PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2020/2021

14 gennaio 2022

Nome e Cognome:	
gruppo:	Gruppo A
esercizio:	Esercizio 3 - 3 esercizi
intervallo di tempo a disposizione:	60 minuti

Note: Scrivere le risposte su un singolo foglio bianco usando penna nera. Non scrivere con inchiostro blu o a matita. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Dichiaro che le risposte a questo esercizio sono frutto del mio e solo del mio lavoro e che non mi sono consultato con altri.

Soluzione

PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA – A.A. 2020/2021
14 gennaio 2022

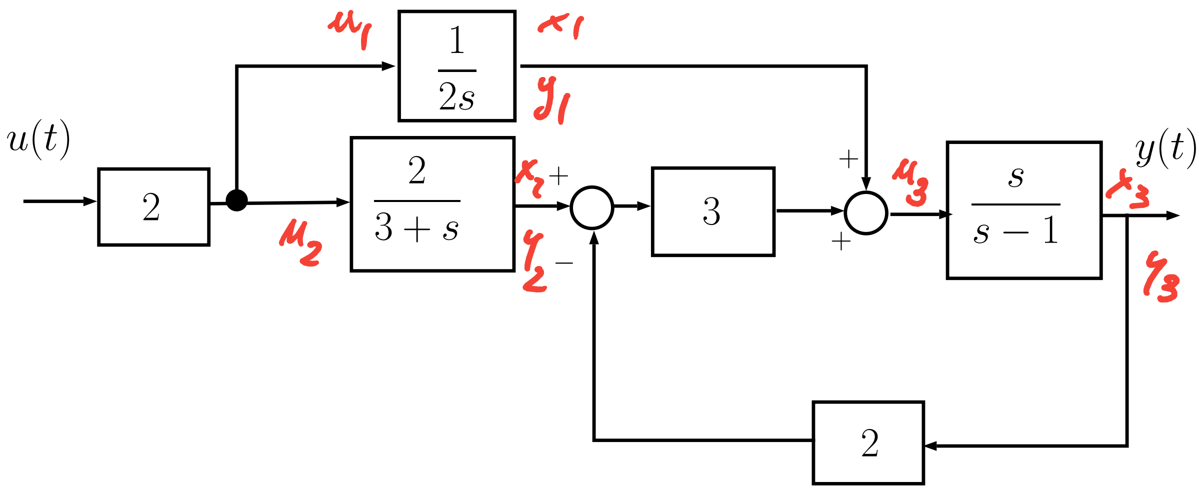
Nome e Cognome:

gruppo: Gruppo A

esercizio: Esercizio 3 – 3 esercizi

intervallo di tempo a disposizione: 60 minuti

Domanda 3.1.
Si faccia riferimento allo schema a blocchi in figura:



Determinare una realizzazione in equazioni di stato per il sistema.

$$u_1 \to \boxed{\frac{1}{2s}} \to x_1,\ y_1 \qquad \begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{2} u_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases}$$

$$u_2 \to \boxed{\frac{2}{3+s}} \to x_2,\ y_2 \qquad \begin{cases} \dot{x}_2 = -3x_2 + 2u \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

$$u_3 \to \boxed{\frac{s}{s-1}} \to x_3,\ y_3$$

$$\frac{s}{s-1} = \frac{s-1}{s-1} + \frac{1}{s-1} = 1 + \frac{1}{s-1}$$

$$= d + \frac{cb}{s-a}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_3 + u_3 \\ y_3 = x_3 + u_3 \end{cases}$$

Ec. conexiune :

$$u_1 = 2u$$

$$u_2 = 2u$$

$$u_3 = y_1 + 3(y_2 - 2y_3)$$

$$y = y_3$$

In definitiv:

$$u_1 = 2u$$
$$u_2 = 2u$$
$$u_3 = y_1 + 3(y_2 - 2y_3)$$
$$y = y_3$$

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} u_1$$
$$y_1 = x_1$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2 + 2u_2$$
$$y_2 = x_2$$

$$\dot{x}_3 = x_3 + u_3$$
$$y_3 = x_3 + u_3$$

$$u_3 = x_1 + 3x_2 - 6(x_3 + u_3)$$
$$-6x_3 - 6u_3$$
$$7u_3 = x_1 + 3x_2 - 6x_3$$
$$u_3 = \frac{1}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 - \frac{6}{7}x_3$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{2} \cdot 2u \\ \dot{x}_2 = -3x_2 + 2 \cdot 2u \\ \dot{x}_3 = x_3 + \frac{1}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 - \frac{6}{7}x_3 \\ y = \frac{1}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 + \frac{1}{7}x_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = u \\ \dot{x}_2 = -3x_2 + 4u \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 + \frac{1}{7}x_3 \\ y = \frac{1}{7}x_1 + \frac{3}{7}x_2 + \frac{1}{7}x_3 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1/7 & 3/7 & 1/7 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA – A.A. 2020/2021 14 gennaio 2022	
Nome e Cognome:	
gruppo:	Gruppo A
esercizio:	Esercizio 3 – 3 esercizi
intervallo di tempo a disposizione:	60 minuti

Domanda 3.2.
Si consideri il seguente **diagramma asintotico di Bode** della risposta in frequenza di un sistema dinamico a tempo continuo, con funzione di trasferimento $G(s)$:

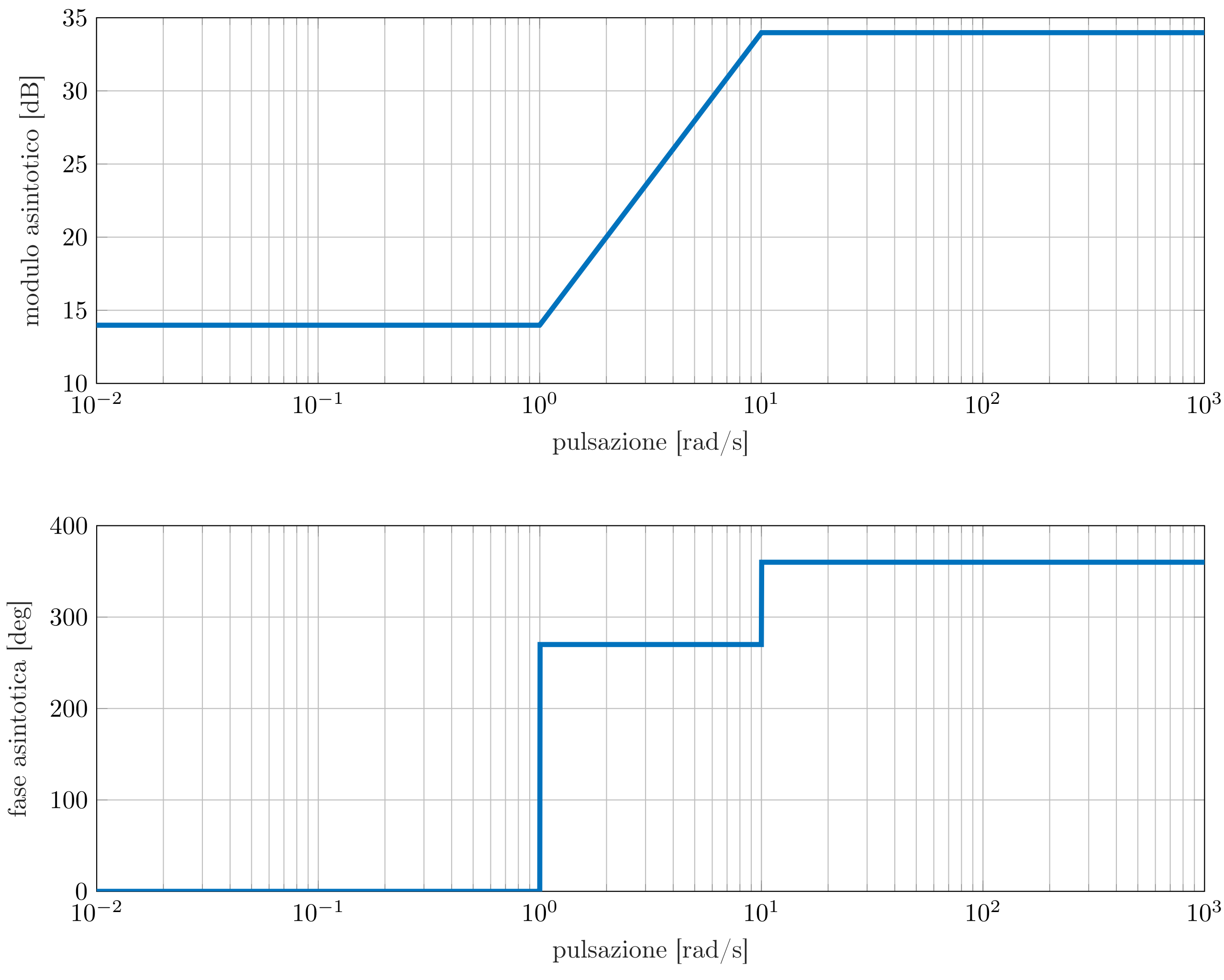


Figura 1: Diagramma di Bode asintotico della risposta in frequenza $G(j\,\omega)$ di un sistema LTI a tempo continuo.

Nome e Cognome:

gruppo: Gruppo A

esercizio: Esercizio 3 – 3 esercizi

intervallo di tempo a disposizione: 60 minuti

Analizzando il diagramma di Bode di Fig **??** di pag. **??**, rispondere alle domande seguenti, **motivando le risposte**:

(a) la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema possiede un polo in $s = 0$?

(b) la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema possiede più poli che zeri?

(c) quanto vale il guadagno statico di $G(s)$?

(d) É applicabile il criterio di Bode? Motivare la risposta.

(e) all'aumentare della pulsazione [per $\omega \to \infty$] il sistema ha risposta in frequenza tale per cui l' ampiezza dell'uscita a regime sinusoidale risulta sempre maggiore dell'ampiezza dell'ingresso sinusoidale oppure no? Quanto vale l'amplificazione per $\omega \to 0$? E per $\omega \to \infty$?

(f) quanti sono i poli a parte reale negativa? E quanti i poli a parte reale positiva? Quanti sono gli zeri a parte reale negativa? E gli zeri a parte reale positiva?

Rispondere ai quesiti appena elencati riportando l'etichetta corrispondente a ciascuna domanda prima della corrispondente risposta:

Risposta 3.2(a) il testo della risposta alla domanda 3.2(a)

Risposta 3.2(b) il testo della risposta alla domanda successiva 3.2(b)

Risposta 3.2(c) ecc.

3.2 (a) NO 1° tratto orizzontale!

(b) NO ultimo tratto orizzontale!

(c) $\mu_G \simeq 15\,dB$ (un po' meno)

(d) NO il diagramma del modulo non interseca la linea a 0 dB

(sempre > 0 dB!)

ci sono anche poli con Re > 0 !

(e) per $\omega << 1$ amplif. "costante" $\lesssim 15\,dB$

per $\omega >> 10$ idem $\lesssim 35\,dB$

(f) per $\omega = 1$ $\Delta\varphi = +270°$ ma pendenza

del modulo si incrementa SOLO

di +20 dB/dec.

NON possono essere 3 zeri → 2 zeri LHP

$z_2 = -1$

$p_1 = +1$

1 polo RHP !

per $\omega = 10$ dec. modulo: ΔM −20 dB/dec.

$\Delta\varphi$ +90 → polo RHP

quindi 2 zeri LHP $z_2 = -1$

2 poli RHP $p_1 = +1$

$p_2 = +10$

$$G(s) = 5 \frac{(s+1)^2}{(1-s)\left(1-\frac{s}{10}\right)}$$

Nome e Cognome:

gruppo: Gruppo A

esercizio: Esercizio 3 – 3 esercizi

intervallo di tempo a disposizione: 60 minuti

Domanda 3.3. Si consideri il sistema LTI **a tempo continuo** descritto dalle equazioni di stato

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= 0.1x_1(t) + 0.2\,x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \mathbb{K}\,x_1(t) + 0.1\,x_2(t) \qquad\qquad \mathbb{K} \in \mathbb{R} \\ y(t) &= x_1(t) - 0.1\,x_2(t) \end{cases}$$

Analizzare la stabilità del sistema al variare del parametro $\mathbb{K}$, individuando, se possibile, i valori del parametro $\mathbb{K}$ per i quali il sistema è instabile, semplicemente stabile, asintoticamente stabile.

$\boxed{\text{Sol } 3.3}$

Matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ k & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$$

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \left(\lambda - \frac{1}{10}\right) & -\frac{1}{5} \\ -k & \left(\lambda - \frac{1}{10}\right) \end{vmatrix}$$

$$= \lambda^2 - \frac{1}{5}\lambda + \frac{1}{100} - \frac{k}{5}$$

Tab. Routh:

$$\begin{array}{c|cc} 2 & +1 & \frac{1}{100} - \frac{k}{5} \\ 1 & -\frac{1}{5} & \\ 0 & \frac{1}{100} - \frac{k}{5} & \end{array}$$

$\forall K$ 1v

instabile $\forall K$ //

$$1 - 20K \geq 0 \qquad K \leq \frac{1}{20}$$