(z)$$

Ancora un esempio



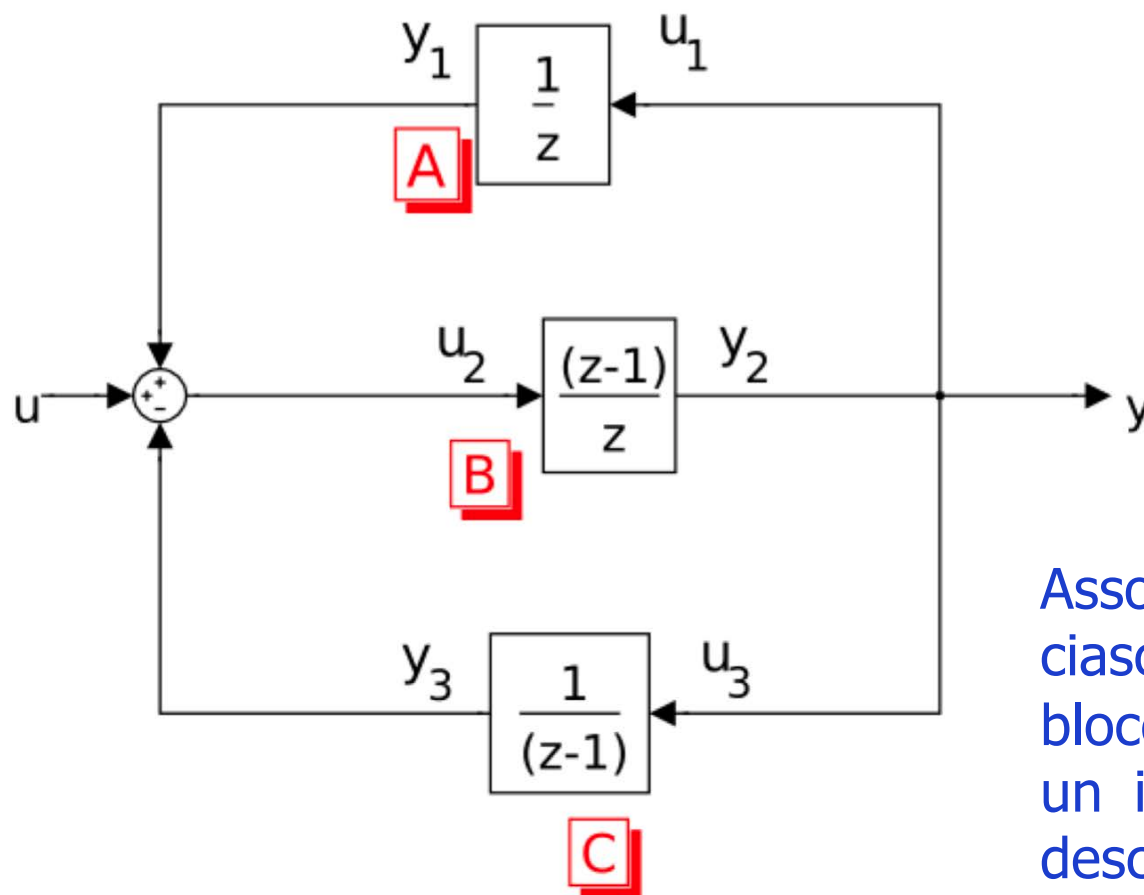
$$G_{tot}(z) = \frac{\frac{z-1}{z}}{1 - G_{||}(z) \frac{z-1}{z}}$$

$$G_{||}(z) = -\frac{1}{z(z-1)}$$



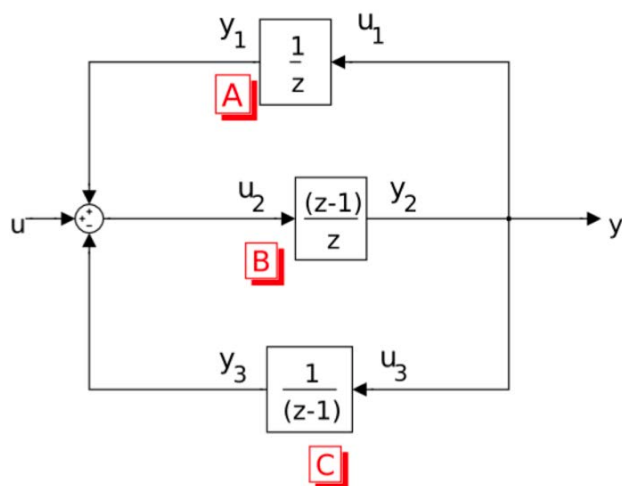
$$G_{tot}(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + 1}$$

Un ultimo esempio: procedura alternativa per un sistema a tempo discreto



Associando delle variabili a ciascun ramo dello schema a blocchi, è possibile scrivere un insieme di equazioni che descriva il sistema.

Eliminando tutte le variabili intermedie si giunge all'espressione della FdT cercata.



$$\begin{cases} U_1(z) = Y_2(z) \\ Y_1(z) = A U_1(z) \\ U_2(z) = U(z) + Y_1(z) - Y_3(z) \\ Y_2(z) = B U_2(z) \\ U_3(z) = Y_2(z) \\ Y_3(z) = C U_3(z) \\ Y(z) = Y_2(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{z} \\ B = \frac{z-1}{z} \\ C = \frac{1}{z-1} \end{cases}$$



$$Y(z) = \frac{B}{1 + B(C - A)} U(z)$$

$$G(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + 1}$$