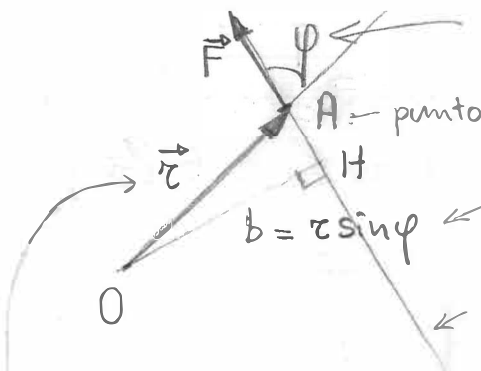
STATICA

22-03-2021

→ momento $\overline{M}$ di una forza $\overline{F}$ rispetto ad un punto O



angolo tra la direzione di $\vec{r}$ e quella di $\vec{F}$

punto di applicazione di $\overline{F}$

braccio della forza, ovvero distanza di O dalla retta di applicazione di F

retta di applicazione di $\overline{F}$

vettore posizione di A (talvolta indicato come $\vec{A}-\vec{O}$, ovvero vettore che arriva in A partendo da O)

si definisce $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, quindi → $|\overline{M}| = |\vec{r}||\overline{F}|\sin\varphi = |\overline{F}| b$

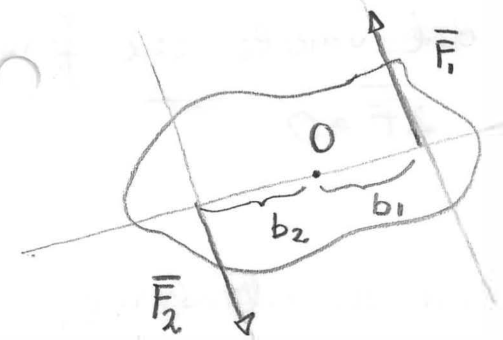
→ direzione: ortogonale al piano di $\vec{r}$ e $\overline{F}$

→ verso: regola mano dx
in questo caso uscente

* NOTA : VEDI EXTRA 25 BIS

I momenti sono importanti x lo studio dei moti rotazionali. Esempio

→ coppia di forze agente su un corpo rigido



sia $F_1 = F_2 = F$
$b_1 = b_2 = b$

$\overline{F}_1$ e $\overline{F}_2$: stessa dir. verso opposto

Si noti che $\Sigma\overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 = 0$
(equilibrio traslazionale, il corpo NON trasla)

Tuttavia $|\overline{M}_1| = |\overline{M}_2| = Fb$

$\overline{M}_1$ e $\overline{M}_2$ hanno stessa direzione e stesso verso (uscente)

$\Sigma\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 = 2\overline{M}_1 = 2\overline{M}_2 \neq 0$

(non c'è equilibrio rotazionale, il corpo ruota)

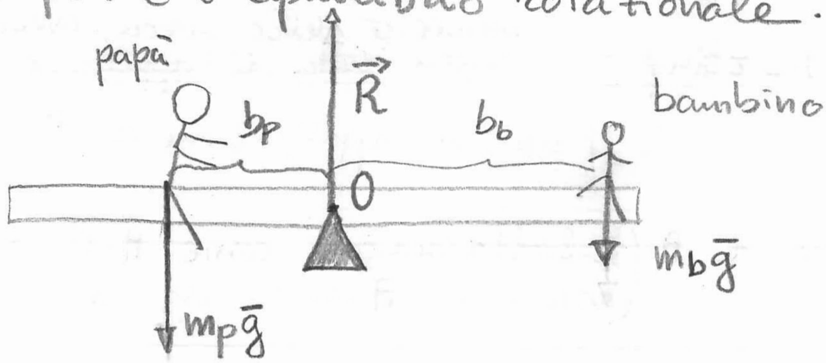
Per avere equilibrio rotazionale, $\Sigma\vec{M} = 0$
⇒ il corpo non ruota

Nella statica si chiede: $\Sigma \bar{F} = 0$ (equilibrio traslazionale)

E $\Sigma \bar{M} = 0$ (equilibrio rotazionale)

A volte l'equilibrio traslazionale è assicurato da un vincolo, per cui basta imporre l'equilibrio rotazionale. Esempio

papà e bambino sull'altalena



il papà (fisico) vuole trovare la posizione giusta per equilibrare il peso del bambino ⇒ l'altalena non deve ruotare intorno ad O

$\Rightarrow M_b = m_b g b_b$ (entrante: tende a far ruotare il sistema in verso orario)

$M_p = m_p g b_p$ (uscente: " " antiorario)

$\Sigma \bar{M} = 0 \Rightarrow m_b \cancel{g} b_b = m_p \cancel{g} b_p$

$$b_p = \frac{m_b}{m_p} b_b$$

Trovo equilibrio rotazionale.

L'equilibrio traslazionale è assicurato dal vincolo, che fornisce

$$\vec{R} = -(m_p\bar{g} + m_b\bar{g}) \quad \text{tale che } \Sigma\bar{F} = 0$$

ma noi non ci preoccupiamo di $\bar{R}$.

(nota: di $\vec{R}$ deve preoccuparsi il costruttore di altalene, che deve prevedere un vincolo sufficientemente robusto da fornire la $\bar{R}$ necessaria senza rompersi).

Leve

L'altalena è un esempio di leva: due bracci solidali tra loro liberi di ruotare attorno ad un punto detto fulcro.

Generalmente si distingue tra

braccio - potenza ← della forza applicata o motrice

braccio - resistenza ← della forza resistente

→ Leve di 3 generi

genere	in mezzo c'è...	vantaggiosa?	Esempi
I	fulcro	dipende	tenaglie, forbici
II	forza resistente	SI	schiaccianoci, carriola, trolley
III	forza applicata	NO	pinzette

Esempi di leve nel corpo umano:

$\vec{V}$ = reazione vincolare

$\vec{C}$ = sforzo compressionale sull'articolazione

$\bar{V} = -\bar{C}$

testa
tronco
avambraccio
spalla
piede

} sulle slide

→ Baricentro (anticipabile (19) ←)

La forza peso agisce su ogni elemento che costituisce un corpo esteso. Tuttavia la sua azione può essere approssimata considerando tutta la massa concentrata in un unico punto detto baricentro.

Ci limitiamo a dire che

1) per corpi omogenei il baricentro coincide con il centro geometrico

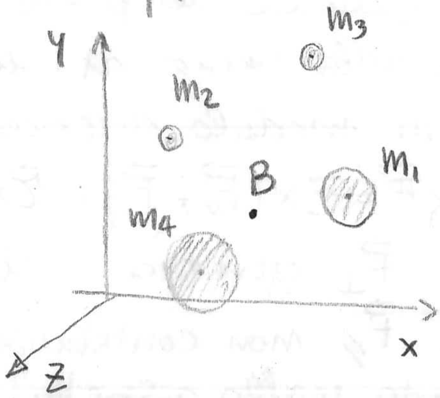
2) per sistemi a molti corpi

$m_1 \quad (x_1, y_1, z_1)$

$m_2 \quad (x_2, y_2, z_2)$

$\vdots$

$m_N \quad (x_N, y_N, z_N)$



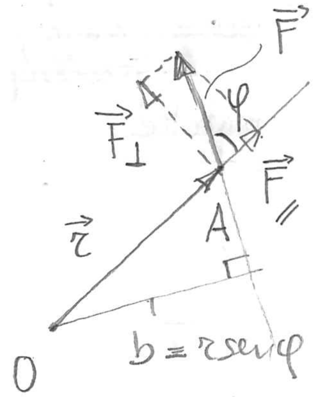
$$x_B = \frac{\sum_i^N x_i m_i}{\sum_i^N m_i}$$

$$y_B = \frac{\sum_i^N y_i m_i}{\sum_i^N m_i}$$

$$z_B = \frac{\sum_i^N z_i m_i}{\sum_i^N m_i}$$

EXTRA: Ulteriori considerazioni sulla definizione del momento $\vec{M}$ di una forza $\vec{F}$ rispetto al punto O.

Riprendiamo l'esempio di pag. 23:



$|\vec{F}_{/\!/}| = |\vec{F}| \cos\varphi$

$|\vec{F}_\perp| = |\vec{F}| \operatorname{sen}\varphi$

$|\vec{r}| \equiv r$

Stavolta però scomponiamo $\vec{F}$ nelle due componenti parallela $(\vec{F}_{/\!/})$ ed ortogonale $(\vec{F}_\perp)$ alla direzione del vettore posizione $\vec{r}$ $(\vec{A}-\vec{O})$. Chiaramente $\vec{F}_{/\!/} + \vec{F}_\perp = \vec{F}$.

Valutiamo separatamente i momenti di $\vec{F}_{/\!/}$ e $\vec{F}_\perp$ rispetto ad O.

Si noti che sia $\vec{F}_{/\!/}$ che $\vec{F}_\perp$ hanno punto di applicazione in A.

$$\vec{M}_{/\!/} = \vec{r} \times \vec{F}_{/\!/} = 0$$

poiché $\vec{r}$ ed $\vec{F}_{/\!/}$ sono paralleli e la retta di applicazione di $\vec{F}_{/\!/}$ passa per O.

In altre parole, $\vec{F}_{/\!/}$ ha braccio nullo rispetto ad O.

$$\vec{M}_\perp = \vec{r} \times \vec{F}_\perp$$

l'angolo tra $\vec{r}$ e $\vec{F}_\perp$ è $\frac{\pi}{2}$, per definizione di $\vec{F}_\perp$

→ $|\vec{M}_\perp| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}_\perp| \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}$

$= |\vec{r}| \cdot |\vec{F}_\perp| = r\,|\vec{F}| \operatorname{sen}\varphi$

In altre parole, $\vec{F}_\perp$ ha braccio $|\vec{r}| = r$ rispetto ad O.

→ direzione ortogonale al piano di $\vec{r}$ e $\vec{F}$

→ verso: regola della mano dx: uscente

(vedi pag. 23)

Quindi $\vec{M}_\perp$ coincide in modulo, direzione e verso con $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Vale quindi: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_{/\!/} + \vec{F}_\perp) = \cancel{\vec{r} \times \vec{F}_{/\!/}} + \vec{r} \times \vec{F}_\perp = \vec{r} \times \vec{F}_\perp$

In altre parole, solo $\vec{F}_\perp$ genera il momento $\vec{M}$, e si ha $\vec{M} = \vec{M}_\perp$, mentre $\vec{F}_{/\!/}$ non contribuisce ad $\vec{M}$ perché ha momento nullo rispetto ad O.