

Scheda 4: Lavoro ed energia

Lettura

- Vannini, capitoli 8 e 9.
- OpenStax:
 - Capitolo 7 <https://phys.libretexts.org/@go/page/4012>
 - Capitolo 8 <https://phys.libretexts.org/@go/page/4019>

Esercizi del libro

- Esercizio risolto **8.5** (p. E35)
- Esercizio risolto **8.8** (p. E35 – errore nella soluzione)
- Esercizio risolto **8.16** (p. E36)
- Esercizio non risolto **9.37** (p. E42)
- Problema risolto **9.4** (p. E43)

Esercizi aggiuntivi

1. Il motorino elettrico *NIU NQI GT/S* possiede un motore di potenza massima $P = 3.0 \text{ kW}$.

(a) Utilizzare i dati sotto per calcolare la velocità massima che può raggiungere il conducente.

- Coefficiente di resistenza aerodinamica: $C = 0.45$
- Massa conducente più motorino: $m = 200 \text{ kg}$
- Area di proiezione: $A = 1.0 \text{ m}^2$
- Densità dell'aria: $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$



(b) Qual è la velocità massima se il conducente sta guidando in una salita di pendenza 7 %? Per risolvere questo problema sarà necessario sapere che l'equazione polinomiale

$$x^3 + 3ax - 2b = 0$$

a come unica radice reale

$$x = \left(\sqrt{b^2 + a^3} + b \right)^{1/3} - \left(\sqrt{b^2 + a^3} - b \right)^{1/3}.$$

È normalmente fortemente consigliato di ottenere un'espressione algebrica prima di sostituire i valori numerici. Qui, visto la soluzione complicata, è accettabile calcolare il valore numerico di a e b invece di sostituire il valore algebrico.

Solution: (a) Come per la caduta libera, la velocità diventa costante quando le forze di trazione e di resistenza dell'aria si cancellano:

$$\vec{F}_{\text{moto}} + \vec{F}_{\text{aria}} = 0.$$

Questo equivale a richiedere che i moduli stiano uguali:

$$F_{\text{moto}} = F_{\text{aria}} = \frac{1}{2}\rho ACv^2,$$

dove v è il modulo della velocità del motorino. Se il motore funziona a piena potenza, trascurando gli altri fonti di dissipazione, abbiamo semplicemente $P = \vec{F}_{\text{moto}} \cdot \vec{v}$, e quindi

$$P = F_{\text{moto}}v = \frac{1}{2}\rho ACv^3.$$

Isolando v troviamo

$$\begin{aligned} v &= \left(\frac{2P}{\rho AC} \right)^{1/3} \\ &= 80 \text{ km/h.} \end{aligned}$$

(b) In questo caso si aggiunge alla somma delle forze la componente della forza di gravità parallela alla strada, da cui si ottiene

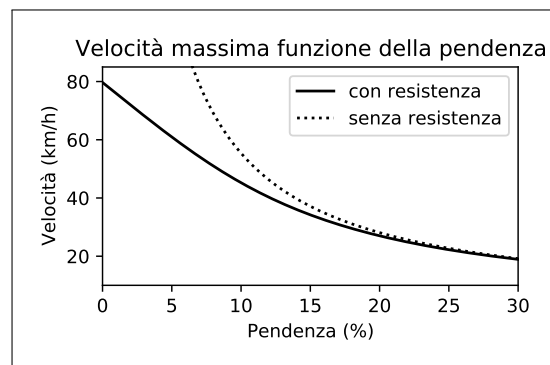
$$F_{\text{moto}} = F_{\text{aria}} + mg \sin \theta,$$

quindi

$$P = \frac{1}{2}\rho ACv^3 + mgv \sin(\theta).$$

Si capisce ora come usare l'indizio nella domanda. Abbiamo:

$$\begin{aligned} v &\rightarrow x \\ a &\rightarrow \frac{2mg \sin \theta}{3\rho AC} \\ b &\rightarrow \frac{P}{\rho AC}. \end{aligned}$$



Una pendenza di grado 7% corrisponde a un angolo $\theta = \tan^{-1}(0.07) = 4^\circ$. Sostituendo i valori nella formula offerta, si ottiene $v = 54 \text{ km/h}$. Il grafico mostra il risultato per pendenze da 0% a 30%. La linea tratteggiata corrisponde al caso senza resistenza dell'aria, $v = P/(mg \sin \theta)$, che diventa trascurabile a bassa velocità.