Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche
Corso di Fisica AA 2021/2022

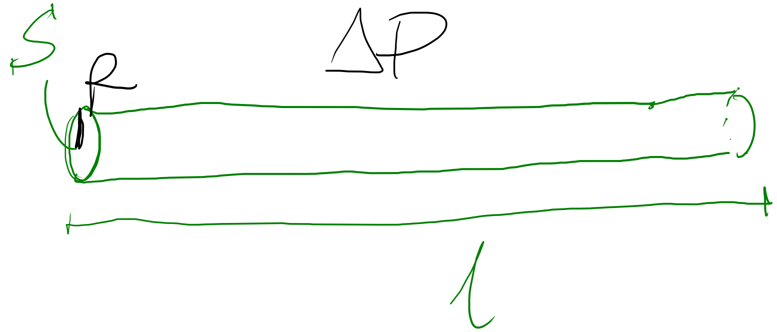
Esercitazione 10
FLUIDI REALI

Stefania Baronio
stefania.baronio@phd.units.it

#1 Il viscosimetro

Attraverso il tubicino capillare di un viscosimetro, tenuto, con l'impiego di un termostato, costantemente alla temperatura di 37°C, un volume di acqua fluisce, sotto una data differenza di pressione, in 115 s, mentre un egual volume di sangue fluisce, sotto la stessa differenza di pressione, in 340 s. Considerando la viscosità dell'acqua a 37°C pari a 0,70 cP, si determini la viscosità del sangue alla medesima temperatura.

$$\boxed{Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta P}{\ell}}$$



$\eta_A = 0.70\ cP$, $\eta_S = ?$

$V_A = V_S$

$t_A = 115\ s$, $t_S = 340\ s$

$$Q = \frac{V}{t} \rightarrow \begin{cases} V_A = Q \cdot t_A \overset{!}{=} \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{\ell} \cdot t_A \\ V_A = V_S \end{cases}$$

$$\underbrace{\frac{\cancel{\pi R^4}}{\cancel{8}\eta_A} \cdot \frac{\cancel{\Delta P}}{\cancel{\ell}} \cdot t_A = \frac{\cancel{\pi R^4}}{\cancel{8}\eta_S} \cdot \frac{\cancel{\Delta P}}{\cancel{\ell}} t_S}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{t_A}{\eta_A} = \frac{t_S}{\eta_S} \quad \Rightarrow \quad \eta_S = \frac{\eta_A}{t_A} \cdot t_S$$

$$= 0.70\,\text{cP} \cdot \frac{340\,\cancel{s}}{115\,\cancel{s}}$$

$$= 2.07\ \text{cP}$$

#2 Circolazione sanguigna – scritto 07.09.2021

In un modello semplificato della circolazione sanguigna, la prima parte della circolazione sistemica (o grande circolazione) è rappresentata da un unico vaso (l'aorta), di raggio R_A=1.0 cm, che progressivamente si suddivide in un letto vascolare costituito da N_C=5.0 $\cdot 10^9$ capillari, ciascuno di raggio R_C=4.0 $\cdot 10^{-4}$ cm. Si assume inoltre la portata della circolazione sanguigna pari a Q=5.0 l/min, e che il sangue sia un fluido newtoniano di viscosità η. Basandosi su questo modello:

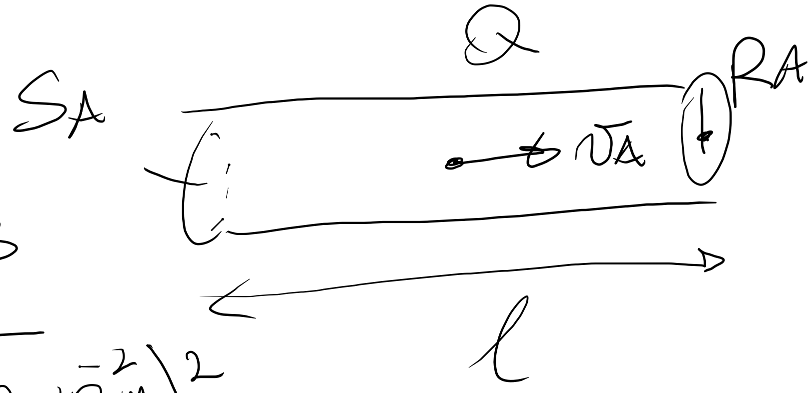
a) Si calcoli la velocità media v_A del sangue nell'aorta;
b) Si calcoli la velocità media v_C del sangue nei capillari;
c) Assumendo nell'aorta una caduta di pressione Δp_A=1.0 Pa per un tratto di lunghezza l_A=1.0 cm, si calcoli la viscosità η del sangue;
d) Utilizzando il valore di η trovato nel punto precedente, si valuti la caduta di pressione Δp_C per un tratto di capillare di lunghezza l_C=1.0 mm.

a) $Q = S_A \cdot v_A$

$S_A = \pi R_A^2$

$$\Rightarrow v_A = \frac{Q}{\pi R_A^2} = \frac{5.0 \cdot 10^{-3}\, m^3}{60\, s \cdot \pi \cdot (1.0 \cdot 10^{-2}\, m)^2}$$

$$= \frac{5.0 \cdot 10^{-3}\, m^3}{60\, s\, \pi\, 10^{-4}\, m^2} = 27\ cm/s$$



$V = S_A \cdot l$

$v = l/t$

b) $\underline{Q} = S_A \cdot v_A = \underline{N_C \cdot S_C \cdot v_C}$

$$\Rightarrow \boxed{v_C = \frac{Q}{N_C \underbrace{\pi R_C^2}_{S_C}}} = \frac{\cancel{5.0} \cdot \cancel{10^{-3}}\ \cancel{m^3}}{\cancel{5.0} \cdot \cancel{10^{9}} \cdot \pi \cdot 16 \cdot \cancel{10^{-12}}^{\,3}\ \cancel{m^2} \cdot 60\, s}$$

$$= \frac{1}{60 \cdot \pi \cdot 16} \frac{m}{s} = \boxed{0.33\ mm/s}$$

c) $$Q = \frac{\pi R_A^4}{8\eta} \frac{\Delta P_A}{l_A} \Rightarrow \eta = \frac{\pi R_A^4}{8Q} \frac{\Delta P_A}{l_A}$$

$$= \frac{\pi \cdot (10^{-2}\ \cancel{m})^4\ 60\, s \cdot 1\, Pa}{8 \cdot 5.0 \cdot 10^{-3}\ \cancel{m^3} \cdot 10^{-2}\ \cancel{m}}$$

$$= \frac{\pi \cdot 10^{-8} \cdot 60}{8 \cdot 5.0 \cdot \cancel{10^{-5}}}\ Pa \cdot s = 4.7 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s$$

d) $\Delta p_C = ?$

$l_C = 1.0$ mm

$$\boxed{\Delta p_C = \frac{Q}{N_C}\,\frac{8 l_C\,\eta}{\pi R_C^4}}$$

portata del capillare

$$= \frac{\cancel{Q}}{N_C}\,\frac{\cancel{8} l_C}{\cancel{\pi} R_C^4}\cdot\left(\frac{\cancel{\pi} R_A^4\,\Delta p_A}{\cancel{8} l_A \cancel{Q}}\right)$$

$$= \frac{1}{N_C}\,\frac{l_C}{l_A}\cdot\left(\frac{R_A}{R_C}\right)^4 \Delta p_A$$

$$\simeq 780 \text{ Pa}$$

#3 L'iniezione

Una siringa contenente acqua ha un pistone di sezione 2 cm^2 e un ago di raggio 0.1 mm, lungo 5 cm. Al pistone viene applicata una forza pari a 8 N. Determinare:

a) La pressione assoluta all'interno della siringa;

b) Quanto varrebbe la velocità di fuoriuscita del liquido (trascurando la velocità del pistone e quindi del liquido nella siringa rispetto alla velocità di fuoriuscita del liquido dall'ago), nell'ipotesi che il liquido fosse ideale?

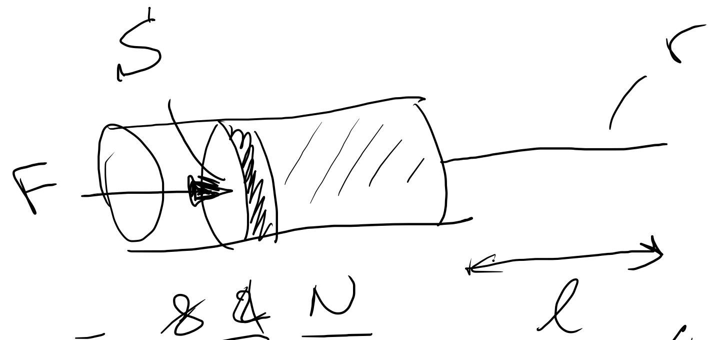
c) Se invece il liquido non è ideale ma ha viscosità 10^{-3}Pa s, quanto valgono in questo caso la portata dell'ago e la velocità del liquido nell'ago?

d) Il moto sarà di tipo laminare o dovrebbe essere trattato come moto turbolento? (si supponga N_R=1000)

$S = 2\ cm^2$

$l = 5\ cm$

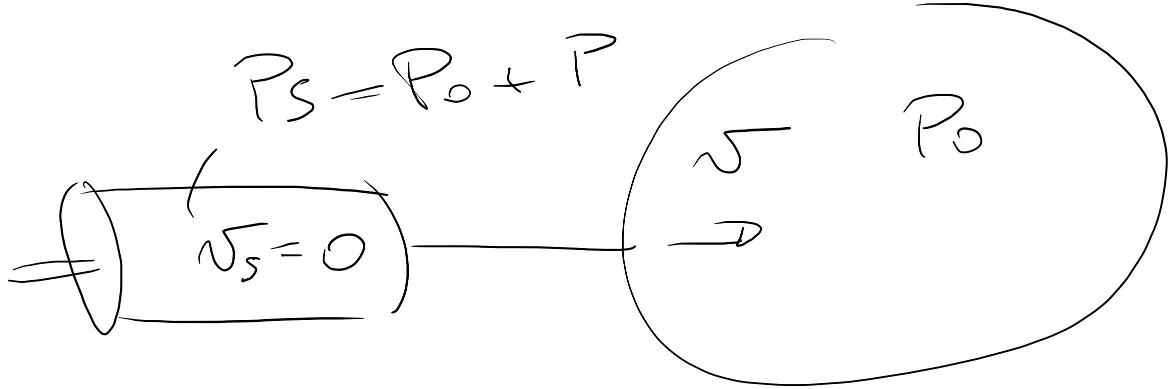
$r = 0.1\ mm$



$F = 8N \longrightarrow P = F/S = \frac{8N}{(2\cdot 10^{-4})m^2} = \frac{\cancel{8}\,4}{\cancel{2}\cdot 10^{-4}}\frac{N}{m^2} = 4\cdot 10^4\ Pa$

a) $P_s = P_0 + P = P_0 + \frac{F}{S} = (1.013\cdot 10^5 + 4\cdot 10^4)\ Pa = 1.41\cdot 10^5\ Pa$

b) $\boxed{P_s = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2}$



$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(P_s - P_0)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$$

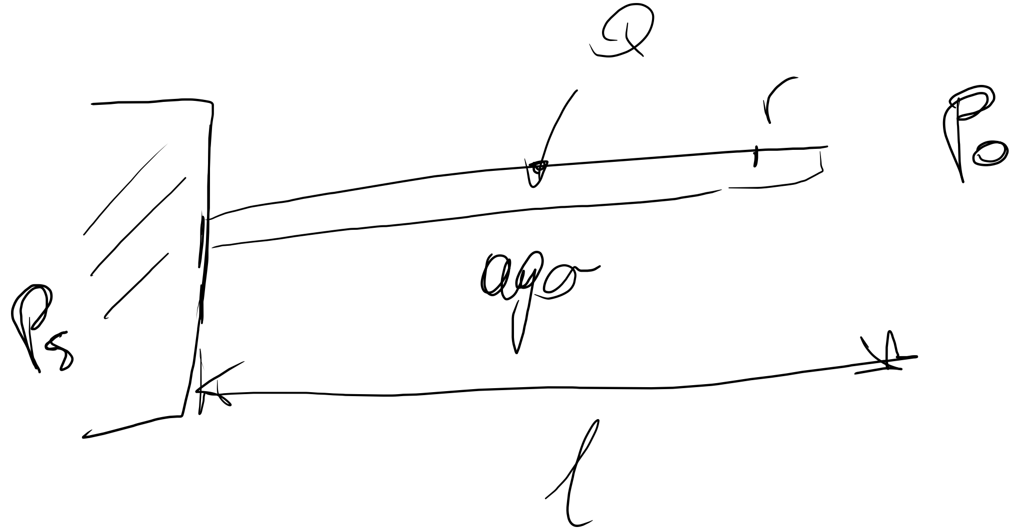
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot \cancel{10^4}\, Pa\, m^3}{\cancel{10^3}\, kg}} = \sqrt{80\, \cancel{kg} \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{\cancel{m^2}} \cdot \frac{m^3}{\cancel{kg}}}$$

$$= 8.9\ m/s$$

c) $\eta = 10^{-3}\ Pa \cdot s$

$Q_A = ?$ $\quad v_A = ?$

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{l}$$



$$\Rightarrow Q = \frac{\pi \cdot (10^{-4}\, m)^4 \cdot P}{8 \cdot 10^{-3}\, Pa \cdot s \cdot 5 \cdot 10^{-2}\, m}$$

$$= 3.1\ 10^{-2}\ cm^3/s$$

$$= 0.031\ cm^3/s$$

$P_s = P + P_0$

$\Delta P = P_s - P_0 = P$

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{0.031\ cm^3}{\pi \cdot 10^{-4}\ s\ \cancel{cm^2}} \simeq 1\ m/s$$

d) $N_R = 1000$

$v = 1\ m/s$

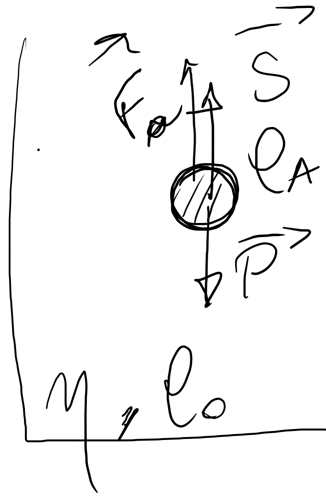
$$v_c = \frac{N_R \cdot \eta}{r \cdot \rho} = \frac{\cancel{10^3} \cdot \cancel{10^{-3}}\ Pa \cdot s\ m^{\cancel{3}\,2}}{10^{-4}\ \cancel{m} \cdot \cancel{10^3}\ kg}$$

$$= \frac{10\ \frac{\cancel{kg}}{\cancel{m} \cdot s} \cdot m^{\cancel{2}}}{\cancel{kg}} = 10\ \frac{m}{s}$$

$v < v_c \Rightarrow$ LAMINARE!

#4 Misuriamo

Una sferetta di acciaio (densità 7.87 g/cm^3) , avente il diametro di 1.0 mm, si fa cadere in un olio minerale (densità 0.93 g/cm^3) e si osserva che, in condizioni di regime stazionario, la sferetta discende di 10 cm in 20.2 s.
Se si assume che le condizioni siano tali da potersi ritenere valida la legge di Stokes, qual è il valore che si determina per la viscosità dell’olio?



$$\vec{f}_a = -6\pi\eta r\vec{v}$$

$$\sum \vec{F} = 0 \quad , \quad v_{sed} = \frac{\Delta x}{\Delta t} =$$

$$f_a + S - P = 0$$

$$\Rightarrow 6\pi\eta r v_{sed} + V\cdot\rho_o\cdot g - V\cdot\rho_A\cdot g = 0$$

$$\eta = \frac{Vg(\rho_A - \rho_o)}{6\pi r v_{sed}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot g \cdot (\rho_A - \rho_o)\Delta t}{6\pi \, d/2 \cdot \Delta x}$$

$$\eta = \frac{(\rho_A - \rho_o)\, g\, \cancel{4}\,\cancel{\pi}\, \cancel{d^{3}}^{\,2}\, \Delta t\, \cancel{2}}{6\cancel{\pi}\, \cancel{d}\, \Delta x\, \cancel{8}_{\cancel{2}} \cdot 3}$$

$$= \frac{\Delta\rho\, g\, d^2\, \Delta t}{18 \cdot \Delta x}$$

$$= \frac{(7.87 - 0.93) \cdot 10^{3} \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot 9.81 \frac{\cancel{m}}{\cancel{s^2}} \cdot 10^{-6}\, \cancel{m^2} \cdot 20.2\, \cancel{s}}{18 \cdot 0.1\, \cancel{m}}$$

$$= 0.76 \frac{kg}{m \cdot s} = 0.76\, Pa \cdot s$$

#5 Pianta acquatica

Una pianta acquatica si innalza di 30 cm sulla superficie dell’acqua. Qual è il raggio massimo che i vasi capillari della pianta devono avere perché possa ritenersi che essa sia alimentata per sola capillarità? Si assuma che l’angolo di contatto sia uguale a zero e si assegni alla linfa la stessa densità e tensione superficiale dell’acqua (η=0.070 N/m).

Soluzioni

#1 Il viscosimetro
2.07 cP

#2 Circolazione sanguigna
a) 26 cm/s
b) 0.33 mm/s
c) $4.7 \cdot 10^{-3}$ Pa.s
d) 780 Pa

#3 L'iniezione
a) $1.41 \cdot 10^{5}$ Pa
b) 8.9 m/s
c) 0.031 cm^3/s, 1m/s
d) È ancora laminare

#4 Misuriamo
7.63 P

#5 Pianta acquatica
0.48 µm