

Fondamenti di Automatica

Esercitazioni

22 aprile 2022



Esercizio 2

25/7/2011

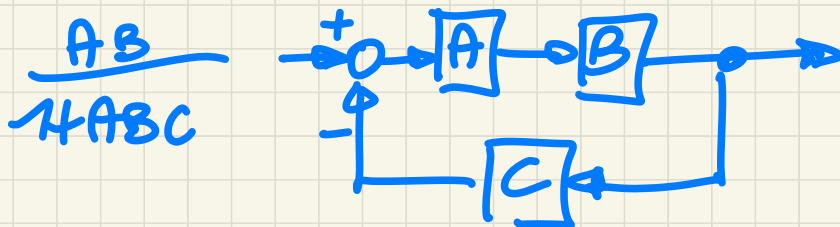
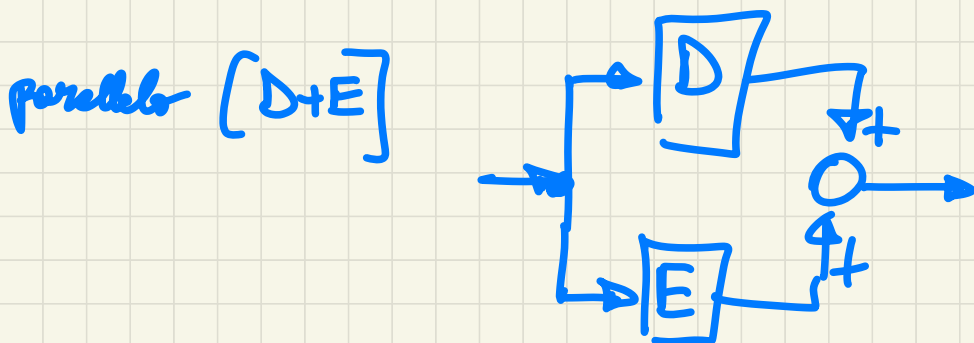
Domanda 2.1

Si tracci uno schema a blocchi, avente ingresso u e uscita y , costituito da **esattamente cinque** blocchi elementari $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$, $D(s)$, $E(s)$ e tale che la funzione di trasferimento fra u e y sia:

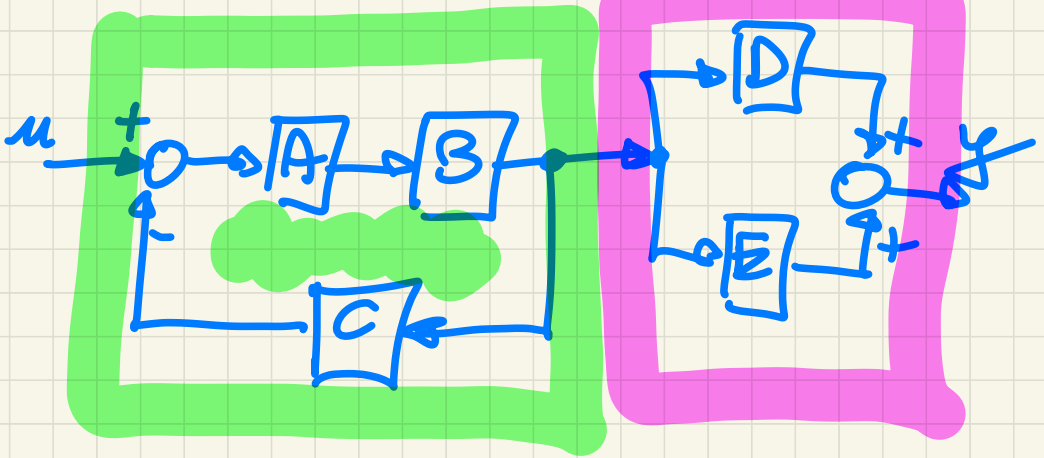
$$F_u^y(s) = \frac{A(s)B(s)[D(s) + E(s)]}{1 + A(s)B(s)C(s)}$$

$$F(s) = \frac{AB[D+E]}{1+ABC}$$

parallel
retroazione



Sol



en stabilité:

Domanda 2.2 Si tracci uno schema a blocchi, avente ingresso u e uscita y , costituito da esattamente tre blocchi elementari $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ e tale che la funzione di trasferimento fra u e y sia:

$$F_u^y(s) = \frac{[1 + A(s)] B(s)}{1 + A(s)B(s)C(s)}$$

parallelo

$$F(s) = \frac{[1 + A] \cdot B}{1 + ABC}$$

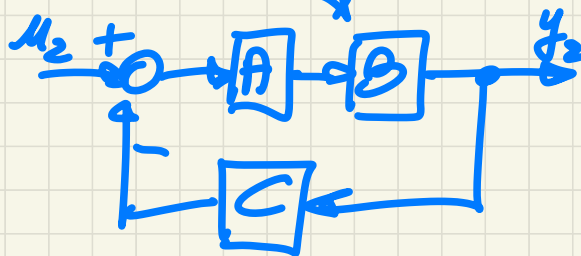
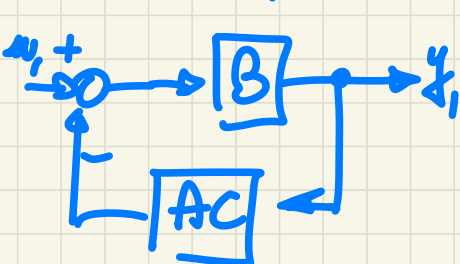
retroazione

NO così
uso 4 blocchi

$$F(s) = \frac{B}{1 + ABC} + \frac{AB}{1 + ABC}$$

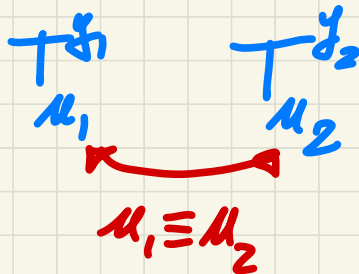
T_1

T_2



principio di sovrapposizione degli effetti

$$F_{\mu}^y(s) = T_1(s) + T_2(s)$$



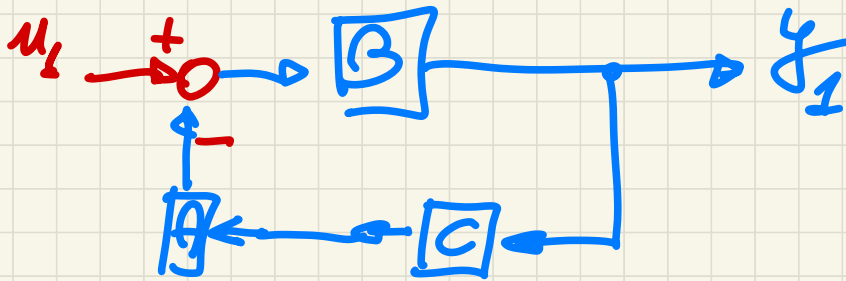
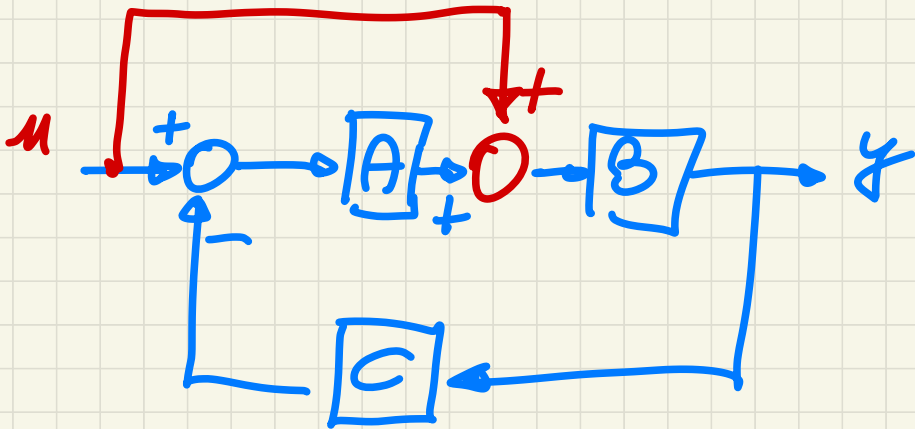
$$Y_1(s) = T_1(s) \cdot U(s)$$

$$Y_2(s) = T_2(s) U(s)$$

$$Y_1(s) = T_1(s) U(s)$$

$$Y_2(s) = T_2(s) U(s)$$

$$\underbrace{Y_1(s) + Y_2(s)}_{Y(s)} = \underbrace{[T_1(s) + T_2(s)]}_{F_{\mu}^y(s)} U(s)$$



$$T_1 = \frac{B}{1 - [B A (-1) C]} = \frac{B}{1 + ABC}$$

Domanda 1.1.

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente:

20/07/2020

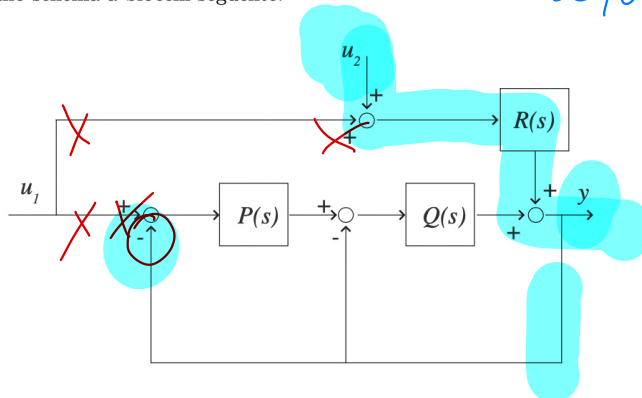


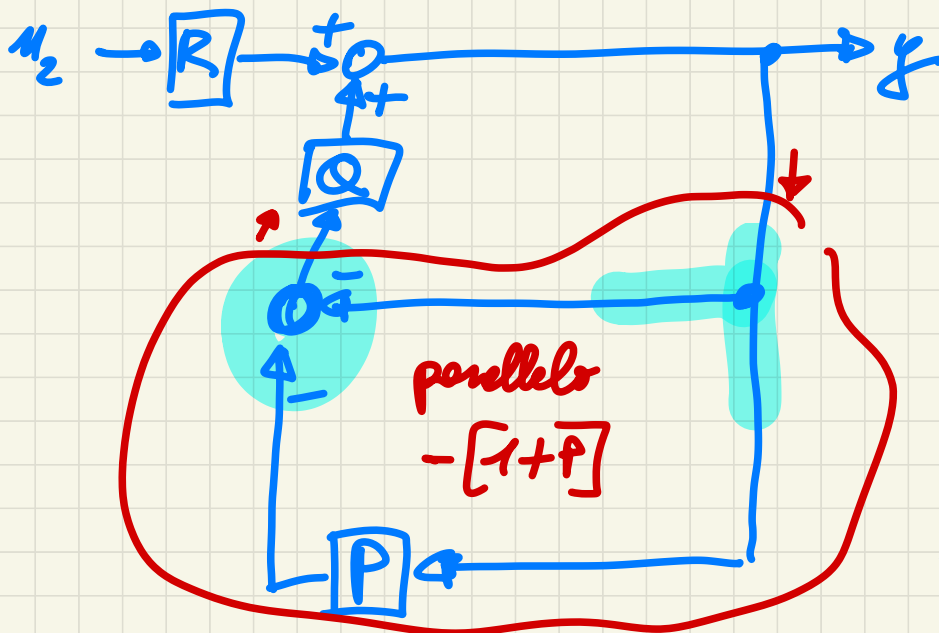
Figura 1: Schema a blocchi

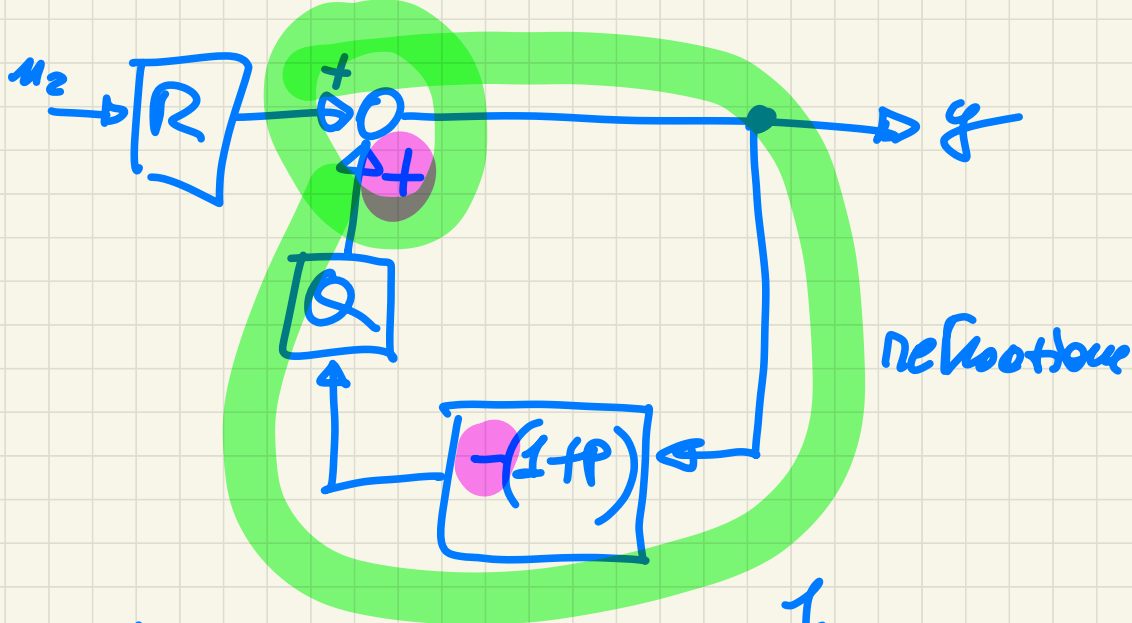
dove $P(s)$, $Q(s)$ e $R(s)$ sono le funzioni di trasferimento

$$P(s) = \frac{5}{5-s}, \quad Q(s) = 12, \quad R(s) = \frac{2s}{5s+1} \quad (1)$$

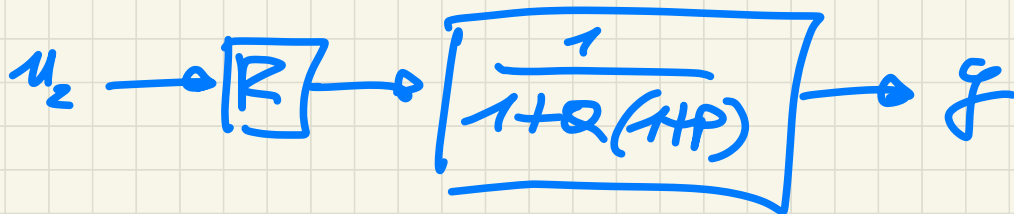
Si calcoli l'espressione della funzione di trasferimento $T_1(s)$ fra l'ingresso u_1 e l'uscita y e della funzione di trasferimento $T_2(s)$ fra l'ingresso u_2 e l'uscita y , in funzione delle funzioni di trasferimento assegnate $P(s)$, $Q(s)$ e $R(s)$. **Commentare** e **motivare** il risultato.

$T_2(s)$ $u_1 \equiv 0$





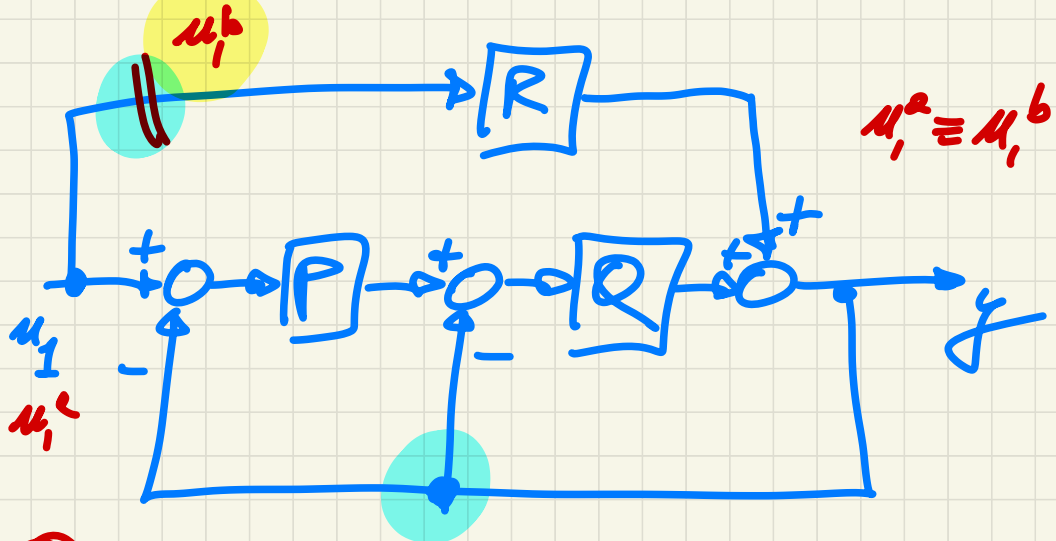
$$\frac{1}{1 + Q(1+P)} = \frac{1}{1 - [1 \cdot Q(1+P)(-1)]}$$



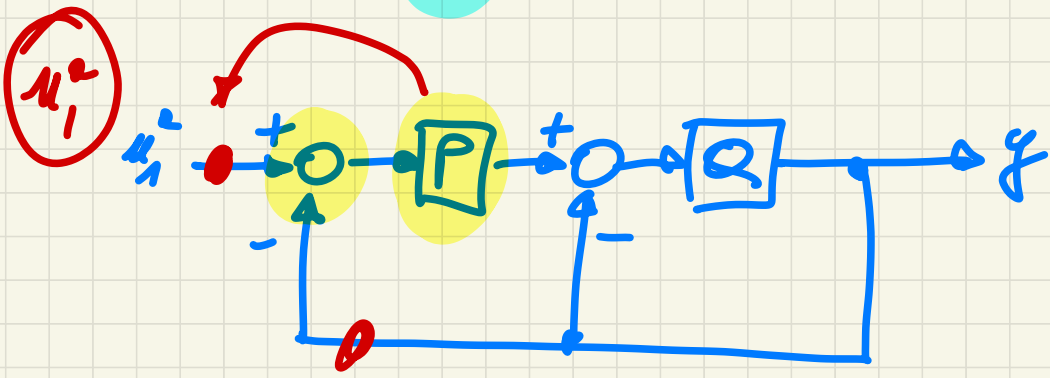
$$T_{u_2}^y(s) = R(s) \cdot \frac{1}{1 + Q(s)[1 + P(s)]}$$

↓
Sustituyendo

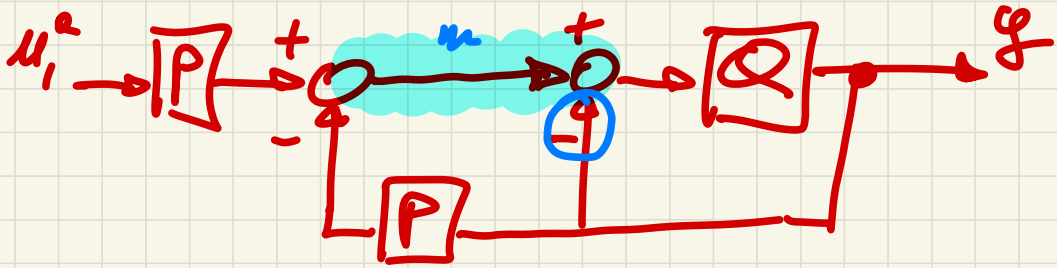
$$\hookrightarrow \frac{2s(5-s)}{(5s+1)(175-13s)}$$

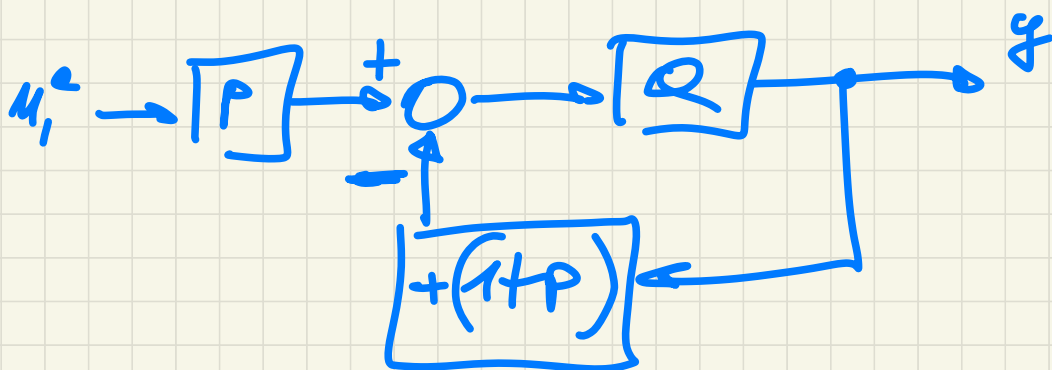
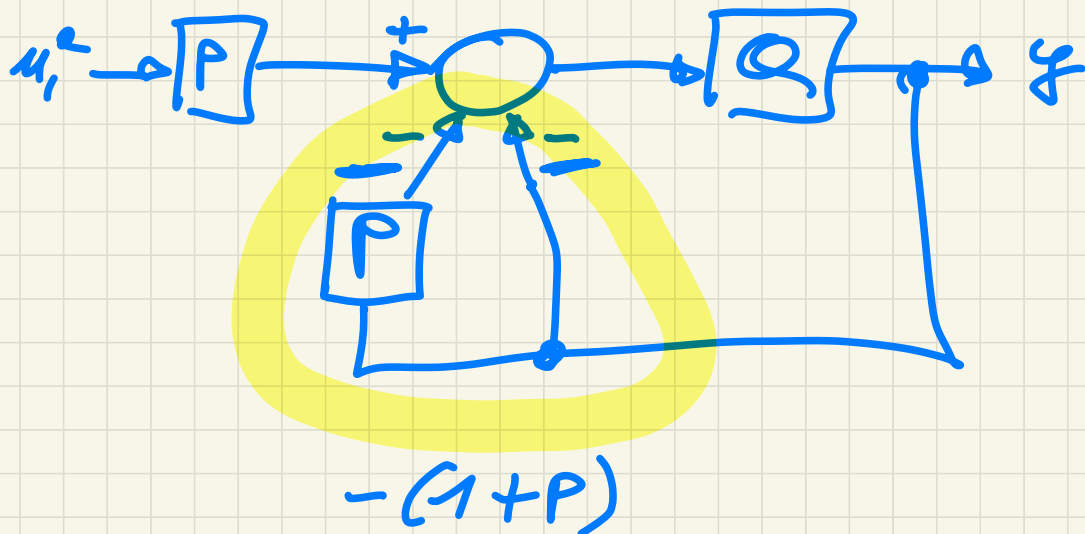


$$u_1^a \equiv u_1^b$$



(2) P a monte del nudo $\rightarrow$

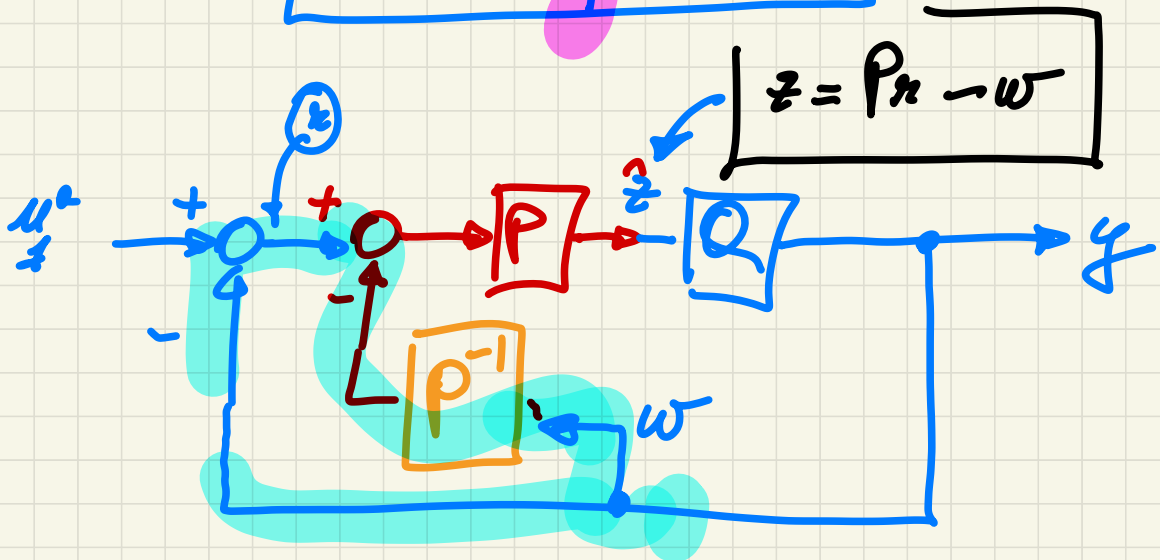
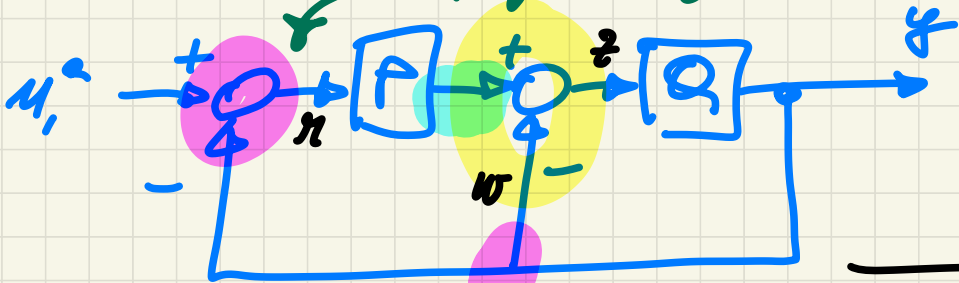




$$T_{12}(s) = P \frac{Q}{1+Q(1+P)}$$

approccio alternativo

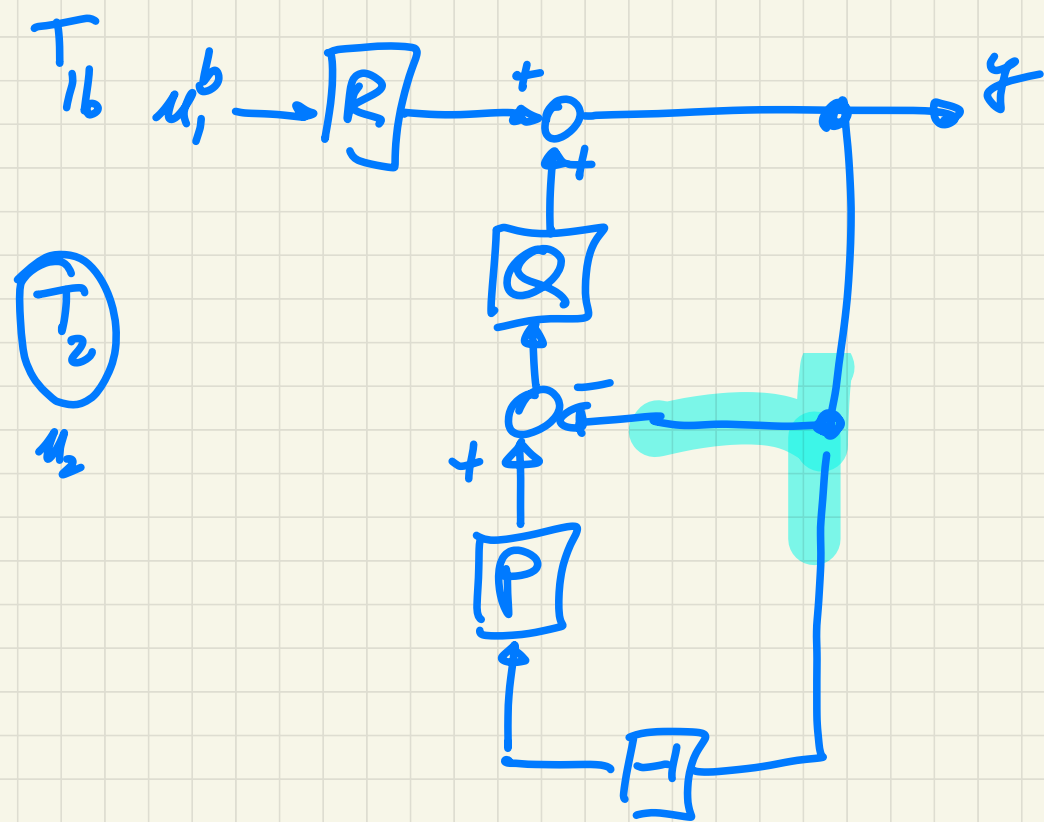
sposto il sommatore



così

$$\hat{z} = P(r - w) = Pr - Pw$$

$$\hat{z} = P[r - P^{-1}w] = Pr - w$$



$$T_{1b} = R \frac{1}{1 + Q(1 + P)}$$

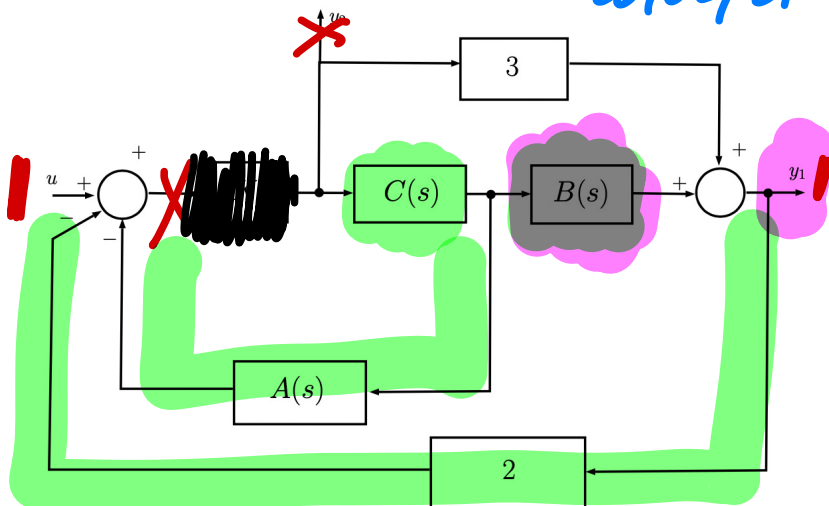
$$T_1(s) = T_{12} + T_{1b} = \frac{PQ + R}{1 + Q(1 + P)}$$

$$T_1(s) = \frac{60 + 310s - 2s^2}{(5s + 1)(-175 - 13s)}$$

Domanda 3.2.

Si faccia riferimento allo schema a blocchi in figura

26/02/21

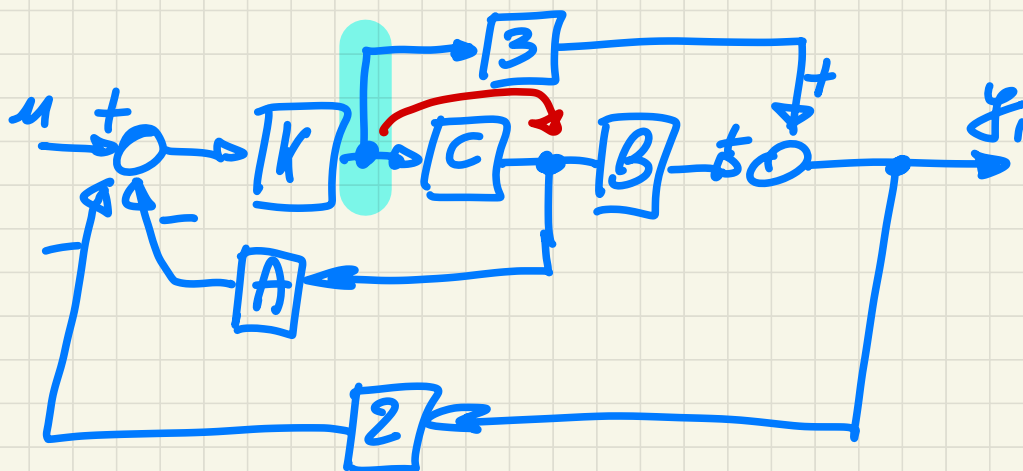


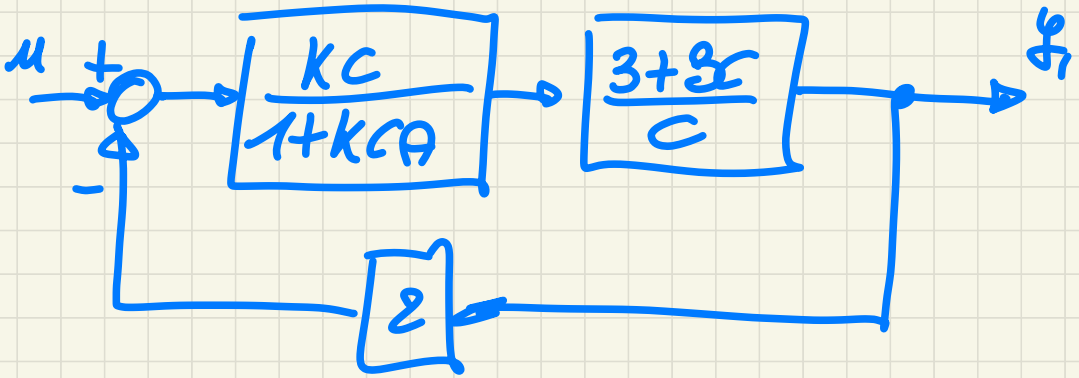
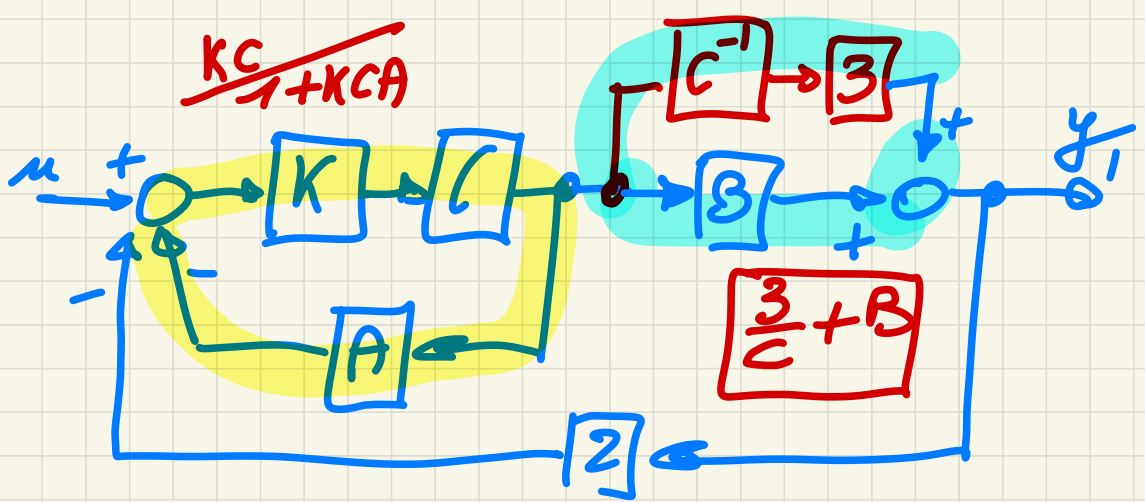
1. Determinare l'espressione della funzione di trasferimento dall'ingresso $u(t)$ all'uscita $y_1(t)$.

2. Si discuta la stabilità del **sistema complessivo** nei due casi

- $K \neq 0$
- $K = 0$

L'instabilità di uno qualsiasi dei blocchi dinamici $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$ porta all'instabilità del sistema complessivo, in uno dei due casi appena elencati? Perché? **Motivare le risposte.**

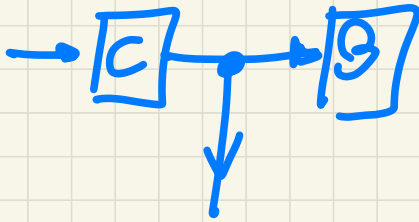




$$\frac{y}{u}(s) = \frac{K [3 + B(s)C(s)]}{1 + K A(s)C(s) + 2K [3 + B(s)C(s)]}$$

$$K=0$$

$$K \neq 0$$



$$C(s) = \frac{N_C(s) \cancel{(s+7)}}{D_C(s)}$$

$$C(s) = \frac{\bar{N}(s)}{(s+p_c) D(s)} \quad \text{non crit zone}$$

$$B(s) = \frac{N_B(s)}{\cancel{(s+p_c)} D_B(s)}$$

case
non stable +
instable

$$B(s) = \frac{N_B(s)(s+p_c)}{D_B(s)}$$

$$K=0$$

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$\rightarrow \bar{x} \in \text{ker } C$

$\bar{x} = x(0) \text{ et } x(t) \in \text{ker } C$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & +10 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} K \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}$$

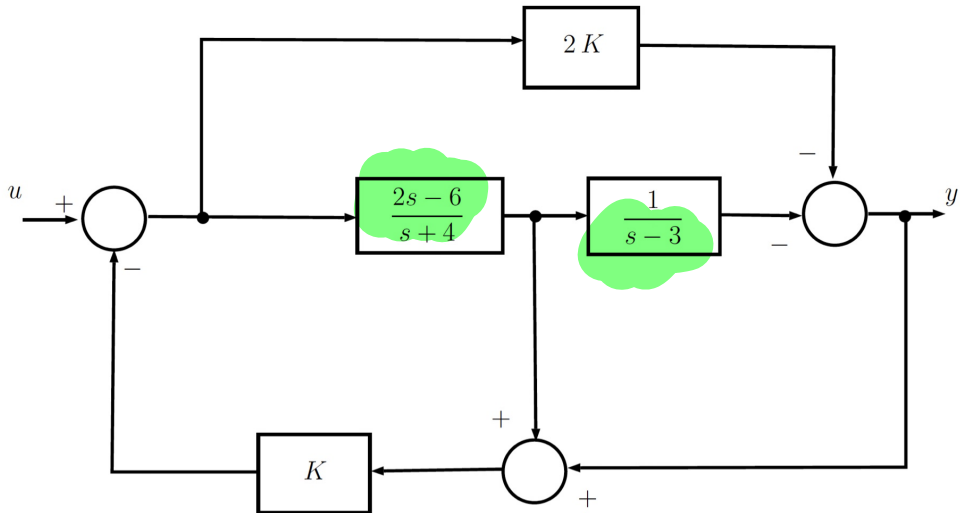
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K=0$$

$$y(t) \rightarrow +\infty$$

Domanda 1.2.

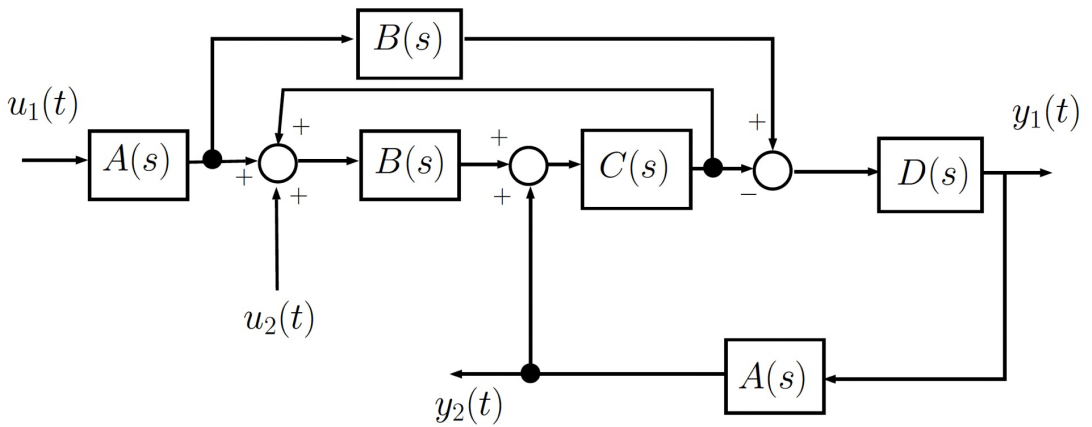
Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente:



1. Determinare una realizzazione in equazioni di stato per il sistema.
2. Analizzare la stabilità del sistema al variare del parametro $K \in \mathbb{R}$, determinando, se possibile, i valori del parametro K per cui il sistema risulti rispettivamente asintoticamente stabile, semplicemente stabile oppure instabile.

Domanda 3.1.

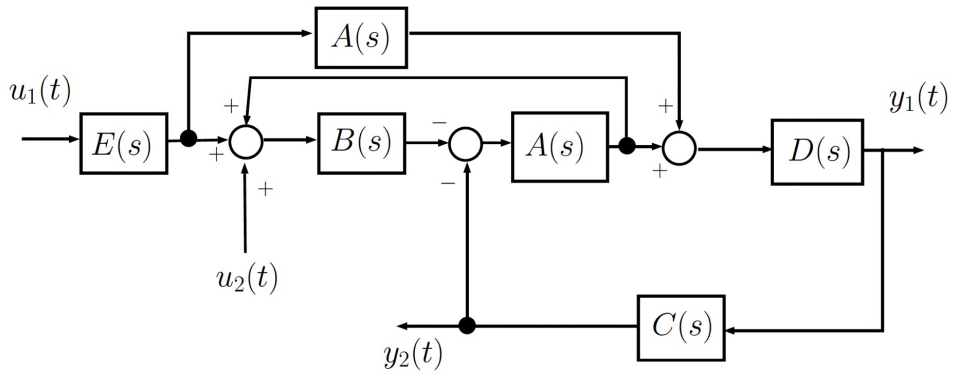
Si faccia riferimento allo schema a blocchi in figura:



Determinare l'espressione della funzione di trasferimento dall'ingresso $u_1(t)$ all'uscita $y_1(t)$.

Domanda 3.1.

Si faccia riferimento allo schema a blocchi in figura:



Determinare l'espressione della funzione di trasferimento dall'ingresso $u_2(t)$ all'uscita $y_1(t)$.