Trasformazioni Cicliche, Macchine Termiche e Frigorifere:

→ Una Trasformazione ciclica, o ciclo, e' una Trasformazione in cui lo stato finale coincide con quello iniziale: $\Delta U = 0 \overset{I\,p.T.}{\Longrightarrow} Q = W$

- Macchina Termica: se nel ciclo la macchina assorbe calore $(Q>0)$ e produce lavoro $(W>0)$
- Macchina Frigorifera: se nel ciclo la macchina assorbe lavoro dall'esterno $(W<0)$ per estrarre calore da una o più sorgenti fredde e cederlo a sorgenti calde.

Rendimento:

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = \frac{Q_A + Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

$$\boxed{0 \le \eta < 1,}$$

$$W < Q_A, \quad |Q_C| < Q_A, \quad Q_C \neq 0$$

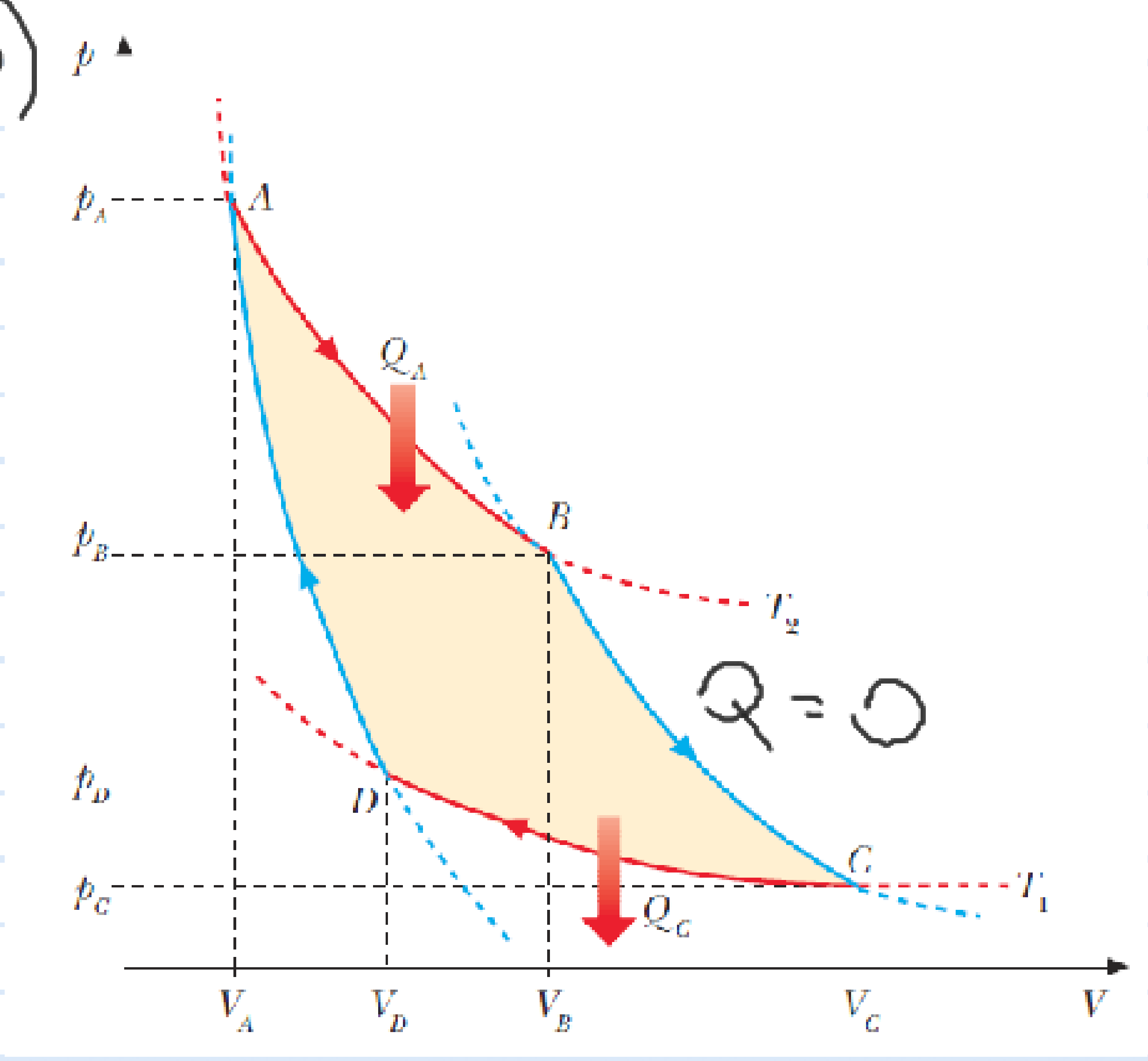
Ciclo di Carnot: (Ciclo compiuto da gas perfetto)

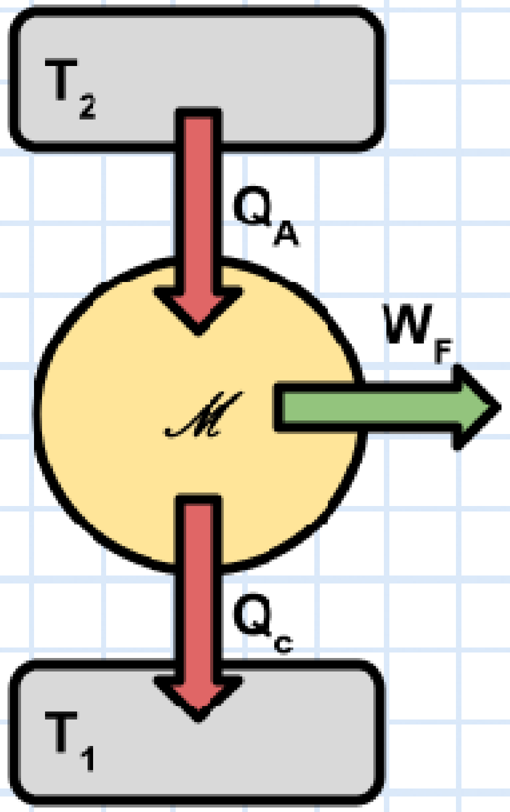
$\overline{AB}$: Espansione ISOTERMA

$\overline{BC}$: Espansione ADIABATICA

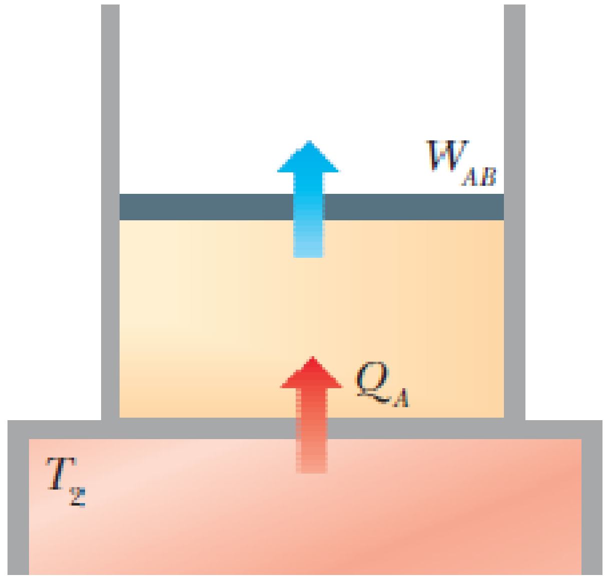
$\overline{CD}$: Compressione ISOTERMA

$\overline{DA}$: Compressione ADIABATICA





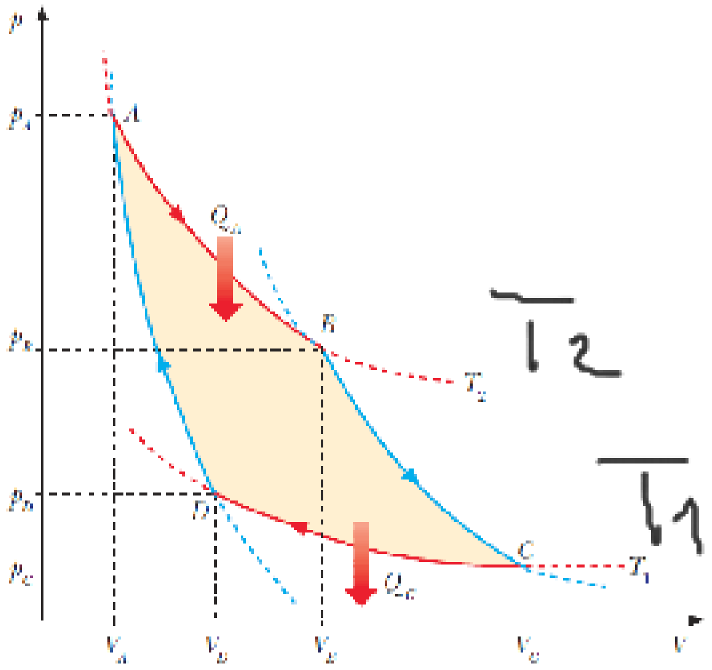
Ciclo di Carnot:



$\overline{AB}$: $T = \text{cost} \Rightarrow \Delta U = 0$

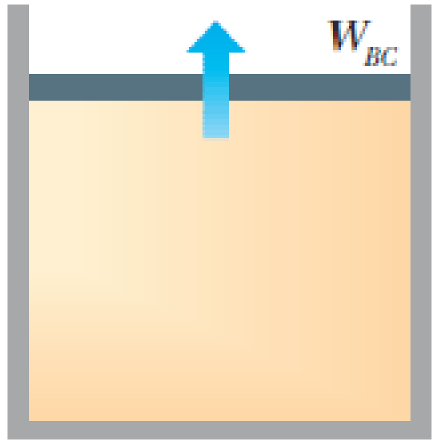
$W_{AB} = Q_{AB}$ $\quad pV = mRT \rightarrow p = \frac{mRT}{V}$

$$W_{AB} = \int_A^B p\,dV = mRT_2 \ln\frac{V_B}{V_A} = Q_A$$



T_2

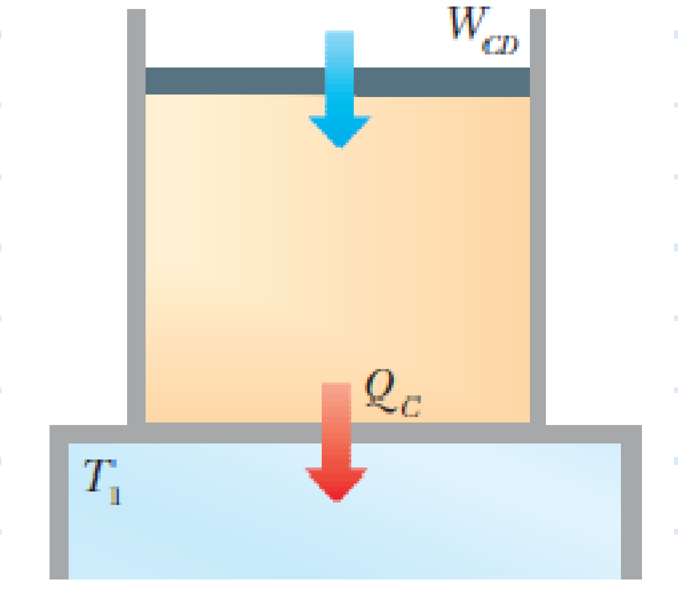
T_1



$\overline{BC}$: $Q = 0$ $\quad T_2 V_B^{\gamma-1} = T_1 V_C^{\gamma-1}$

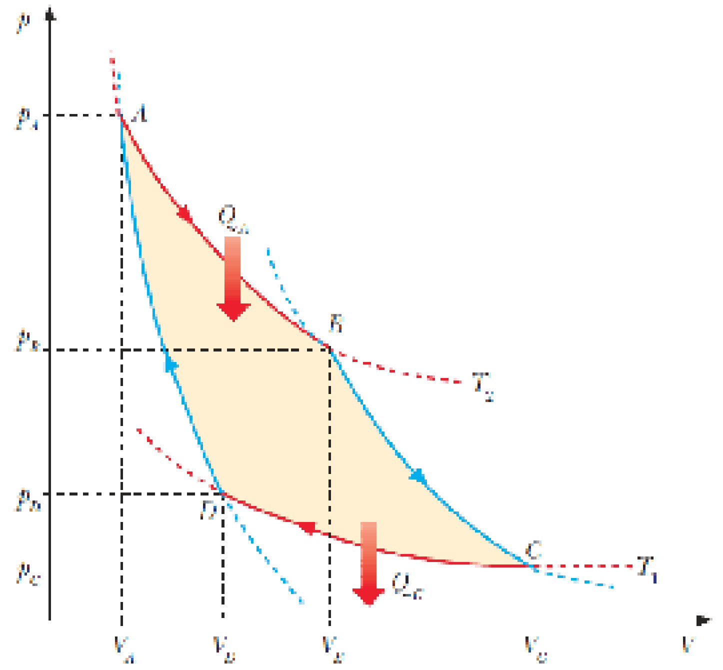
$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = m c_v (T_2 - T_1)$$

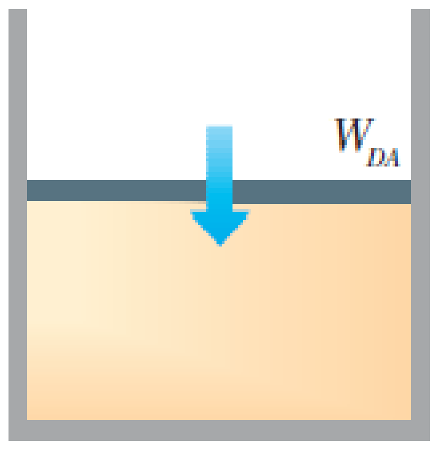
Ciclo di Carnot:



$\overline{CD}$: $T = \text{cost}$ $\quad \Delta U(T) = 0$

$$W_{CD} = Q_C = m R T_1 \ln V_D / V_C$$





$\overline{DA}$: $Q = 0 \quad T_2 V_A^{\gamma-1} = T_1 V_D^{\gamma-1}$

$$W_{DA} = -\Delta U_{DA} = m c_v (T_1 - T_2) = -W_{BC}$$

Rendimento del ciclo di Carnot:

Complessivamente avremmo $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{tot} = W_{tot}$

$$Q_{tot} = Q_A + Q_C = W_{tot} = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{CD} + \cancel{W_{DA}} = W_{AB} + W_{CD}$$

Il rendimento.

$$\eta = 1 + \frac{Q_C}{Q_A} = 1 + \frac{\cancel{nR}T_1 \ln(V_D/V_C)}{\cancel{nR}T_2 \ln(V_B/V_A)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\ln(V_D/V_C) \rightarrow -\ln(V_C/V_D)$$

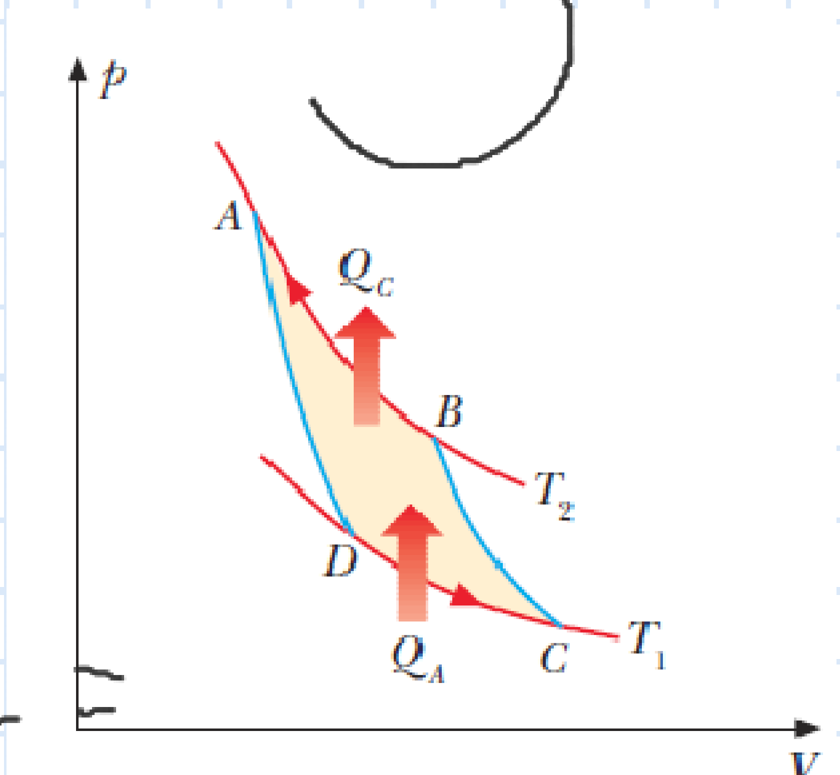
$$\therefore \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \left.\begin{aligned} T_2 V_B^{\gamma-1} &= T_1 V_C^{\gamma-1} \\ T_2 V_A^{\gamma-1} &= T_1 V_D^{\gamma-1} \end{aligned}\right\} \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

Efficienza ciclo di Carnot inverso (macchina frigorifera)

$$\xi = \frac{Q_{DC}}{|W|} =$$

→ Calore Assorbito dalla sorgente fredda

$$= \frac{Q_{DC}}{|Q_{DC}+Q_{BA}|} = \frac{\cancel{nR}\,T_1 \cancel{\ln(V_C/V_D)}}{\cancel{nR}\,T_2\cancel{\ln(V_B/V_A)} - \cancel{nR}\,T_1 \cancel{\ln(V_C/V_D)}} =$$



(b)

$=$

$$= \frac{T_1}{T_2-T_1}$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

Motore di Stirling (ideale):

AB = Espansione ISOTERMA (Rev.)

BC : ISOCORA Rev.le

CD = Compressione ISOTERMA

DA = ISOCORA Rev.le

$Q_{BC} = Q_{DA}$ => il calore scambiato durante il ciclo è solo Q_{AB} e Q_{CD}

$\eta_{St} = \eta_C$

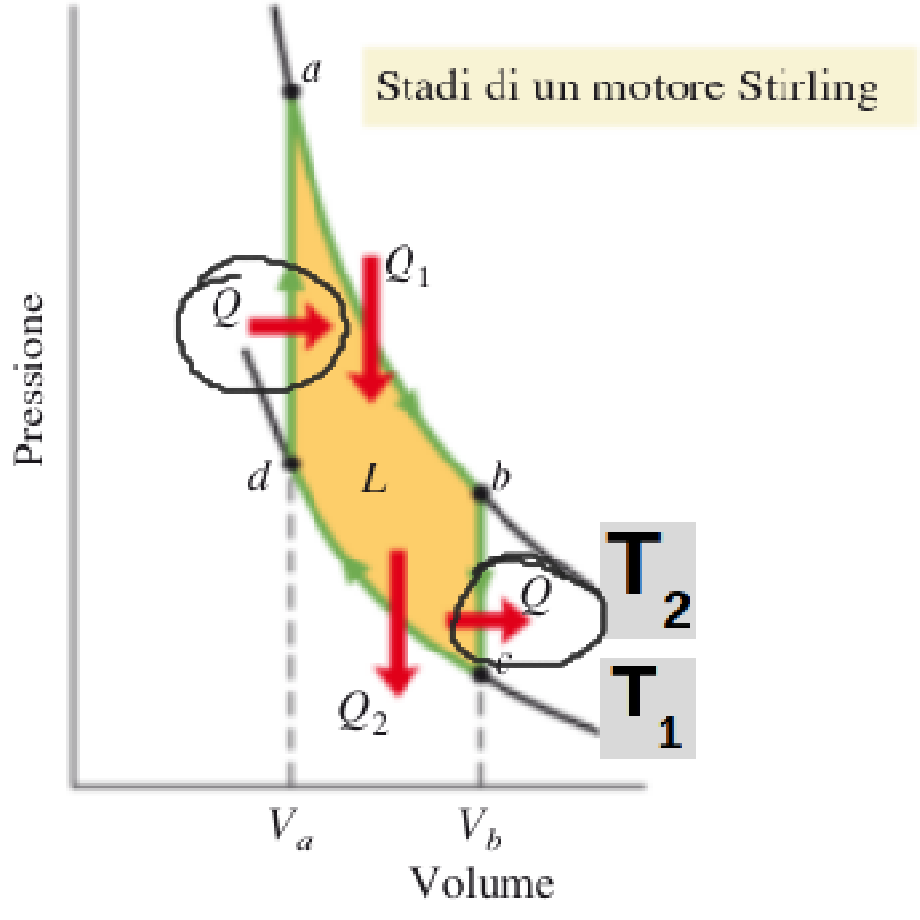


Figura 20.13 Diagramma *p-V* di un ciclo Stirling ideale, in cui il fluido motore si assume essere un gas perfetto.

Secondo Principio della Termodinamica:

Il primo principio della termodinamica - che estende il principio di conservazione dell'energia della meccanica anche in presenza di forze non conservative - non pone limiti al "verso" delle trasformazioni di energia (calore <-> lavoro). Sperimentalmente questa simmetria non si osserva; più in generale, in natura tutti fenomeni fisici (macroscopici) sono irreversibili.

Il secondo principio della termodinamica stabilisce l'irreversibilità dei fenomeni fisici che accadono attorno a noi, cioé del mondo macroscopico.

Storicamente il secondo principio è stato formulato in due modi diversi (tra loro equivalenti) e precedentemente alla formulazione del primo principio

Secondo principio della termodinamica:

Enunciato di Kelvin:

E' impossibile realizzare un processo che abbia come UNICO risultato la trasfomarzione in lavoro del calore fornito da una sorgente a temperatura uniforme.

→ una conseguenza è che in un ciclo per produrre lavoro sono sempre necessarie 2 SORGENTI

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A} < 1 \qquad |Q_C| \neq 0$$

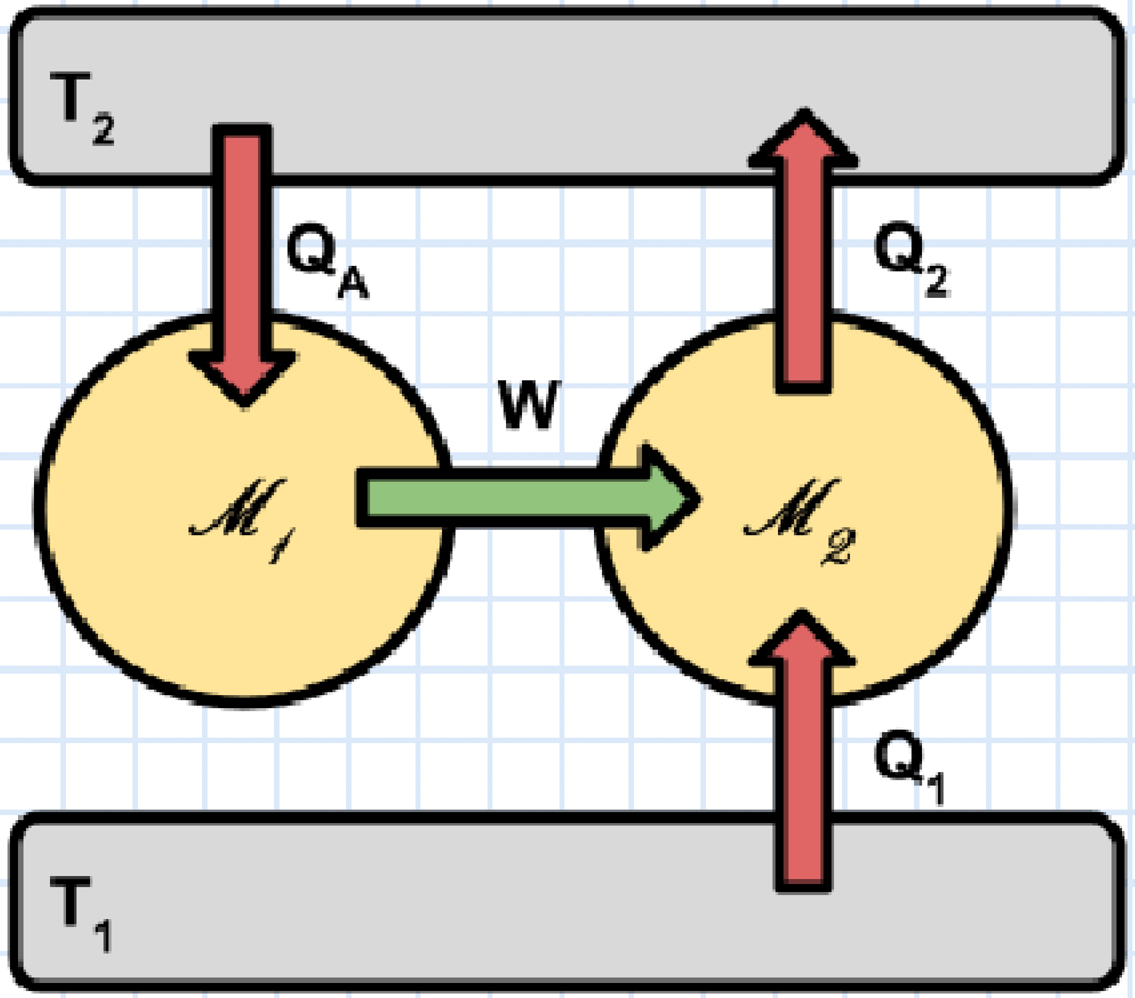
$$\boxed{\begin{aligned} Q &\leq 0 \\ W &\leq 0 \end{aligned}}$$

CICLO MONOTERMO

Enunciato di Clausius:

E' impossibile realizzare una trasformazione il cui UNICO risultato sai il passaggio di calore (positivo) da un corpo freddo ad uno più caldo.

Equivalenza enuncuati Kalvin e Clausius:



i) Assumiamo che l'enunciato di Kelvin non sia valido:

$\exists\, \mathcal{M}_1$ per cui $W = Q_A$ e $Q_C = 0$

usiamo quindi W per far funzionare una macchina frigo $\mathcal{M}_2$

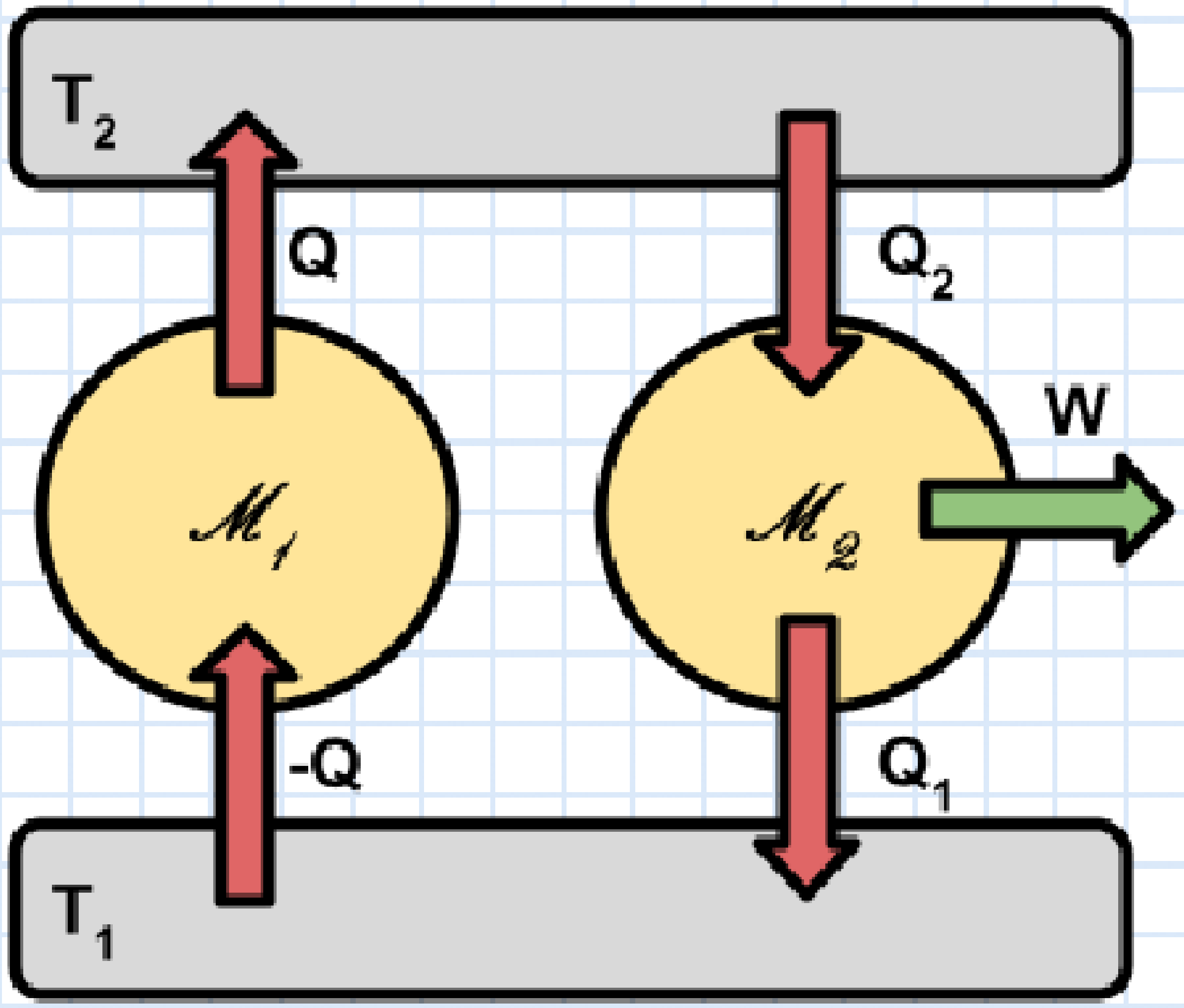
$Q_1 + Q_2 = W$

$\Rightarrow$ La macchina $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ assorbe Q_1 e cede calore alla sorgente T_2:

$Q_A + Q_2 = W + Q_2 = -Q_1 \qquad W_{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2} = 0$

Quindi $\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ viola il principio di Clausius

Equivalenza enuncuati Kalvin e Clausius:



ii) Assumiamo che l'enunciato di Clausius non sia valido:

$\exists\ \mathcal{M}_1$ che trasferisce Q da T_1 a T_2 senza lavoro

$\Rightarrow$ Sia $\mathcal{M}_2$ una macchina che rispetti enunciato di Kelvin, assumiamo $Q_1 = Q$

$\Rightarrow \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$ dopo un ciclo non scambia calore con T_1 (perché $Q_1 = |Q|$), mentre $W = Q_1 + Q_2 = Q + Q_2 > 0$

Ovvero una macchina che contraddice l'enunciato di Kelvin

Teorema di Carnot:

i) Tutte le macchine reversibili che lavorano tra le stesse sorgenti alle temperature T1 e T2 hanno rendimento uguale

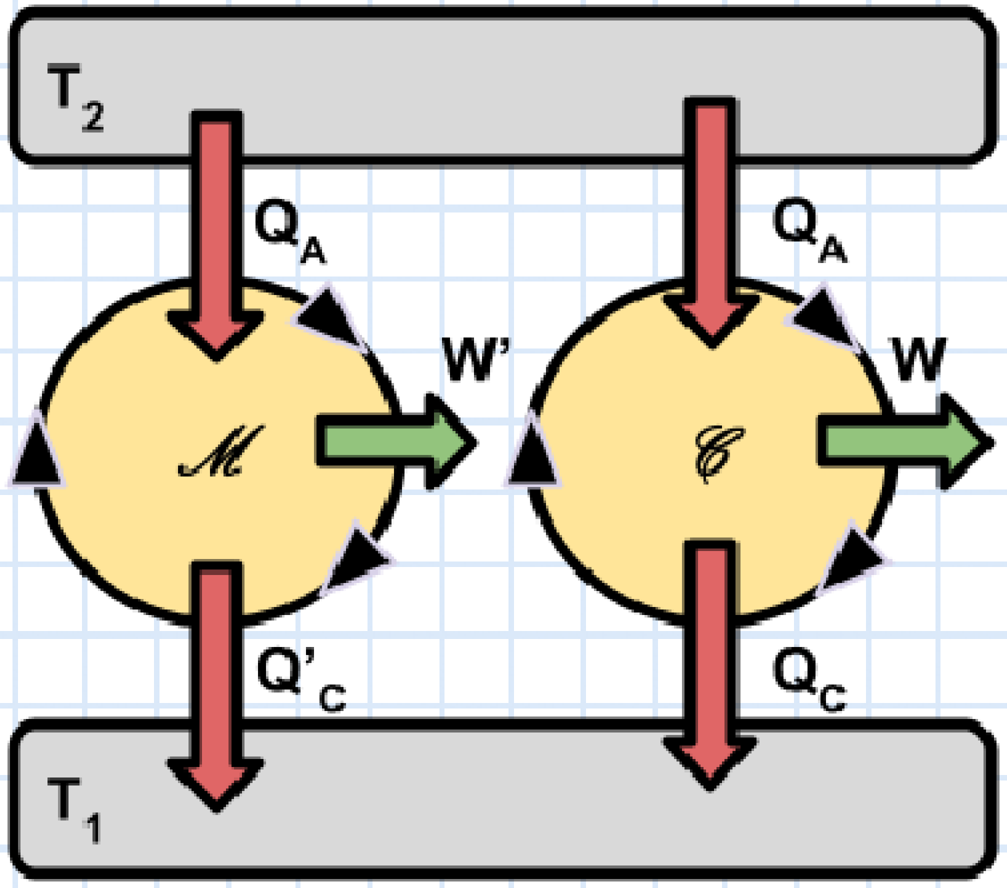
ii) Qualsiasi altra macchina che lavori tra le stesse sorgenti T1 e T2 NON può avere rendimento maggiore alla macchina di Carnot che lavora tra le stesse sorgenti:

$$\eta_{\max} = \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} \qquad (T_1 < T_2)$$

Teorema di Carnot:

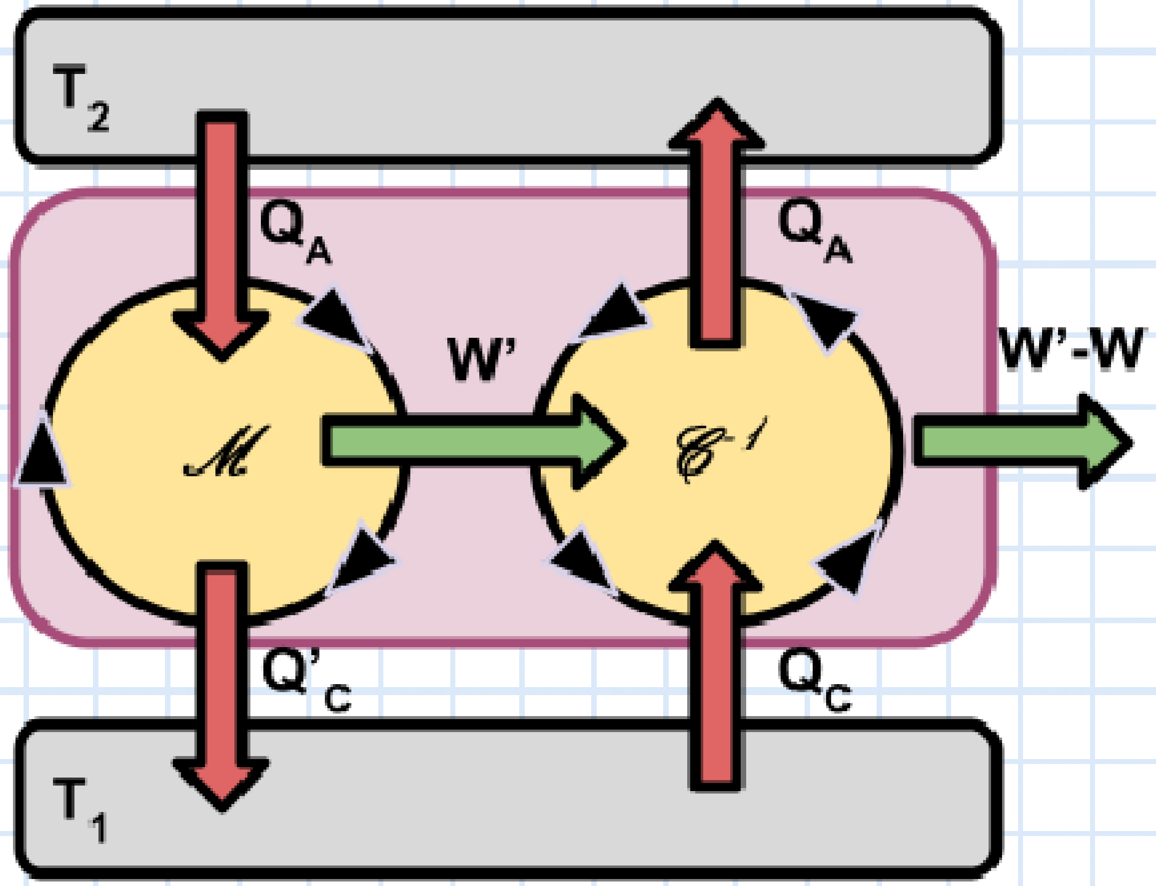
Dimostraiamo ii) per assurdo:

Assumiamo per semplicità che scambino lo stesso calore Q_A con la sorgente calda. M è una generica macchina termica



$$\eta_M = 1 - \frac{|Q'_c|}{Q_A} \quad \& \quad \eta_C = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_A}$$

$$\eta_M > \eta_C \Rightarrow W' > W \Rightarrow |Q'_c| < |Q_c|$$



Facciamo funzionare C al contrario come un frigo

Consideriamo la macchina Termica data la $M_T \mathcal{C}^{-1} \Rightarrow W_{M_T \mathcal{C}^{-1}} = W' - W > 0$

Calore assorbito: $Q_C + Q_{C'} > 0$

$\Rightarrow$ Quindi $M_T \mathcal{C}^{-1}$ è una macchina che v[iola] l'è enunciato di Kelvin poiché produce lavoro scambiando calore con una sola sorgente $(Q_{A_M} = Q_{A_\mathcal{C}}) \Rightarrow \eta_M < \eta_C$

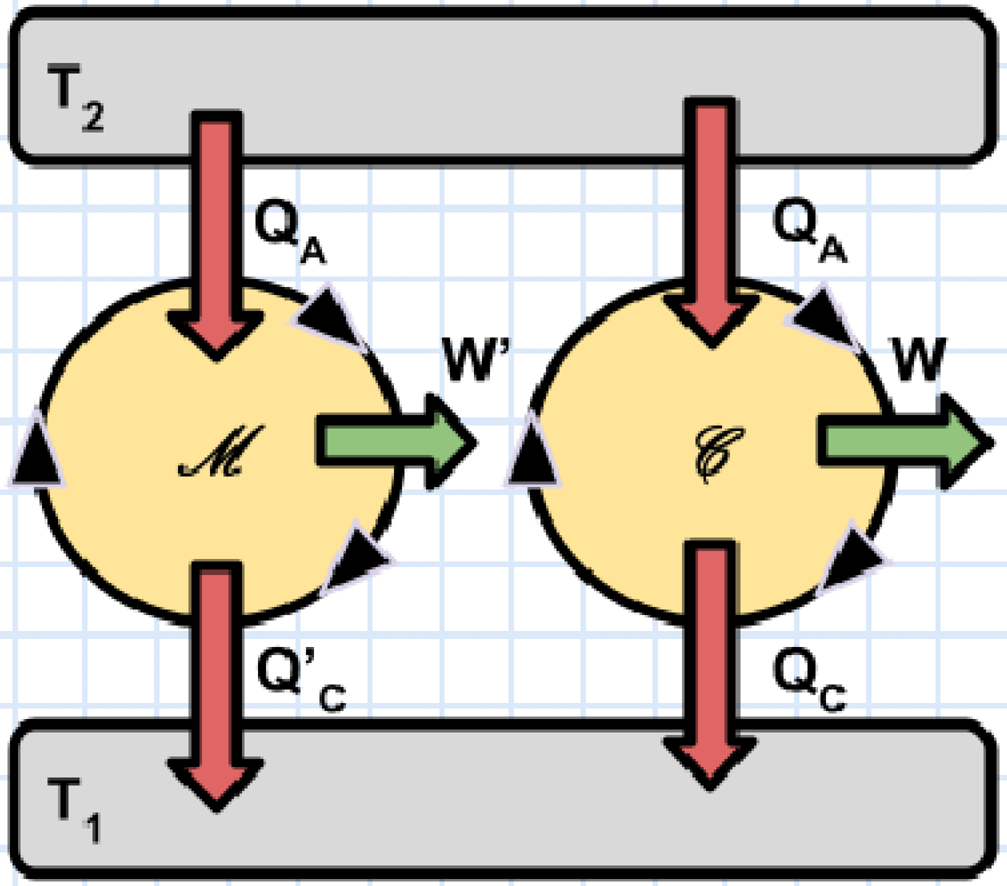
Teorema di Carnot:
Dimostraiamo i) per assurdo:

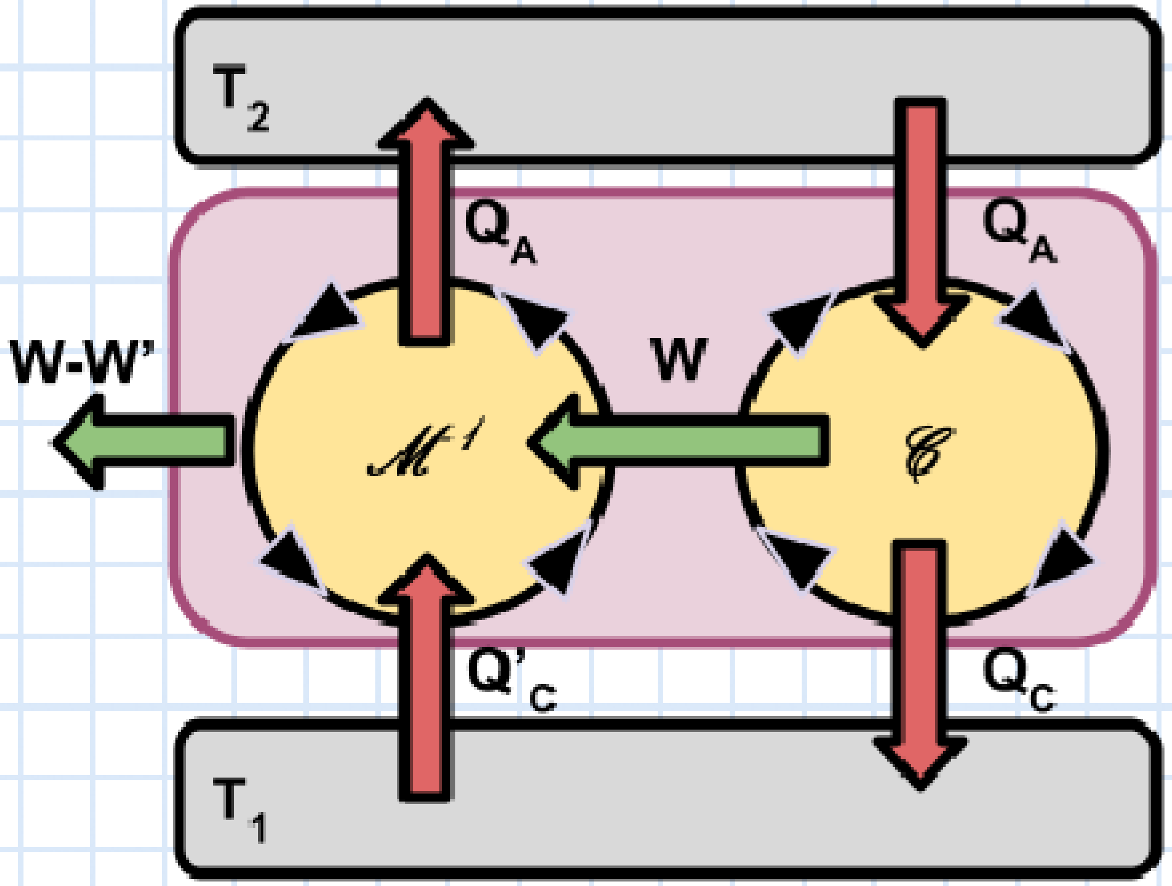
Sia quindi $\mathcal{M}$ una macchina reversibile (ovvero una macchina di Carnot)

$\Rightarrow$ Faccio funzionare $\mathcal{M}$ come un frigo $\eta_C > \eta_{\mathcal{M}}$

$\Rightarrow W > W'$ & $|Q_c| < |Q_c'|$

$\mathcal{M}^{-1} + \mathcal{C}$ viola l'enunciato di Kelvin $\Rightarrow \eta_{\mathcal{M}_R} = \eta_C$





Dal Teorema di Carnot possiamo ricavare la relazione:

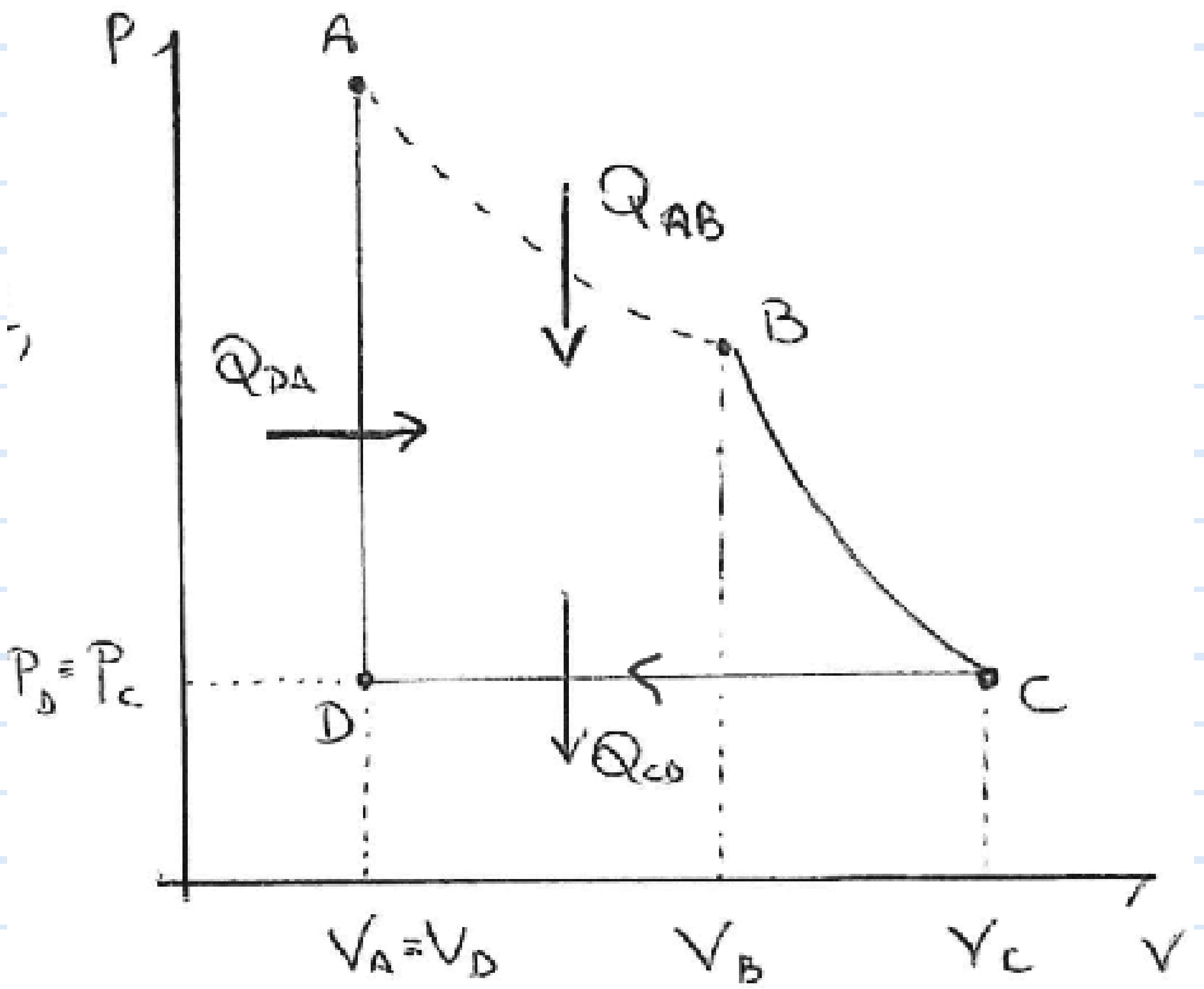
$$\eta_C \geq \eta_M \Rightarrow 1 - \frac{T_1}{T_2} \geq 1 + \frac{Q_C}{Q_A} \Rightarrow \frac{Q_C}{T_1} + \frac{Q_A}{T_2} \leq 0$$

il segno = vale solo se η_{REV}

= se esclusivamente cicli Rev.li

Esempio: Un Ciclo Irreversibile

0.2 moli di gas biatomico compiono il ciclo ABCDA, dove la trasformazione AB è un' isoterma irreversibile, mentre BC, CD e DA sono rispettivamente un' adiabatica, un'isobara ed un'isocora, reversibili. Siano: V(A)=5 l; V(B)=10 l; V(C)=15 l; T(A)=900 K; Q(AB)=860 J. i) Si determini il rendimento del ciclo; ii) ripetere il calcolo nell'ipotesi che AB sia reversibile.



i) $\eta = ?$ $\quad \eta = \frac{W}{Q_A}$

$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

• $W_{CD} = \int_{V_C}^{V_D} dV\, p = P_C (V_D - V_C)$ ISOBARA

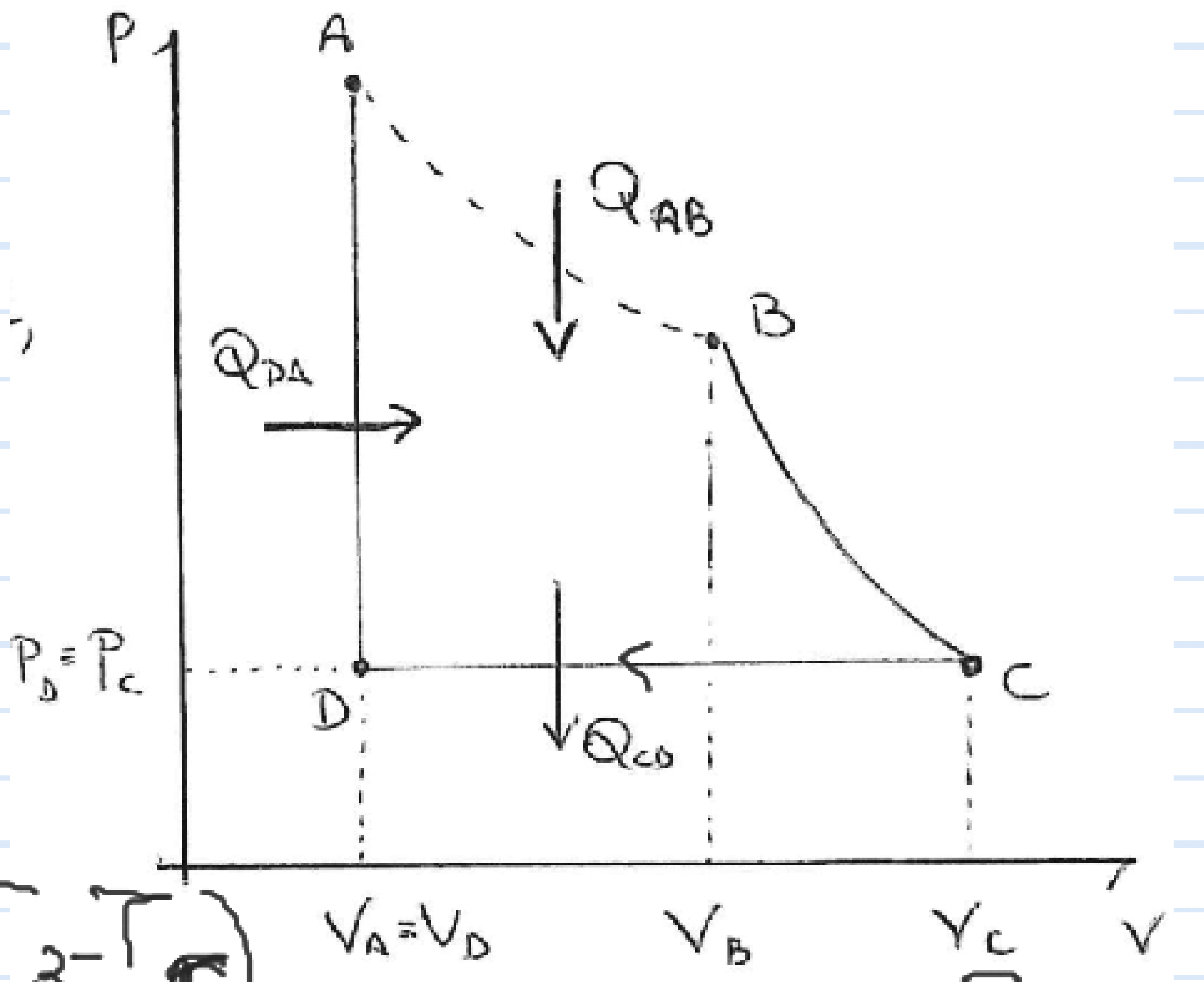
• $W_{DA} = 0$ (ISOCORA)

• $W_{AB} = Q_{AB}$ (ISOTERMA $\Delta U = 0 \Rightarrow W = Q$)

Esempio: Un Ciclo Irreversibile

$\rightarrow$ g.d.l. = 3 + 2

0.2 moli di gas biatomico compiono il ciclo ABCDA, dove la trasformazione AB è un' isoterma irreversibile, mentre BC, CD e DA sono rispettivamente un' adiabatica, un'isobara ed un'isocora, reversibili. Siano: V(A)=5 l; V(B)=10 l; V(C)=15 l; T(A)=900 K; Q(AB)=860 J. i) Si determini il rendimento del ciclo; ii) ripetere il calcolo nell'ipotesi che AB sia reversibile. (ADIABATICA)



$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -m c_v (T_C - T_B) = m c_v (T_B - T_C)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5} \qquad c_p \rightarrow \frac{7}{2}R \qquad c_v \rightarrow \frac{5}{2}R$$

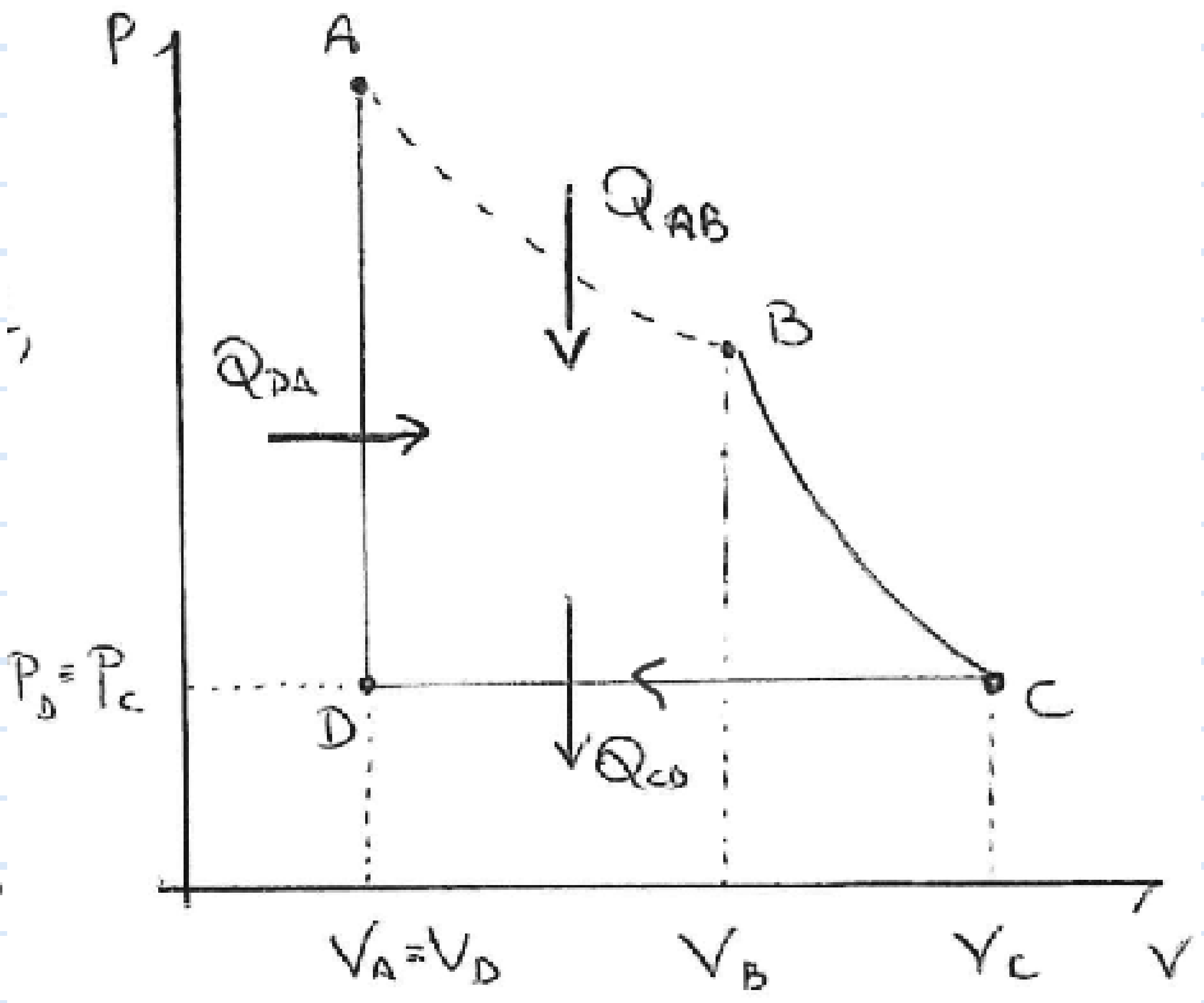
$\rightarrow T_B = T_A$ (poiché AB isoterma)

$$\rightarrow T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \Rightarrow T_C = \overset{T_A}{\overset{\shortparallel}{T_B}} \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = 765{,}3\,K$$

$$\rightarrow P_C V_C = m R T_C \Rightarrow P_C = \frac{m R T_C}{V_C} = 0{,}848 \cdot 10^5\ Pa$$

Esempio: Un Ciclo Irreversibile

$$W = 860\,J + 559{,}9\,J - 848{,}4\,J =$$
$$= 571{,}5\,J$$



$$Q_A = Q_{AB} + Q_{DA} = Q_{AB} + m \overset{5{,}2R}{c_V} (T_A - T_D)$$

$$P_D V_D = m R T_D \Rightarrow T_D = \underset{P_C}{\underset{\parallel}{P_D}} V_D / mR = 255\,K$$

$$Q_A = 860\,J + 2681{,}3\,J = 3541{,}3\,J$$

$$\eta = \frac{W}{|Q_A|} = \frac{541{,}5\,J}{3541{,}3\,J} = 0{,}161$$

Esempio: Un Ciclo Irreversibile

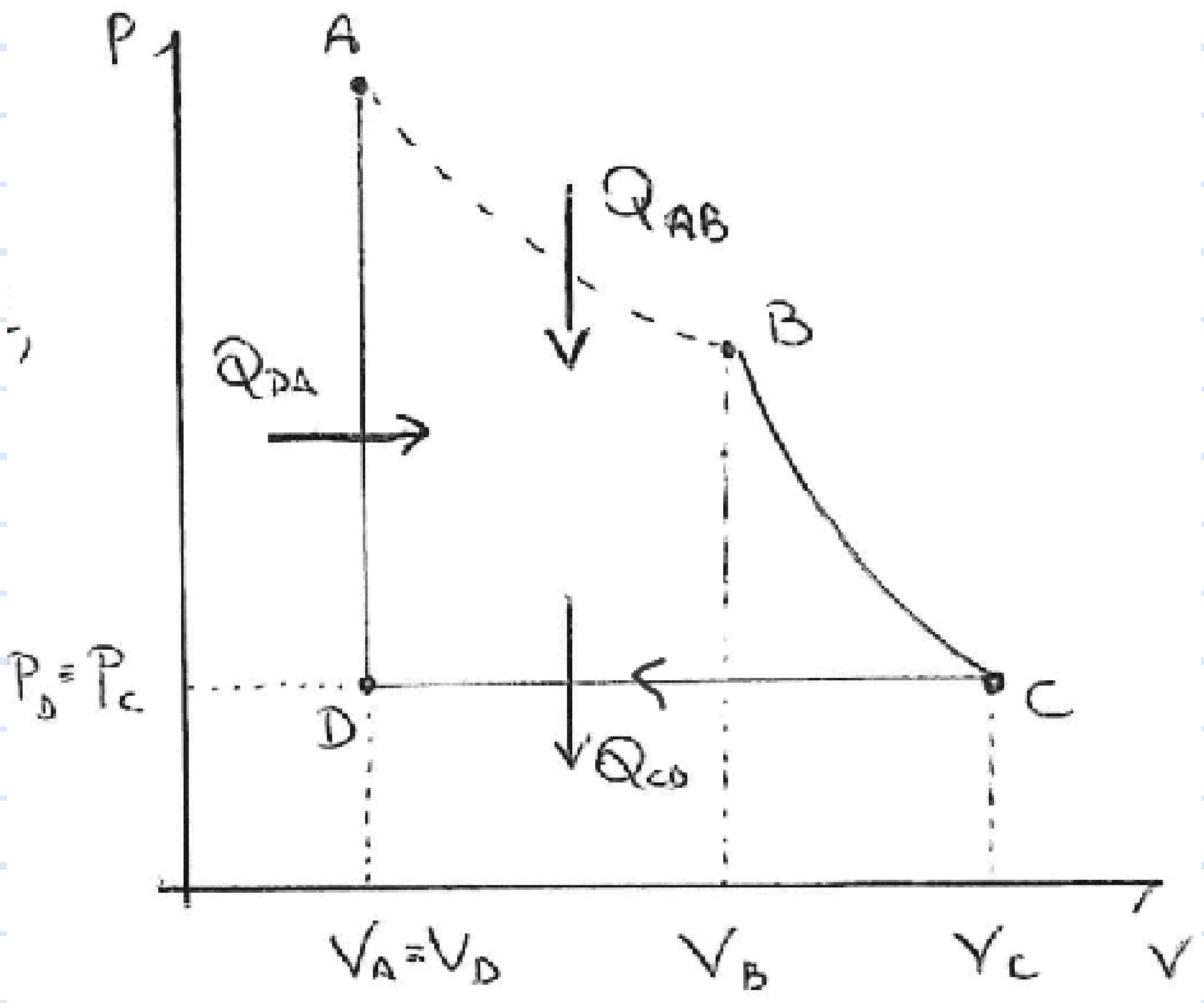
ii) ripetere il calcolo nell'ipotesi che AB sia reversibile.

$$W_{AB} = Q_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} dV\, p \overset{nRT/V}{=} nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} =$$

$$= 1037,3\,J$$

$$W_R = 748,8\,J \qquad Q_{A_R} = 3718,6\,J$$

$$\eta_R = \frac{W_R}{Q_{A_R}} = 0,201 > \eta$$



Secondo principio della termodinamica

RECAP

- Enunciato di Kelvin:

E' impossibile realizzare un processo che abbia come UNICO risultato la trasfomarzione in lavoro del calore fornito da una sorgente a temperatura uniforme.

-Enunciato di Clausius:

E' impossibile realizzare una trasformazione il cui UNICO risultato sai il passaggio di calore (positivo) da un corpo freddo ad uno più caldo.

Teorema di Carnot:

i) Tutte le macchine reversibili che lavorano tra le stesse sorgenti alle temperature T1 e T2 hanno rendimento uguale

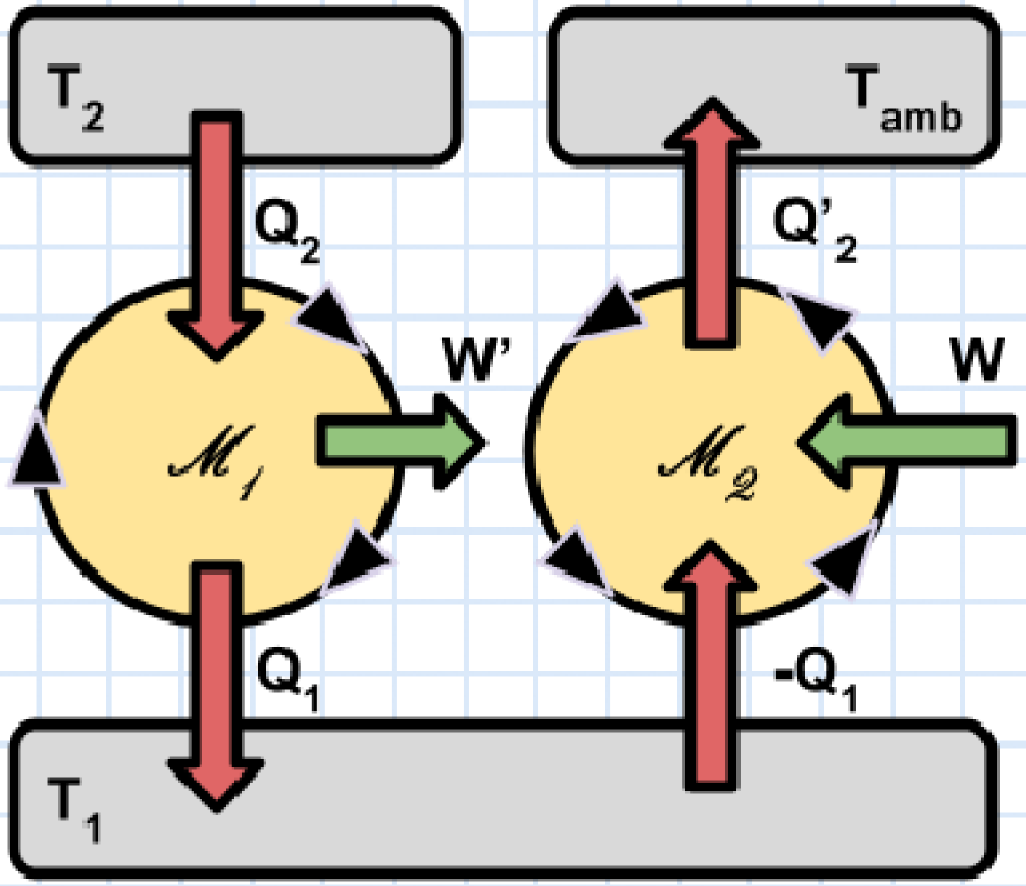
ii) Qualsiasi altra macchina che lavori tra le stesse sorgenti T1 e T2 NON può avere rendimento maggiore alla macchina di Carnot che lavora tra le stesse sorgenti:

$$\eta_{\mathcal{M}} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2} \leq \eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$$

Esempio: Motore Impossibile

Un inventore afferma di aver sviluppato una macchina termica che realizza un rendimento del 75% lavorando tra il punto di ebollizione e quello di congelamento dell'acqua. È possibile?

$$\eta_{MAX} = \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0{,}268 \ll 0{,}75$$



VERIFICA 4

Vorreste migliorare l'efficienza di un frigorifero ideale. Avete la possibilità di (a) mantenere il compartimento freddo a una temperatura leggermente più alta, (b) mantenerlo a temperatura leggermente più bassa, (c) portare il frigorifero in un locale un po' più caldo oppure (d) portarlo in un locale poco più freddo. In tutti e quattro i casi il salto di temperatura rimane invariato. Ordinate i casi secondo i valori decrescenti di efficienza che vi attendete.

$$\xi = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \qquad T_1 < T_2 \qquad \xi_C = \frac{T_1}{T_2 + \Delta T - T_1}$$

a) $T_f = T_1 + \Delta T \Rightarrow \xi_A = \dfrac{T_1 + \Delta T}{T_2 - T_1 - \Delta T}$

$$\xi_D = \frac{T_1}{T_2 - \Delta T - T_1}$$

b) $T_f = T_1 - \Delta T \Rightarrow \xi_B = \dfrac{T_1 - \Delta T}{T_2 - T_1 + \Delta T}$

c) $T_C = T_2 + \Delta T$ d) $T_C = T_2 - \Delta T$

$$\xi_A > \xi_D > \xi_C > \xi_B$$