UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2020/2021 Sessione Invernale – IV Prova Scritta – 19.04.2022

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

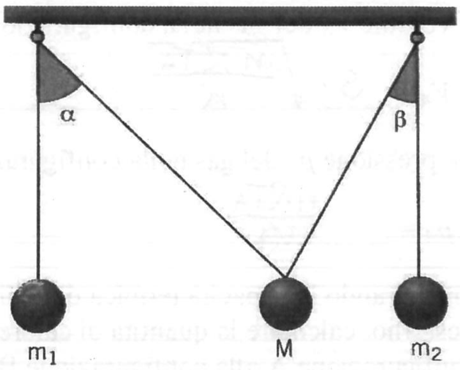
Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) *(ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*

ii) *il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Tre palline sono sospese ad un filo di massa trascurabile che può scorrere senza attrito su due piccole carrucole, come mostrato in figura. La pallina centrale ha massa M = 100 g e gli angoli α e β valgono rispettivamente $\alpha = \frac{\pi}{4}$ e $\beta = \frac{\pi}{6}$.

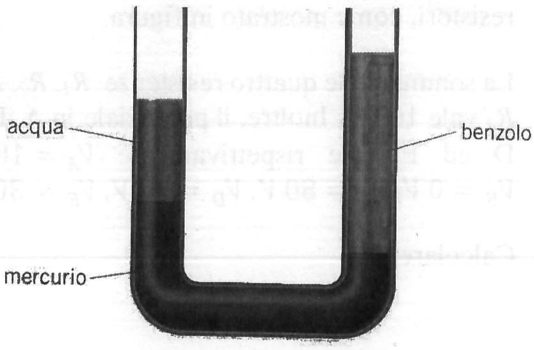
Determinare i valori delle masse m_1 ed m_2 che permettono di avere una situazione d'equilibrio in cui tutte e tre le palline sono in quiete.



i) m_1 = $M\sqrt{2}/(1+\sqrt{3})$ ii) m_1 = 52 g

i) m_2 = $2M/(1+\sqrt{3})$ ii) m_2 = 73 g

2) Un tubo a U di raggio r = 1.0 cm contiene del mercurio (densità: ρ_m = 14 g/cm^3) in equilibrio, che ne riempie completamente la parte inferiore. Si versano lentamente nel ramo di sinistra un volume V_a = 80 cm^3 d'acqua (densità: ρ_a = 1.0 g/cm^3) e nel ramo di destra un volume V_b = 150 cm^3 di benzolo (densità: ρ_b = 0.90 g/cm^3), finché si raggiunge una nuova configurazione di equilibrio, come illustrato in figura (*attenzione, figura non in scala*).



Calcolare:

a) L'altezza h_a della colonna d'acqua:

i) h_a = $Va/\pi r^2$ ii) h_a = 25,5 cm

b) L'altezza h_b della colonna di benzolo:

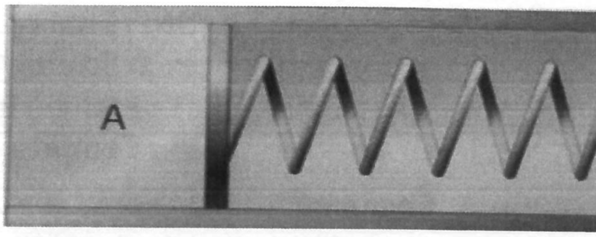
i) h_b = $Vb/\pi r^2$ ii) h_b = 47,7 cm

c) Il dislivello d che si ha all'equilibrio tra la superficie del benzolo nel ramo di destra e la superficie dell'acqua nel ramo di sinistra:

i) d = $hb-(ha+hm)$ ii) $|d|$ = 21,0 cm

con $hm = \frac{\rho b hb - \rho a ha}{\rho m}$

3) Un cilindro orizzontale ha l'area di base $S = 0.10\ m^2$ ed è diviso in due parti da un pistone perfettamente scorrevole ed a tenuta. Il pistone è sottoposto all'azione di una molla con costante elastica $k = 200$ N/m, come in figura. Quando la molla è a riposo, il pistone è a contatto con la parete sinistra del cilindro (quindi, con riferimento alla figura, la parte A ha volume nullo). Nella parte A vengono introdotte $n = 0.010$ moli di elio (gas ideale monoatomico) ed il tutto viene portato alla temperatura $T_A = 300$ K (configurazione A, illustrata in figura).



Successivamente, il gas viene riscaldato lentamente fino a raddoppiare il volume che aveva in A (configurazione B, $V_B = 2\ V_A$).

Calcolare:

a) Il volume V_A del gas nella configurazione A:

i) $V_A = S \cdot \sqrt{\frac{nRT_A}{k}}$ ii) $V_A = 3{,}53 \cdot 10^{-2}\ m^3$

b) La pressione p_A del gas nella configurazione A:

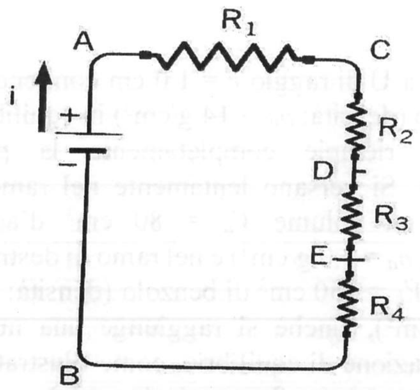
i) $p_A = \frac{nRT_A}{V_A}$ ii) $p_A = 707$ Pa

c) Trascurando la capacità termica del cilindro e del pistone, e tutte le eventuali perdite di colaore verso l'esterno, calcolare la quantità di calore Q_{AB} che è stato necessario fornire al sistema per passare dalla configurazione A alla configurazione B:

i) $Q_{AB} = \Delta E_{int} - \mathcal{L}_{AB} = 6nRT_A$ ii) $Q_{AB} = 150$ J

4) Un *partitore resistivo* ideale è costituito da un generatore di tensione continua ed una serie di resistori, come mostrato in figura.

La somma delle quattro resistenze R_1, R_2, R_3 ed R_4 vale 100 Ω. Inoltre, il potenziale in A, B, C, D ed E vale rispettivamente $V_A = 100\ V$, $V_B = 0\ V$, $V_C = 80\ V$, $V_D = 40\ V$, $V_E = 30\ V$.



Calcolare:

a) L'intensità della corrente i che circola nel circuito:

i) $i = \Delta V / \sum_{i=1}^{4} R_i$ ii) $i = 1{,}00$ A

b) Il valore di ciascuna delle quattro resistenze R_1, R_2, R_3 ed R_4:

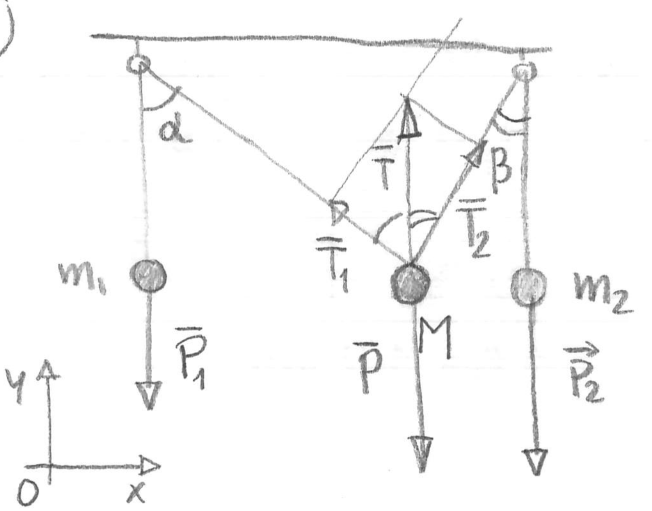
i) $R_1 = (V_A - V_C) / i$ ii) $R_1 = 20\ \Omega$

i) $R_2 = (V_C - V_D) / i$ ii) $R_2 = 40\ \Omega$

i) $R_3 = (V_D - V_E) / i$ ii) $R_3 = 10\ \Omega$

i) $R_4 = (V_E - V_B) / i$ ii) $R_4 = 30\ \Omega$

1



$M = 100\ g$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$ $\qquad m_1 = ?$

$\beta = \frac{\pi}{6}$ $\qquad m_2 = ?$

All'equilibrio, $|\vec{P}_1| = |\vec{T}_1| = m_1 g$

$$|\vec{P}_2| = |\vec{T}_2| = m_2 g$$

$$\vec{T} = -\vec{P}$$

Poiché $\vec{T}$ deve essere perfettamente verticale, deve essere inoltre: $|\vec{T}_{1x}| = |\vec{T}_{2x}|$

$$|\vec{T}_1| \operatorname{sen}\alpha = |\vec{T}_2| \operatorname{sen}\beta$$

$$m_1 \cancel{g} \operatorname{sen}\alpha = m_2 \cancel{g} \operatorname{sen}\beta \qquad (I)$$

Infine, $|\vec{T}_{1y}| + |\vec{T}_{2y}| = Mg$

$$m_1 \cancel{g} \cos\alpha + m_2 \cancel{g} \cos\beta = M \cancel{g} \qquad (II)$$

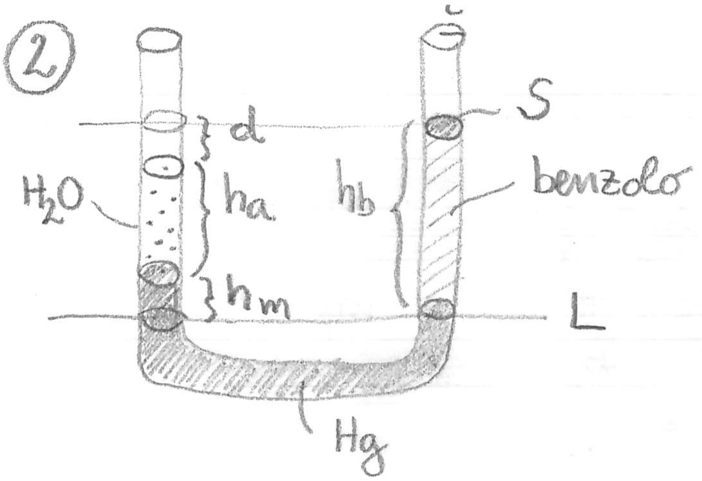
Si ha quindi un sistema di 2 equaz. in 2 incognite (m_1 ed m_2)

$$\begin{cases} m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta = 0 \\ m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta = M \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} m_1 - \frac{1}{2} m_2 = 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} m_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m_2 = M \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 \sqrt{2} - m_2 = 0 \\ m_1 \sqrt{2} + m_2 \sqrt{3} = 2M \end{cases} \qquad \begin{cases} m_2 = m_1 \sqrt{2} \\ m_2 (1+\sqrt{3}) = 2M \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{M}{(1+\sqrt{3})} = \frac{M\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} \\ m_2 = \frac{2M}{(1+\sqrt{3})} \end{cases} \qquad \begin{cases} m_1 = 51{,}8\ g \\ m_2 = 73{,}2\ g \end{cases}$$

②



$V_a = 80\ cm^3$ $\rho_a = 1{,}0\ g/cm^3$

$V_b = 150\ cm^3$ $\rho_b = 0{,}90\ g/cm^3$

$\rho_{Hg} = 14\ g/cm^3$

$r = 1{,}0\ cm$

a) $r = 1{,}0\ cm$

$S = \pi r^2 = \pi\ cm^2$

$$h_a = \frac{V_a}{S} = \frac{80\ cm^3}{\pi\ cm^2} = 25{,}5\ cm$$

b) $$h_b = \frac{V_b}{S} = \frac{150\ cm^3}{\pi\ cm^2} = 47{,}7\ cm$$

c) Affinché ci sia equilibrio, si deve avere che la pressione al livello L sia la stessa, a dx e a sx.

$$p_{sx} = p_0 + \rho_a g h_a + \rho_m g h_m$$
$$p_{dx} = p_0 + \rho_b g h_b$$

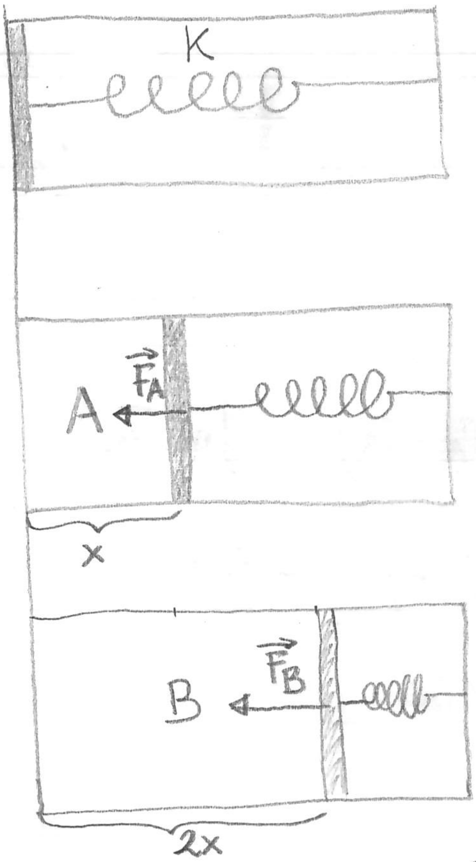
$$p_{sx} = p_{dx}$$
$$\cancel{p_0} + \rho_a \cancel{g} h_a + \rho_m \cancel{g} h_m = \rho_b \cancel{g} h_b + \cancel{p_0}$$
$$\rho_a h_a + \rho_m h_m = \rho_b h_b$$

tutto in c.g.s.
↓

$$h_m = \frac{\rho_b h_b - \rho_a h_a}{\rho_m} = \frac{0{,}90 \cdot 47{,}7 - 1{,}0 \cdot 25{,}5}{14}$$
$$= 1{,}25\ cm$$

Infine, $\underbrace{d = h_b - (h_a + h_m)}_{\text{(si vede dal disegno)}} = 47{,}7 - (25{,}5 + 1{,}2) = 21\ cm$

(3)



molla a riposo

$K = 200 \frac{N}{m}$

$S = 0{,}10\, m^2$

A) molla compressa

$n = 0{,}010$ mol di He (monoatomico, ideale)

$T_A = 300$ K

$V_A = ?$

$p_A = ?$

B) molla compressa

$V_B = 2V_A$

$Q_{AB} = ?$

a) A: Per l'He in A vale $p_A V_A = nRT_A$

p_A deve equilibrare F_a, quindi $p_A S = F_A$

Del resto $F_A = Kx$

B: $p_B V_B = nRT_B$

$p_B S = F_B \qquad p_B = 2p_A$

$F_B = K2x \qquad F_B = 2F_A$

Da cui $T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{2p_A 2V_A}{nR} = 4\,T_A = 1200$ K

In A: $p_A V_A = \frac{F_A}{\cancel{S}} \cdot \cancel{S} x = Kx^2 = nRT_A$

$$x = \sqrt{\frac{nRT_A}{K}} \quad (*)$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}010\, \cancel{mol} \cdot 8{,}314\, J\cancel{K^{-1}}\cancel{mol^{-1}} \cdot 300\, \cancel{K}}{200\, N m^{-1}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 8{,}314\, \cancel{Nm}}{2 \cdot 10^2\, \cancel{Nm^{-1}}}} = 0{,}353\, m$$

$V_A = Sx = 0{,}10\, m^2 \cdot 0{,}353\, m = 3{,}53 \cdot 10^{-2}\, m^3$

b) $p_A = \frac{nRT_A}{V_A} = \frac{0{,}010\, \cancel{mol} \cdot 8{,}314\, J\cancel{K^{-1}}\cancel{mol^{-1}} \cdot 300\, \cancel{K}}{3{,}53 \cdot 10^{-2}\, m^3} = 707$ Pa

c) Q_{AB} deve fornire l'energia necessaria per:

- portare E_{int} del gas da $\frac{3}{2}nRT_A$ a $\frac{3}{2}nRT_B$ (ΔE_{int})
- comprimere la molla da x a $2x$ $(\mathcal{L}_{AB})$

$$Q_{AB} + \mathcal{L}_{AB} = \Delta E_{int}$$

$$\Delta E_{int} = \frac{3}{2}nR\left(T_B - T_A\right) = \frac{3}{2}nR\left(4T_A - T_A\right) = \frac{9}{2}nRT_A$$

$$\mathcal{L}_{AB} = -\frac{1}{2}K\left(x_B^2 - x_A^2\right) = -\frac{1}{2}K\left(4x^2 - x^2\right) = -\frac{3}{2}Kx^2$$

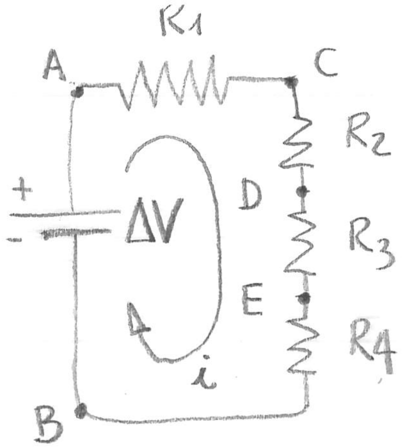
$$\underset{\text{per } (*)}{=} -\frac{3}{2}K\left(\frac{nRT_A}{K}\right) = -\frac{3}{2}nRT_A$$

$$Q_{AB} = \Delta E_{int} - \mathcal{L}_{AB} = \frac{9}{2}nRT_A + \frac{3}{2}nRT_A = 6nRT_A$$

$$= 6 \cdot 0{,}010\ \cancel{mol} \cdot 8{,}314\ J\cancel{K^{-1}}\cancel{mol^{-1}} \cdot 300\ \cancel{K}$$

$$= 150\ J$$

4



$\Delta V = V_A - V_B = 100\ V$

$\sum_1^4 i\ R_i = 100\ \Omega$

$V_A = 100\ V$ $\quad R_1 = ?$

$V_C = 80\ V$ $\quad R_2 = ?$

$V_D = 40\ V$ $\quad R_3 = ?$

$V_E = 30\ V$ $\quad R_4 = ?$

a) Innanzitutto calcoliamo l'intensità di corrente i che circola nel circuito. Poiché tutte le resistenze sono in serie, si ha:

$$i = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{\sum_1^4 i\ R_i} = \frac{100\ V}{100\ \Omega} = 1{,}00\ A$$

b) Successivamente, applico la I legge di Ohm a ciascuna delle resistenze:

$$R_1 = \frac{V_A - V_C}{i} = \frac{(100-80)\ V}{1{,}00\ A} = 20\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{V_C - V_D}{i} = \frac{(80-40)\ V}{1{,}00\ A} = 40\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{V_D - V_E}{i} = \frac{(40-30)\ V}{1{,}00\ A} = 10\ \Omega$$

$$R_4 = \frac{V_E - V_B}{i} = \frac{(30-0)\ V}{1{,}00\ A} = 30\ \Omega$$