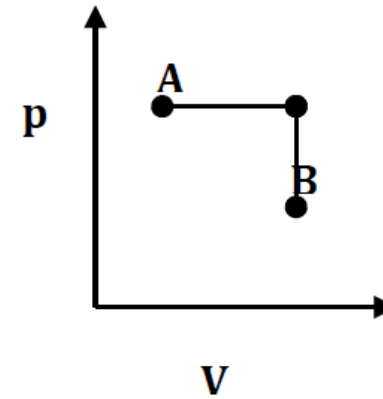
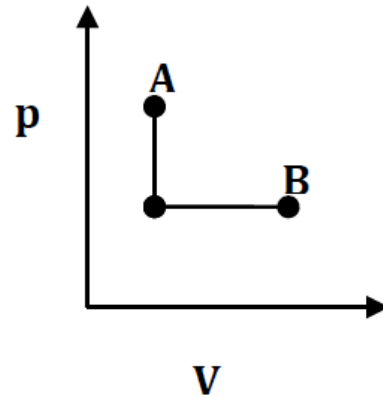
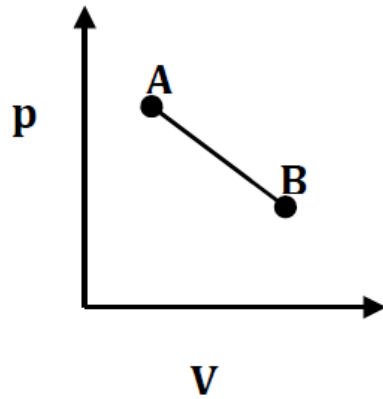


Esercizio 1

In un recipiente adiabatico una massa $m_1=0.01$ kg di ghiaccio alla temperatura $T_1 = -5$ °C viene immersa in una massa $m_2=0.1$ kg di acqua a temperatura $T_2 = 20$ °C. Il calore specifico dell'acqua è $c=4186.8$ J/kg K, quello del ghiaccio $c/2$; il calore latente di fusione del ghiaccio è $\lambda=3.3 \cdot 10^5$ J/kg. Calcolare la temperatura di equilibrio T_e .

Esercizio 2

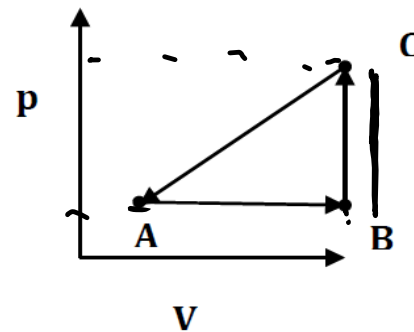
Un campione di gas passa dallo stato iniziale caratterizzato dal volume $V_A = 1 \text{ m}^3$ e la pressione $p_A = 40 \text{ Pa}$ allo stato finale con volume $V_B = 4 \text{ m}^3$ e $p_B = 10 \text{ Pa}$. Calcolare il lavoro fatto dal gas per le tre diverse trasformazioni in figura.



Esercizio 3

Una mole di gas perfetto monoatomico subisce la trasformazione ciclica mostrata in figura. Calcolare per il ciclo:

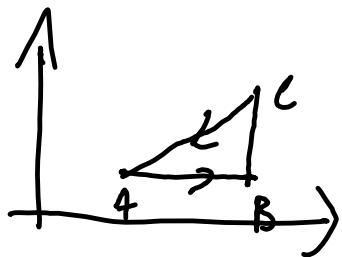
1. il lavoro totale fatto dal gas sull'ambiente;
2. il calore scambiato nei singoli tratti;
3. la variazione di energia interna nei singoli tratti. $\Leftarrow$



$$\underline{V_A = 1 \text{ m}^3} ; \underline{V_B = 3 \text{ m}^3} ; \underline{p_A = 20 \text{ Pa}} ; \underline{p_C = 40 \text{ Pa}} ; R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$W = - \frac{(p_C - p_A)(V_B - V_A)}{2} = - \frac{(40 - 20)(3 - 1)}{2} = -20 \text{ J}$$

$$Q_{AB} ; Q_{BC} ; Q_{CA}$$



$$P \Delta V = n R (\Delta T) \Rightarrow \Delta T = \frac{P \Delta V}{n R}$$

$$Q_{AB} = \underline{n c_p (T_B - T_A)} = \cancel{n} \cdot \frac{5}{2} \cancel{R} \cdot P_A \frac{(V_B - V_A)}{\cancel{n R}} = \frac{5}{2} \cdot 20 \cdot \cancel{(3 \cdot 11)} =$$

$$Q_{AB} = 100 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = n c_v (T_C - T_B)$$

$$Q_{BC} = \cancel{n} \cdot \frac{3}{2} \cancel{R} V_B \frac{(P_C - P_A)}{\cancel{n R}}$$

$$V_C = V_B ; P_B = P_A$$

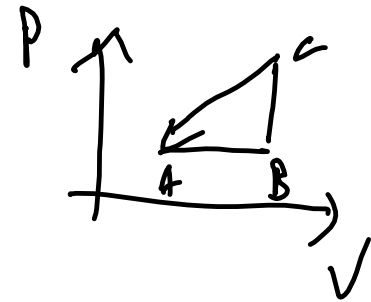
$$; \quad P \underline{V} = n R T$$

$$V \Delta P = n R \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{V \Delta P}{n R}$$

$$Q_{BC} = \cancel{m} \cdot \cancel{3A} \cdot \cancel{V_B} \cdot \frac{(P_c - P_A)}{\cancel{mR}} = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot (40 - 20) = 90 \text{ J}$$

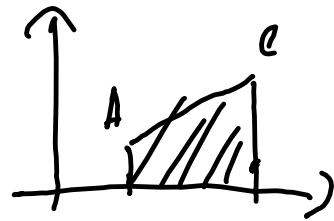
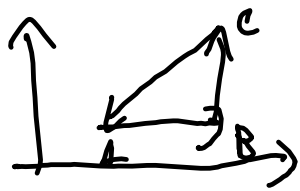
$$Q = W + \cancel{Q}$$



$$W = -20 \text{ J}$$

$$Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = W$$

$$Q_{CA} = W - Q_{AB} - Q_{BC} = -20 - 100 - 90 = -210 \text{ J}$$



11

$$\Delta U_{AB} = m c_v \Delta T$$

$$Q_{AB} ; W_{AB}$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} - W_{AB} = 100 - P_A(V_B - V_A) = 100 - 20(2) = 60 \text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} - W_{BC} = 90 \text{ J}$$

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -90 - 60 = -150 \text{ J}$$

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} - W_{CA} = -210 + \left[\frac{(P_C + P_A)(V_C - V_A)}{2} \right] = -150 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} P_A, V_A &\Rightarrow T_A \\ P_A V_A &= n R T_A \Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{n R} \\ P_A V_B &= n R T_B \Rightarrow T_B = \frac{P_A V_B}{n R} \end{aligned}$$

Problema 3. Una quantità di gas perfetto monoatomico pari a 1.0 mol , inizialmente alla pressione $p_A = 1.0 \text{ atm}$ (N. B. $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$) e temperatura $T_A = 500 \text{ K}$ subisce le seguenti trasformazioni:

- isoterma reversibile dallo stato iniziale A allo stato B
- adiabatica irreversibile dallo stato B allo stato C
- isoterma reversibile fino ad un certo stato D
- isobara reversibile dallo stato D allo stato A

a) Si completi la tabella con i valori di pressione, volume e temperatura per gli stati A, B, C, D e si rappresenti la trasformazione in un diagramma p-V.

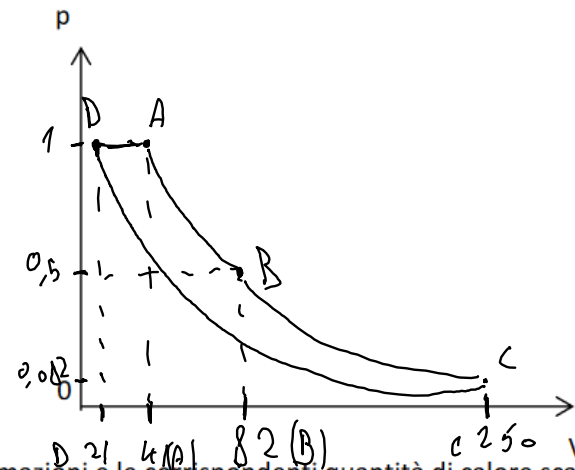
isoterma

isoterma

adiabatica

isoterma

	p	V	T
A	1.0 atm	41 L	500 K
B	0,5 atm	82 L	500 K
C	0.082 atm	250 L	250 K
D	1 atm	21 L	250 K



b) Si trovino i lavori eseguiti dal gas nelle quattro trasformazioni e le corrispondenti quantità di calore scambiate dal gas.

c) Si calcoli il rendimento del ciclo. Si confronti il rendimento con quello di una macchina reversibile che lavora con le sorgenti alle temperature delle due isoterme.

$$p_A, T_A \quad V_A$$

$$p_A V_A = n R T_A$$

$$V_A = \frac{n R T_A}{p_A} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 500}{101325} = 0,041 \text{ m}^3$$

Isoterm $A \rightarrow B$ $\Delta U; Q; W$

$$\Delta U_{AB} = 0;$$

$$Q = \cancel{\Delta U} + W =$$

$$Q_{AB} = W_{AB} = n R T_A \cdot \log \frac{V_B}{V_A} = n R T_A \log 2 = 2,9 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Bc adiabatisch (isenergetisch)

$$Q_{BC} = 0 \text{ J}$$

$$W = -\Delta U = -n c_V (T_c - T_B) \quad c_V = \frac{3}{2} R$$

$$W = -\Delta U = -n \frac{3}{2} R (250 - 500) \approx 3,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

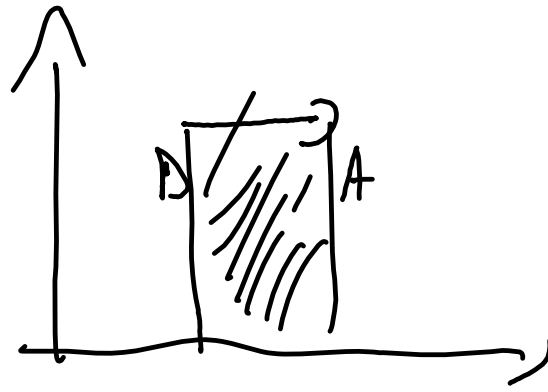
Cd Isoterm

$$\Delta U_{CD} = 0; \quad Q_{CD} = W_{CD} = n R T_c \log \frac{V_D}{V_c} < 0 = -5,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Isobara DA

$$W_{DA} = P_D \cdot (V_A - V_D)$$

$\downarrow P_D$ m^3



$$W_{DA} = 2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta U = m c_v \Delta T = m \cdot \frac{3}{2} R (500 - 250) = 3,12 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\underline{Q = W + \Delta U = 5,12 \cdot 10^3 \text{ J}} \quad ; \quad Q = m c_p \Delta T$$

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = \frac{Q_A - |Q_e|}{Q_A} = \frac{Q_A}{Q_A} - \frac{|Q_e|}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_e|}{Q_A} \quad \downarrow \eta < 1$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \downarrow \quad \eta' < \eta$$

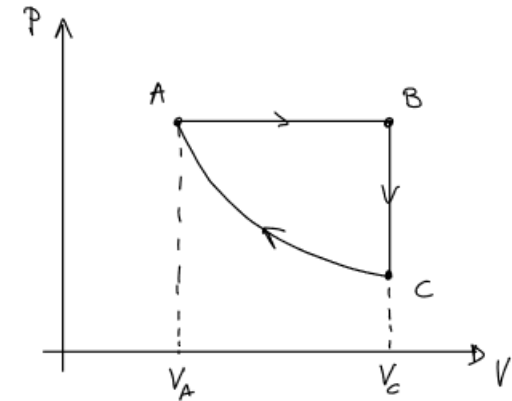
$$M = \frac{\sum w_i}{Q_A} = \frac{2,9 \cdot 10^3 + \overset{3,1 \cdot 10^2 = 0,31 \cdot 10^3}{3,1 \cdot 10^3} - 5,1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3}{2,9 \cdot 10^3 + 5,12 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{\cancel{10^3} (2,9 + 3,1 - 5,1 + 2)}{\cancel{10^3} (2,9 + 5,12)} = 0,365$$

$$\underline{M_{ideal}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{250}{500} = 0,5$$

$$M_{id} > M$$

Problema 3 Una quantità di gas perfetto monoatomico pari a $n=1.2$ mol esegue il ciclo reversibile ABCA rappresentato in figura, in cui $T_A = T_C = 500$ K e $V_C = 2V_A$ (ABCA ciclo isobara-isocora-isoterma). Determinare:
(a) il lavoro totale fatto dal gas nel ciclo;



(b) il rendimento del ciclo;



(c) la variazione di entropia del gas nella trasformazione ABC (attenzione: non nel ciclo completo).

$$W = W_{AB} + \underbrace{W_{BC}}_0 + W_{CA} = P_A (\underbrace{V_B - V_A}_{\downarrow}) + m R T_A \log \frac{V_A}{V_C}$$

$$V_C = 2 V_A$$

$$T_A = 500 \text{ K}$$

isobar

$$P_A \Delta V = m R \Delta T$$

$$* W = m R (T_B - T_A) + m R T_A \log \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_A V_A = m R T_A \\ P_B V_B = m R T_B \end{array} \right. \text{ con } \left\{ \begin{array}{l} P_B = P_A \\ V_B = 2 V_A \end{array} \right. \Rightarrow \text{not finish}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_A V_A = m R T_A \\ P_A \cdot 2 V_A = m R T_B \end{array} \right. \Rightarrow P_A V_A = \frac{m R T_B}{2} = m R T_A \Rightarrow T_B = 2 T_A$$

sort. Kräfte in *

$$W = nR(2T_A - T_A) - nRT_A \log 2 = nRT_A(1 - \log 2) = \\ \approx 1,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

b) Rendimento del ciclo

$$\eta = \frac{W_{\text{Tot}}}{Q_{\text{Assorb. } T_2}} = \frac{W_{\text{Tot}}}{Q_{AB}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{12,46 \cdot 10^3} = 12\%$$

$$\boxed{Q_{AB}} = n C_p \Delta T = n \frac{5}{2} R (2T_A - T_A) = 12,46 \cdot 10^3 \text{ J} > 0$$

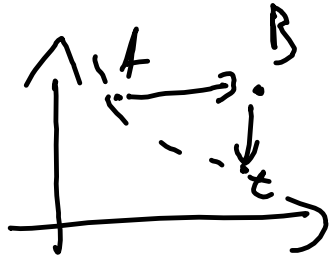
$$Q_{BC} = n C_v (T_A - 2T_A) = -7,48 \cdot 10^3 \text{ J} < 0$$

$$Q_{CA} + Q_{AB} + Q_{BC} = W_{\text{Tot}} \Rightarrow Q_{CA} = W_{\text{Tot}} - Q_{AB} - Q_{BC} = -3,48 \text{ J} < 0$$

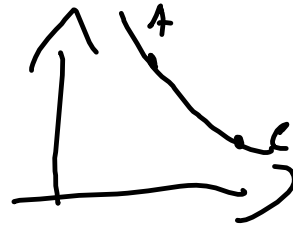
c)

$$\Delta S_{ABC} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC}$$

oppure



=, ΔS è invarianza di stato



$\Rightarrow$ Considero la

Trasformazione isoterma

Passando da A a C

$\downarrow$
Punto
finale

$$\Delta S_{AC} = MR \log \frac{V_C}{V_A} = MR \log 2 = 6,9 \, J/K$$