Gas Ideali (o perfetti)

- Un gas ha un comportamento "IDEALE" se:

i) È composto da un numero molto elevato di particelle distanti tra loro ed in moto caotico

ii) Non ci sono interazioni tra particelle

iii) Le collisioni tra particelle sono elastiche

→ Non esistono gas ideali in Natura, ma un gas reale approssima un comportamento ideale a BASSA PRESSIONE ed ALTA TEMPERATURA (comparata a quella di condensazione)

Mole:

L'unità di misura della quantità di materia è la MOLE: Quantità di materia che contiene tante unità elementari quanti sono gli atomi in 12 g di carbonio avente numero di massa 12 (^{12}C)

Numero di Avogadro:

$$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$$

Numero di moli "n" contenuto in un certo quantitativo di sostanza:

molecole

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m_c}{M} = \frac{m_c}{N_A\, m_m}$$

$M \rightarrow$ massa molare ovvero la massa di 1 mole

$m_m \rightarrow$ massa singola molecola

Legge di Avogadro (per gas ideali):

Volumi eguali di gas diversi, nelle stesse condizioni di temperatura e pressione, contengono lo stesso numero di molecole; ovvero, lo stesso numero di molecole di gas diversi occupano lo stesso volume ad una data temperatura e pressione

Una mole di qualsiasi gas, ad una data temperatura e pressione, occupa sempre lo stesso volume:

Volume Molare (volume di gas ideale in condizioni standard: $p_0 = 101325\ Pa$ $T_0 = 273{,}15\ K$)

$$V_m = 22{,}414\ l = 0{,}022414\ m^3$$

Equazione di Stato di un gas Ideale:

Sperimentalmente per un gas ideale IN EQUILIBRIO:

i) $pV = nRT$ Legge dei gas perfetti

$n \to$ # di moli

$R = 8{,}314\ J/_{molK}$ Costante Universale dei gas

$= 1{,}986 \cdot 10^{-3}\ Cal/molK$

$\boxed{1\,Cal = 1000\,cal = 4186{,}6\,J}$

ii) $pV = \frac{N}{N_a} RT = N K_B T$

$N \to$ # di molecole

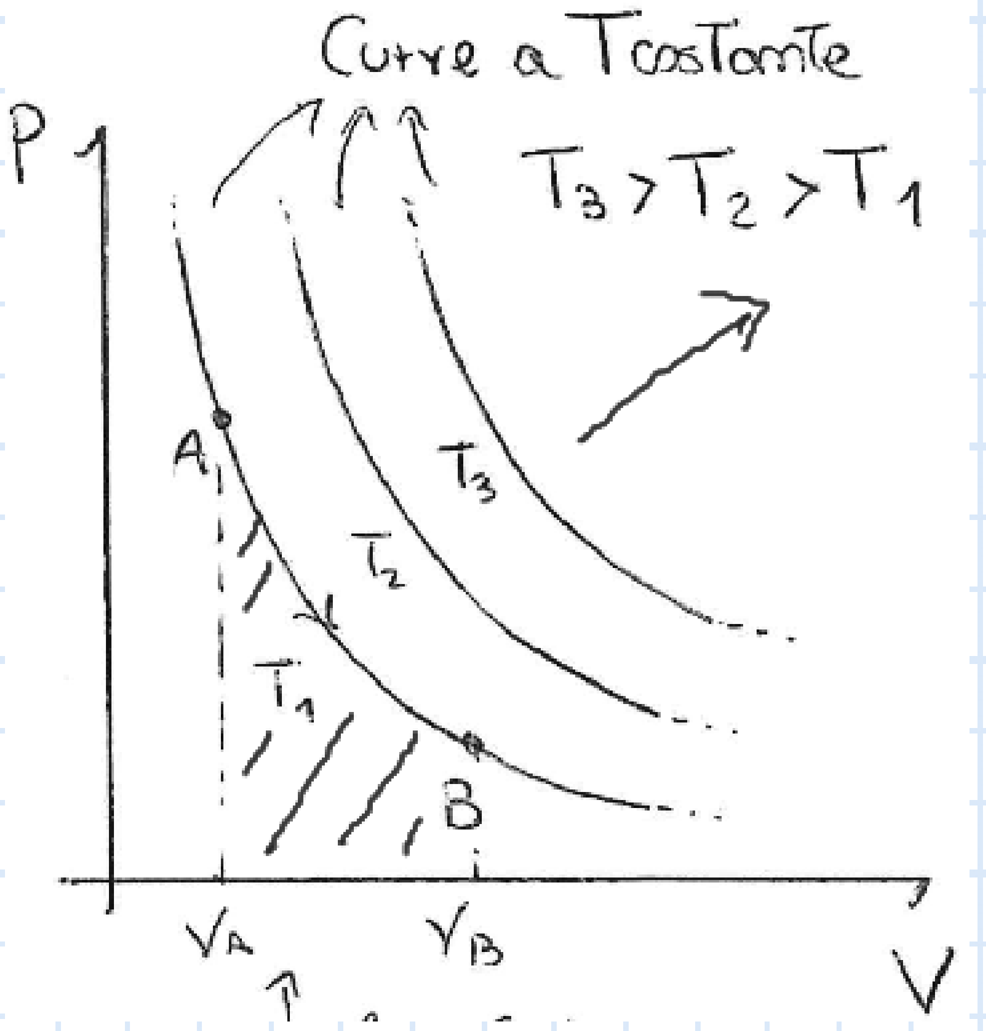
$K_B = \frac{R}{N_a} = 1.3807 \cdot 10^{-23}\ J/_{K}$ Costante di Boltzmann

Trasformazioni notevoli per un gas ideale: $y = \frac{cost}{x}$

ISOTERMA: $T = cost$

$$pV = nRT = cost \Rightarrow p = \frac{cost}{V}$$

Ramo di iperbole



- Lavoro compiuto lungo una ISOTERMA REVERSIBILE:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} dV\, p(V) = \int_{V_A}^{V_B} dV\, \frac{nRT}{V} = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} =$$

$V_B > V_A$

$W_{AB} > 0$

$$= nRT \left[\ln V\right]_{V_A}^{V_B} = nRT\left[\ln V_B - \ln V_A\right] = nRT \ln \boxed{\frac{V_B}{V_A}}$$

$V_A < V_B$

$W_{AB} < 0$

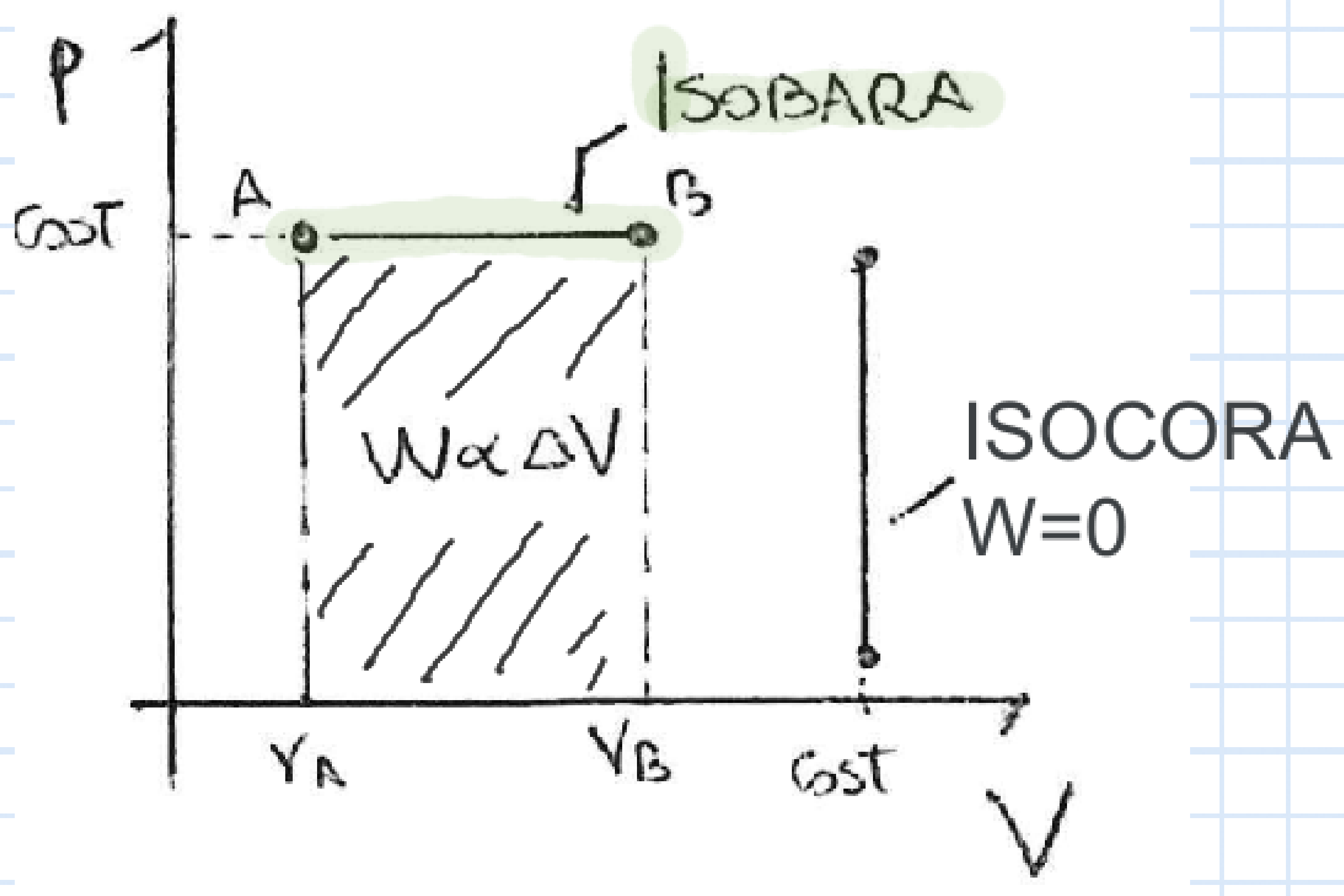
Trasformazioni notevoli gas ideale:

ISOBARA: $p = \text{cost}$ $\qquad pV = mRT$

$$\frac{V}{T} = \frac{mR}{p} = \text{cost} \qquad V = \frac{mRT}{p}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = p\int_{V_A}^{V_B} dV = p\,(V_B - V_A) =$$

$$= \cancel{p}\left(\frac{mRT_B}{\cancel{p}} - \frac{mRT_A}{\cancel{p}}\right) = mR\,(T_B - T_A)$$

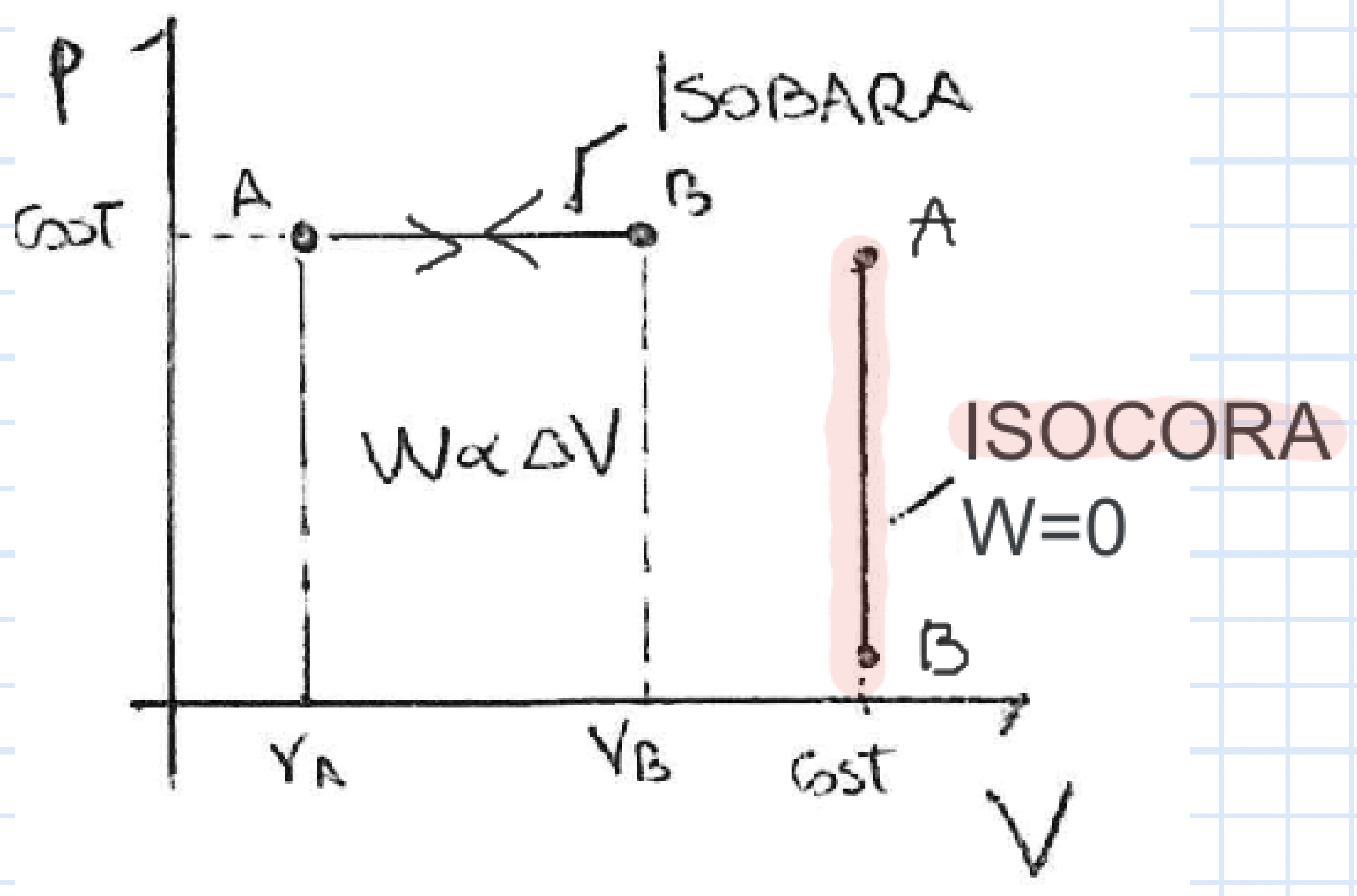


Trasformazioni notevoli gas ideale:

ISOCORA: $V = cost$ $\qquad pV = mRT$

$$\frac{p}{T} = \boxed{\frac{mR}{V}} = cost$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = \int_{V_A}^{V_A} p\,dV = 0$$



Recap:
Equazione di stato per un gas ideale

Volume occupato

i) $pV = nRT$ (legge dei gas perfetti)

pressione assoluta gas — Numero di moli — Temperatura

Numero Molecole

ii) $pV = \frac{N}{N_A} RT = N K_B T$ avendo definito la nuova costante

$K_B = \frac{R}{N_A} = 1.3807 \cdot 10^{-23}\ J/K$ (Costante di Boltzmann)

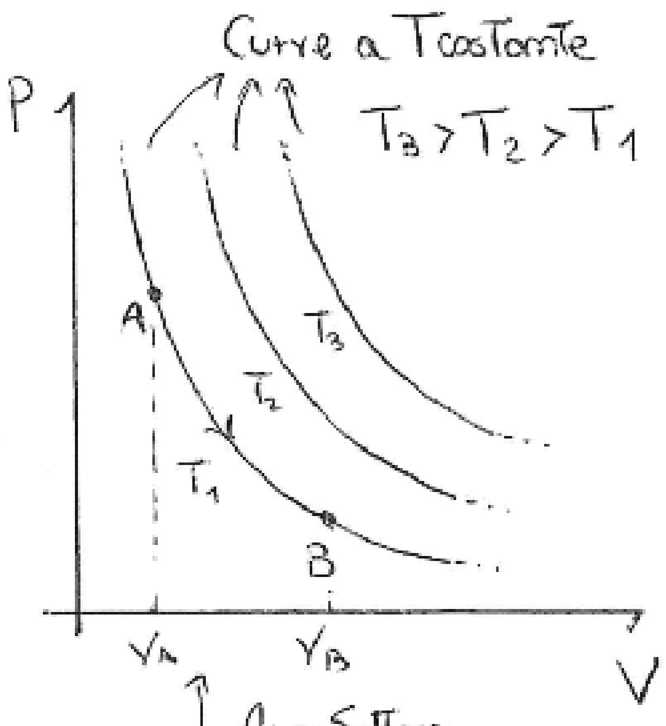
$R = 8.314\ J/mol\,K$ (Costante universale dei gas)

Trasformazioni notevoli di un gas ideale:

i) Trasformazione Isoterma:

$T = cost$

$pV = nRT = cost \rightarrow p = \frac{cost}{V} \longrightarrow$ ramo di Iperbole



Il lavoro compiuto durante una Trasformazione Isoterma Reversibile da un gas ideale è:

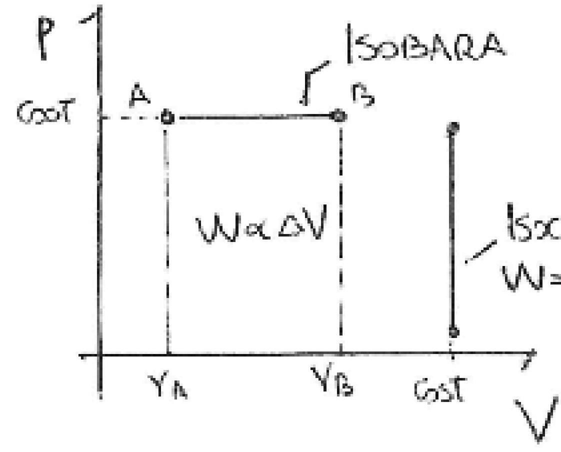
$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT}{V}\,dV = nRT\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V} = nRT\ln\frac{V_B}{V_A} = nR\ln\frac{P_A}{P_B}$$

ii) Trasformazione Isobara:

$p = cost \longrightarrow V/T = cost \longrightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p\,dV = p\int_{V_A}^{V_B} dV = p(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A)$$

$V = \frac{nRT}{P}$



iii) Trasformazione Isocora:

$V = cost \longrightarrow P/T = cost \longrightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B}$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_A} p\,dV = 0$$

Esempio: Ciclo Gas Ideale

••8. Un campione di un gas ideale compie tutto il processo ciclico illustrato sul diagramma p-V nella figura 19.20. Il valore di p_b è 7,5 kPa e quello di p_{ac} è 2,5 kPa. La temperatura del gas nel punto a è 200 K. (a) Quante moli del gas si trovano nel campione? Quali sono (b) la temperatura del gas nel punto b, (c) la temperatura del gas nel punto c e (d) il calore netto fornito al gas durante il ciclo?

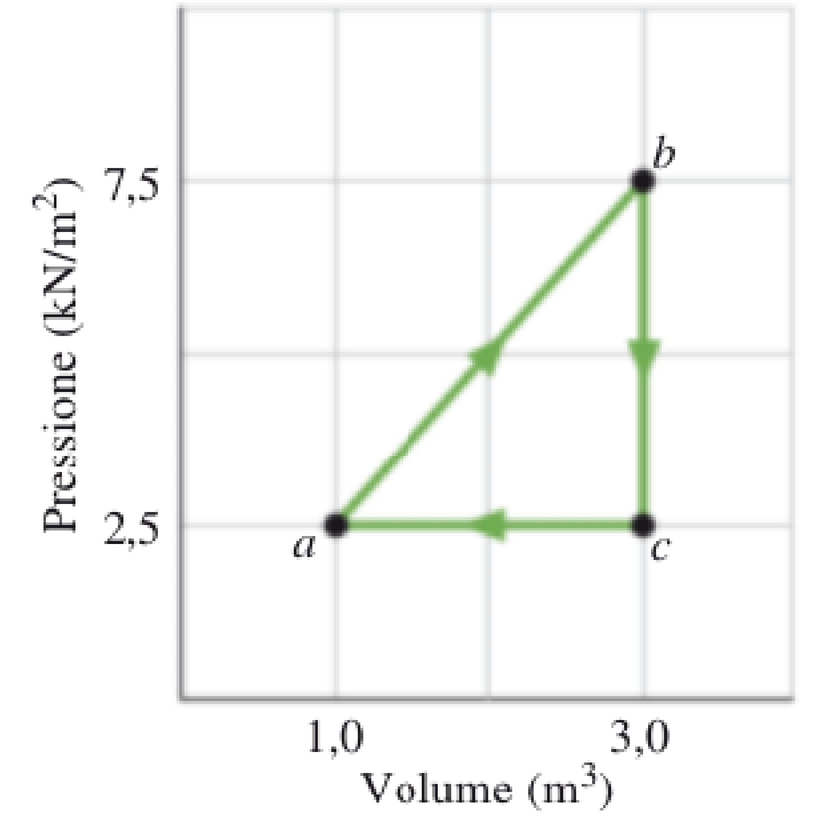


Figura 19.20 Problema 8.

a) $pV = mRT \Rightarrow m = pV/RT = \frac{P_A V_A}{RT_A} = 1{,}5\,\text{mol}$

$V_A = 1{,}0\,\text{m}^3$

$\hookrightarrow 8{,}314\,\text{J/mol K}$

b) T_B? $T_B = \frac{P_B V_B}{mR} = 1{,}8 \cdot 10^3\,\text{K}$

$V_B = 3{,}0\,\text{m}^3$

Esempio: Ciclo Gas Ideale

c) $T_C = ?$

$pV = mRT$

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} = mR$$

$$T_C = T_A \frac{P_C V_C}{P_A V_A} = 6{,}0 \cdot 10^2 \, K$$

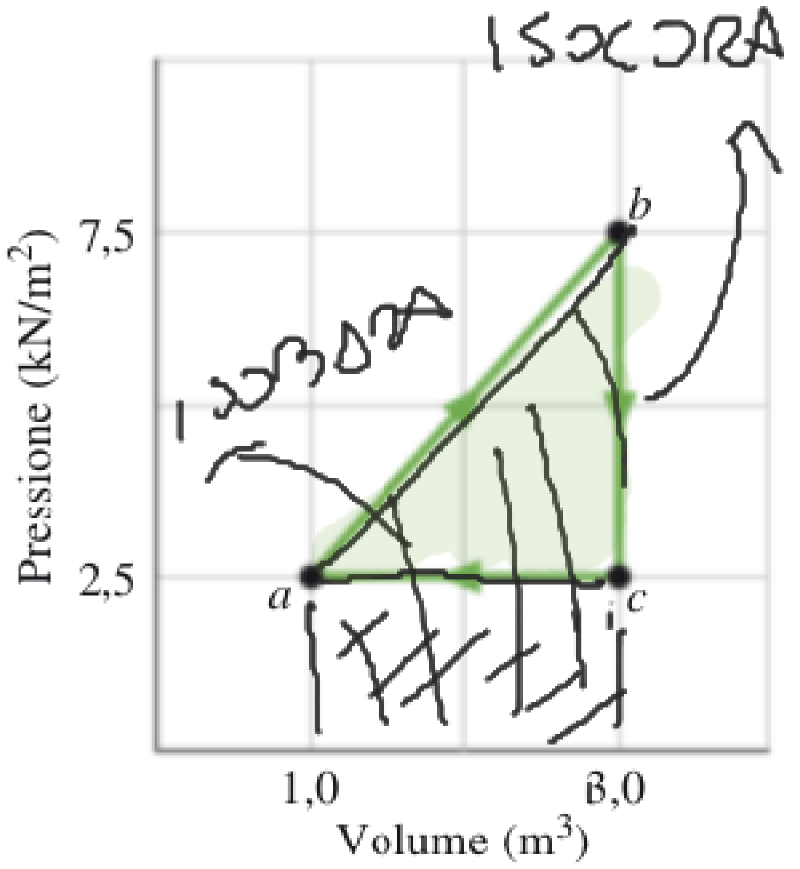


Figura 19.20 Problema 8.

d) $\Delta U = Q - W = 0 \Rightarrow Q = W$

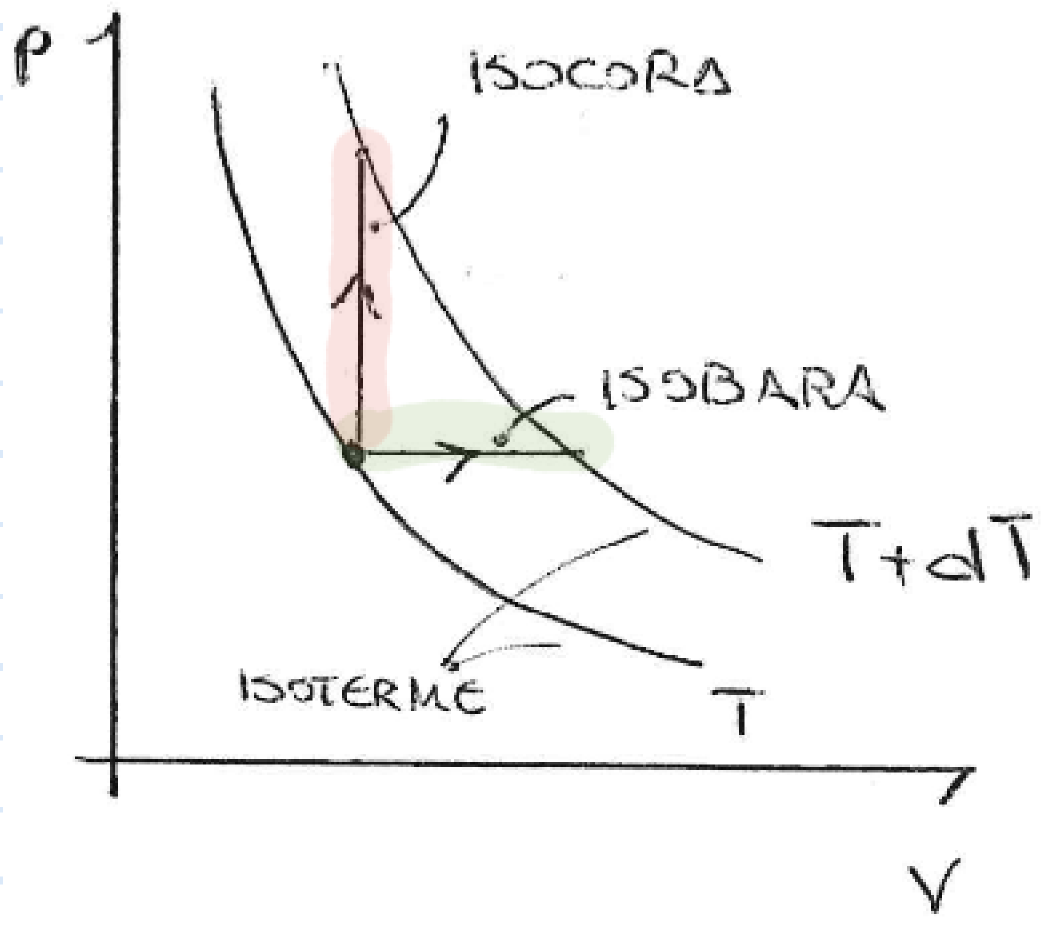
$$W = \underset{>0}{W_{AB}} + \underset{0}{W_{BC}} + \underset{<0}{W_{CA}} = \underbrace{(V_B - V_A)}_{2\,m^3} \underbrace{(P_B - P_A)}_{5\,kPa} \frac{1}{2} = 5 \cdot 10^3 \, J$$

Calori Specifici Molari:

In una trasfomazione generica un gas può scambiare anche calore con l'ambiente. In questo caso, al contrario di solidi e liquidi, la quantità di calore scambiata dal gas in una trasformazione (non isoterma) dipende dal tipo di processo:

Per una trasformazione infinitesima ISOCORA:

$$dQ = m c_v dT$$



Per una trasformazione infinitesima ISOBARA:

$$dQ = m c_p dT$$

Calori Specifici Molari:

- a VOLUME COSTANTE: $c_v = \frac{1}{m}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$

u.d.m $\left[\frac{J}{mol\,K}\right]$

- a PRESSIONE COSTANTE: $c_p = \frac{1}{m}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_P$

$\Rightarrow$ Se c_p & c_v sono indipendenti dalla T per un dato ΔT

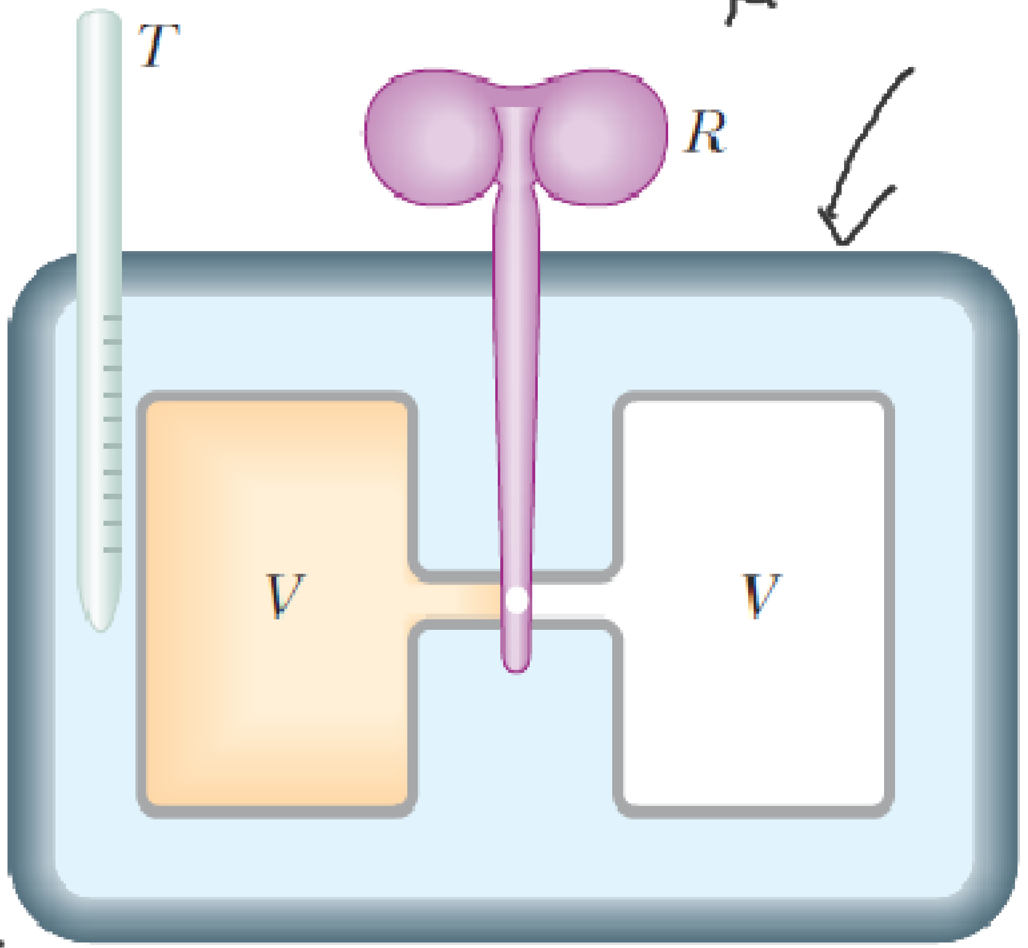
$$Q_v = \int dQ = m c_v \Delta T \quad \text{per una ISOCORA}$$

$$Q_p = \int dQ = m c_p \Delta T \quad \text{per una ISOBARA}$$

Energia interna di un gas ideale:

Riconsideriamo l'esperimento di espansione libera di un gas.
Sperimentalmente si osserva che , comunque si operi -- aprendo lentamente/velocemente il rubinetto, cambiando la pressione iniziale del gas, etc etc -- la temperatura del liquido calorimetro alla fine del processo rimane sempre invariata

ADIABATICO



$$\left.\begin{array}{l} T_{in} = T_{fin} \;;\; Q = 0 \\ W = 0 \end{array}\right\} \Delta U^{free\ exp}_{gas\ id} = Q - W = 0$$

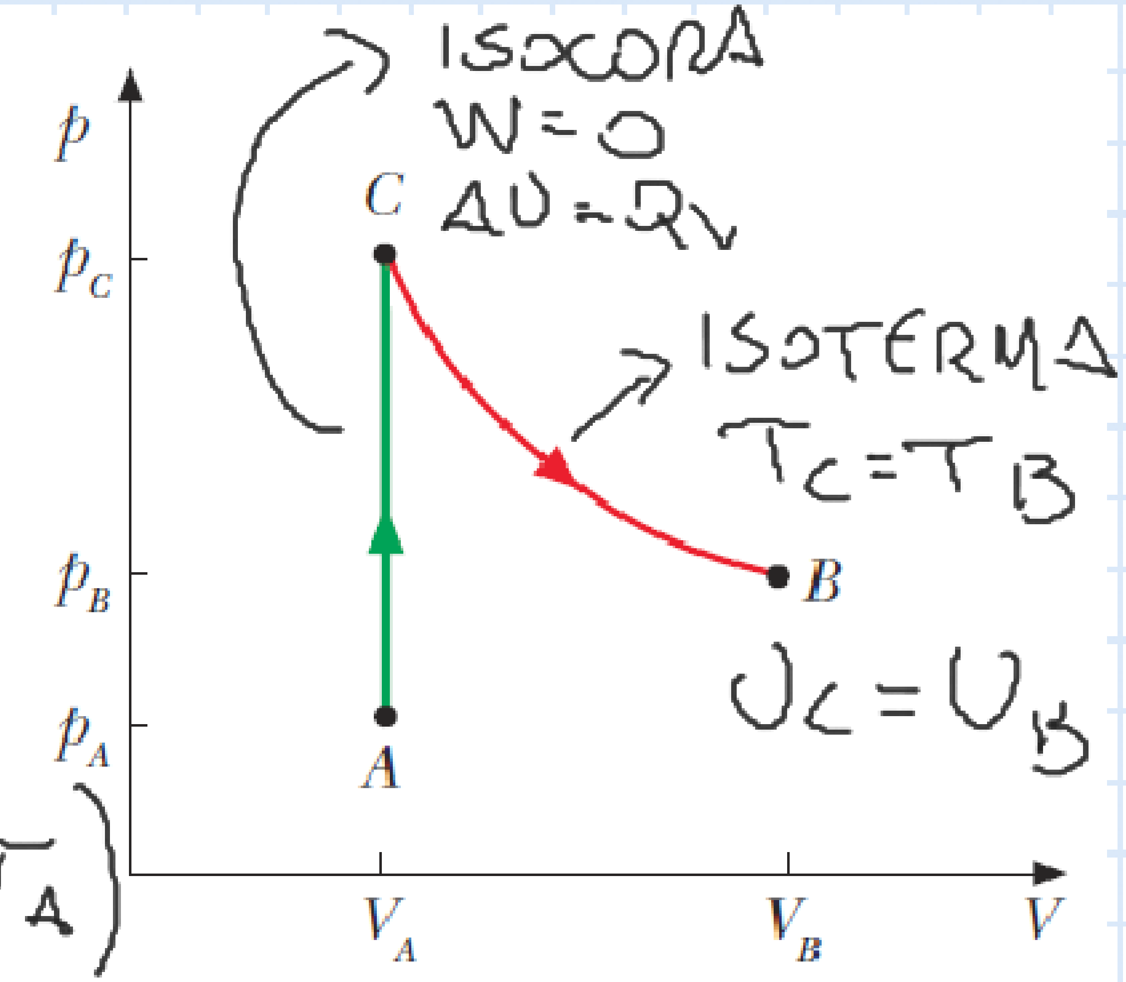
$\Downarrow$

ovvero è energia interna del gas ideale non cambia

$\Rightarrow (p, V, T) \Rightarrow$ Si evince che l'energia interna di un gas ideale è funzione solo della Temperatura $\quad \Delta U_{gas} = \Delta U_{gas}(T)$

Energia interna di un gas ideale:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A \longrightarrow$$ NON DIPENDE DAL TIPO DI TRASFORMAZIONE



$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} + \underbrace{\cancel{\Delta U_{CB}}}_{0} =$$

$$= Q_{AC} - \underbrace{\cancel{W_{AC}}}_{=0} = Q = m\int_{T_A}^{T_C} c_V \, dT = m c_V (T_B - T_A)$$

Per una trasformazione infinitesima

$$dU = m c_V \, dT \Rightarrow c_V = \frac{1}{m}\frac{dU}{dT}$$

1° principio della termodinamica per un gas perfetto:

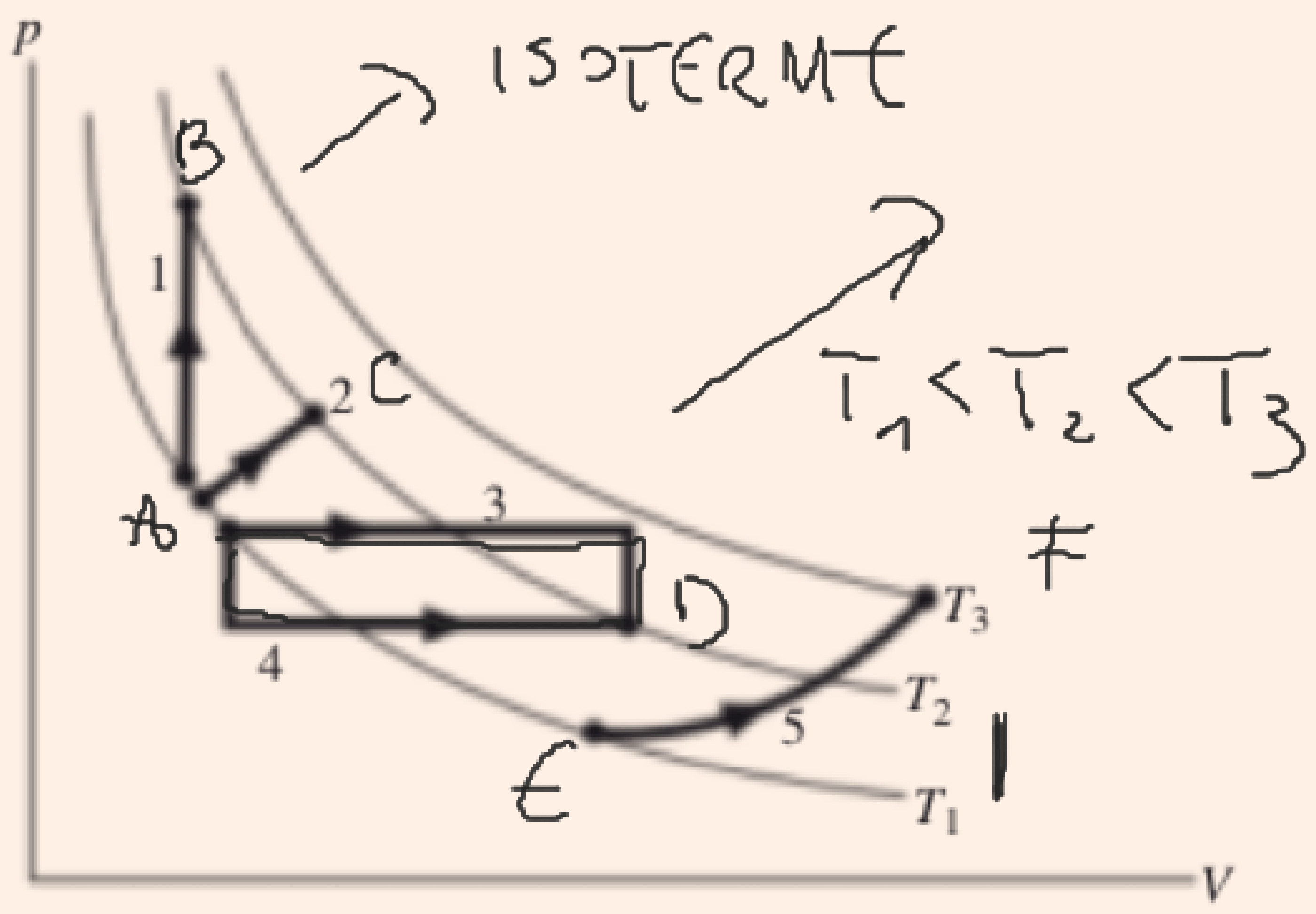
$$\Delta U = Q - W \Rightarrow Q = \Delta U + W \xRightarrow{\text{per Trasf. infinitesima}} dQ = dU + dW$$

$$dQ = dU + dW = m c_v dT + dW = m c_v dT + p\,dV$$

Se Trasformazione reversibile $dW = p\,dV$

VERIFICA 4

La figura a fianco mostra cinque trasformazioni di un gas su un diagramma *p*-*V*. Ordinate le trasformazioni secondo i valori decrescenti della variazione di energia interna del gas.



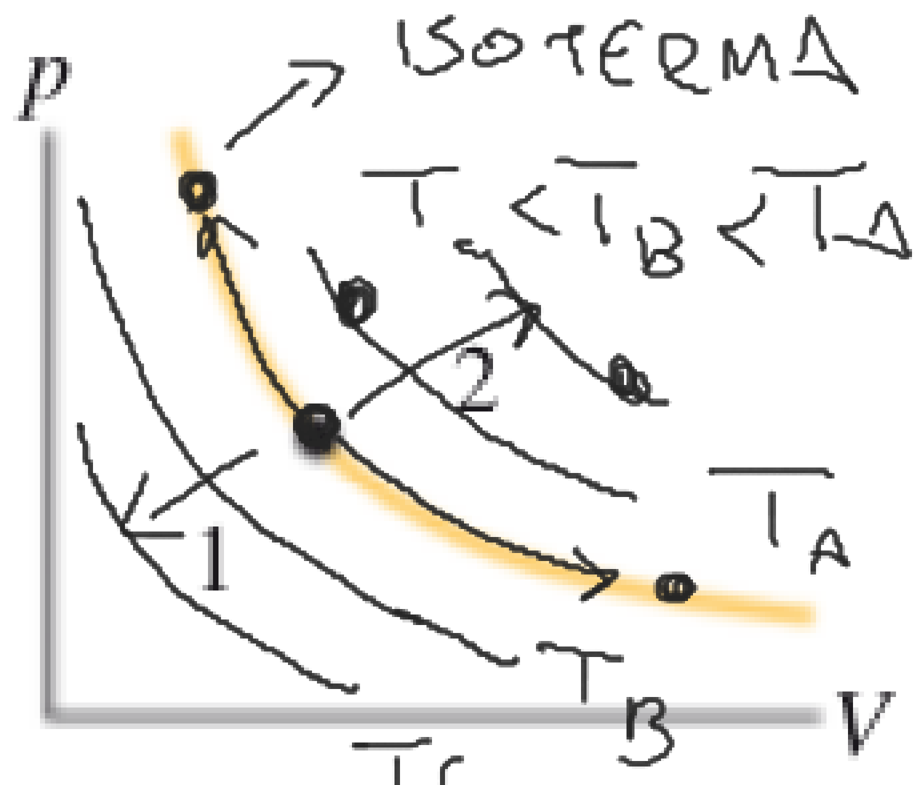
$$\Delta U = \Delta U(T) \propto \Delta T$$

$$\Delta U_{AB} = \Delta_{AC} U \propto \Delta T_{12} = \Delta U_{AD}$$

$$\Delta U_{EF} \propto \Delta T_{13} > \Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} = \Delta U_{AD}$$

Esercizio:

4. La linea sul diagramma p-V della figura 19.17b rappresenta una curva isoterma che divide il piano nelle due regioni 1 e 2. Il punto rappresenta lo stato iniziale di un gas. Stabilire se la variazione ΔE_{int} di energia interna del gas è positiva, negativa o nulla quando esso subisce una trasformazione (a) seguendo la curva verso l'alto, (b) seguendo la curva verso il basso, (c) penetrando nella regione 1 e (d) penetrando nella regione 2.



(b)

a) $\Delta U = 0$ $\quad (T = cost)$

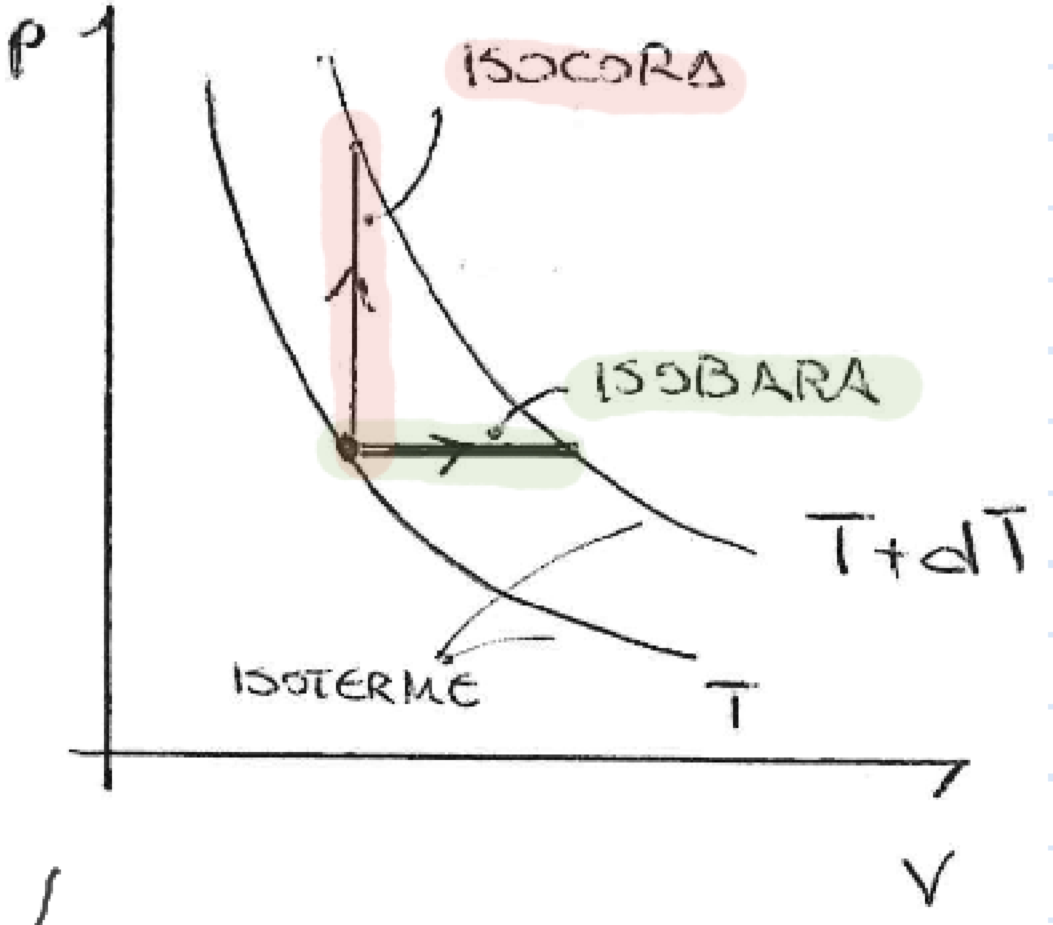
b) $\Delta U = 0$ $\quad (T = cost)$

c) $\Delta U \propto \underbrace{\Delta T}_{<0} < 0$

d) $\Delta U \propto \underbrace{\Delta T}_{>0} > 0$

Relazione di Mayer:

→ Usiamo I principio della Termodinamica per ricavare una relazione tra C_V & C_p



ISOBARA INFINITESIMA:

$$dQ = mc_p dT \quad \& \quad dW = p dV$$

Per I p. T:

$$dQ = dU + dW \Rightarrow mc_p dT = mc_V dT + \underbrace{p dV}$$

$$pV = mRT$$

$$d(pV) = d(mRT) \Rightarrow \cancel{dp}V + \underbrace{p dV = mR dT}$$

0 per una isobara

$$dQ = dU + dW \Rightarrow$$

$$\cancel{n} c_p \, d\cancel{T} = \cancel{n} c_v \, d\cancel{T} + \cancel{n} R \, d\cancel{T}$$

$$c_p = c_v + R \Rightarrow c_p - c_v = R$$

Relazione di Mayer

$$c_p > c_v$$

Definiamo $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v} > 1$