

Esercizi n.2

Christian Puntini

April 4, 2022

In rosso c'è la soluzione.

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x^2 - 1|}}$$

- (a) Si determini l'insieme delle primitive di f sull'intervallo $[0, 1[$. $-\sqrt{1-x^2} + c$
(b) Si determini l'insieme delle primitive di f sull'intervallo $[1, 2[$. $\sqrt{x^2-1} + c$
(c) Si calcoli l'integrale improprio $\int_0^2 f(x)dx$. $1 + \sqrt{3}$

2. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx$$

π

3. Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{3\sqrt{x} - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} dx$$

$\frac{4}{\log 3} - \frac{1}{2}$

4. Si calcoli

$$\int_1^e \left(\int_x^1 t \log(t) dt \right) dx$$

$\frac{-e^3}{36} - \frac{e}{4} + \frac{1}{9}$

Nota: questo integrale non deve spaventarvi, è solo un integrale iterato, nel senso che dovete prima fare l'integrale dentro la parentesi ed ottenere una funzione in x , che poi integrerete nuovamente.

5. Si calcoli il gradiente di $f(x, y) = xy + x^3 + y^2$. $\nabla f = (3x^2 + y, x + 2y)$
6. Si calcoli il gradiente di $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$. $\nabla f = (2x, 2y, 1)$