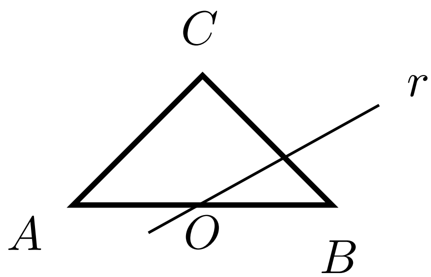
Compito di Meccanica Razionale

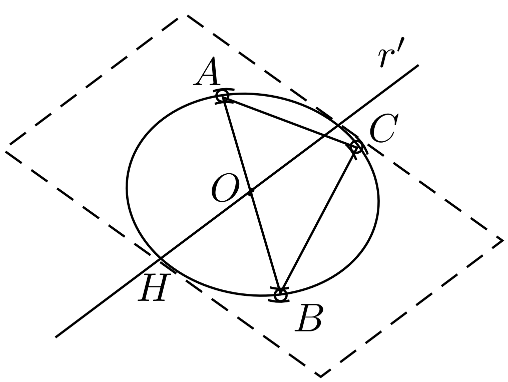
Trieste, 27 giugno 2022

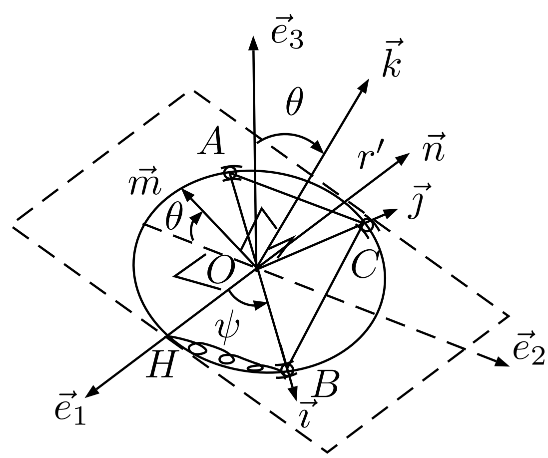
(G. Tondo)



È dato un telaio rigido omogeneo di massa m, a forma di triangolo rettangolo isoscele con ipotenusa AB di lunghezza pari a $2R$.

1) Determinarne il baricentro e il momento d'inerzia rispetto all'asse r, passante per il punto O, medio di AB, e inclinato di $\frac{\pi}{6}$ rispetto al vettore $B - O$.





Il telaio suddetto è vincolato, mediante tre appoggi lisci e bilateri nei vertici A, B, C, a scorrere all'interno di una guida circolare, di raggio R e massa trascurabile. Tale guida, a sua volta, è vincolata a ruotare intorno ad un asse fisso orizzontale r' passante per il centro della guida. Il telaio è soggetto al peso proprio e all'azione di una molla di costante elastica c, fissata in H e nel vertice B.

STATICA.

2) determinare le configurazioni di equilibrio del telaio in funzione delle coordinate $-\pi < \theta, \psi \leq \pi$ e del parametro $\lambda = -\frac{cR}{mg}(2 + \sqrt{2})$, supponendo $\lambda < -1$. Poi, disegnarle e discutere la loro stabilità.

3) determinare le reazioni vincolari nel punto C, in tutte le configurazioni di equilibrio.

DINAMICA.

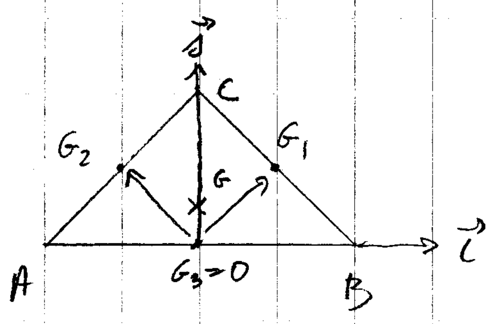
4) Scrivere le equazioni differenziali pure di moto;

5) linearizzare l'equazioni di moto intorno alle configurazioni di equilibrio stabile, calcolare l'integrale generale e dire se il moto complessivo è periodico o quasi-periodico;

6) classificare il campo di velocità del telaio e giustificare la risposta.

1) Il baricentro G si trova nella bisettrice CO che è un asse di simmetria materiale del telaio ed è interno al segmento CO. Per determinare la sua esatta posizione utilizziamo la proprietà distributiva ripartendo il telaio nelle 3 parte, tutte di densità pari

(1.1)
$$\sigma = \frac{m}{2(1+\sqrt{2})R}$$



(1.2)
$$G-O = \frac{m_1(G_1-O) + m_2(G_2-O) + m_3\cancel{(G_3-O)}}{m}$$
$$= \frac{m_1(G_1-O+G_2-O)}{m} = \frac{m_1}{m}\left[\frac{R}{2}(\cancel{\vec{i}}+\vec{j}) + \frac{R}{2}(\cancel{-\vec{i}}+\vec{j})\right] =$$
$$= \frac{m_1}{m} R\vec{j} = \frac{\cancel{\sigma}\sqrt{2}\cancel{R}}{\cancel{\sigma}\,2(1+\sqrt{2})\cancel{R}} R\vec{j} = \boxed{\frac{R}{2+\sqrt{2}}\vec{j}}$$

(1.3) Pongo $d := \frac{R}{2+\sqrt{2}}\vec{j}$

Determiniamo la matrice d'inerzia $[I_O]$ rispetto alla terna $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ che è una TPI(O) poichè $(O; \vec{j})$ è un asse di simmetria materiale ortogonale.

Allora:

$$[I_O] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{array} \\ \begin{bmatrix} I_{11} & & \\ & I_{22} & \\ & & I_{33} \end{bmatrix} \end{array}$$

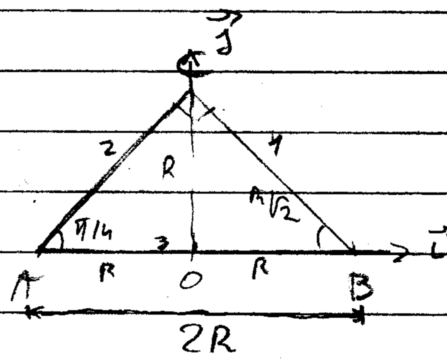
$$I_{11} = I_{11}^{(1)} + I_{11}^{(2)} + \cancel{I_{11}^{(3)}} = 2 I_{11}^{(1)} = \frac{2}{3} \sigma R\sqrt{2} (R\sqrt{2})^2 \sin^2 = \frac{2}{3} \sigma R\sqrt{2} R^2 \cancel{2} \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2}}{3} \sqrt{2} \frac{m R^2}{\cancel{2}(\sqrt{2}+1)}$$

$$I_{22} = I_{22}^{(1)} + I_{22}^{(2)} + I_{22}^{(3)} = 2 I_{22}^{(1)} + I_{22}^{(3)} = 2 I_{11}^{(1)} + I_{22}^{(3)} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sigma R^3 + \frac{1}{12} \sigma 2R (2R)^2$$
$$= \sigma R^3 \left(\frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3} (1+\sqrt{2}) \sigma R^3 = \frac{\cancel{2}}{3} \frac{m R^2}{\cancel{2(\sqrt{2}+1)}} \cancel{(1+\sqrt{2})}$$

$$I_{33} = I_{11} + I_{22} = \frac{2}{3} \sigma R^3 (\sqrt{2}+1+\sqrt{2}) = \frac{2}{3} \sigma R^3 (2\sqrt{2}+1) = \frac{\cancel{2}}{3} \frac{m R^2}{\cancel{2}(\sqrt{2}+1)} (2\sqrt{2}+1)$$

Quindi,

$$[I_O] = \frac{m R^2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} & & \\ & 1 & \\ & & \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \end{bmatrix}$$



Per calcolare I_2, possiamo scrivere

$$I_2 = \vec{e}_2 \cdot \mathbb{I}_0 (\vec{e}_2) = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right] \frac{mR^2}{3} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} & & \\ & 1 & \\ & & \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\sqrt{3}, 1 \right] \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \frac{mR^2}{3} =$$

$$= \frac{mR^2}{6} \left(\frac{3}{2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{mR^2}{12} \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}+1} =$$

$$= \frac{mR^2}{12} \frac{4\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{mR^2}{12} \frac{(4\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{mR^2}{12} \left(7 - 3\sqrt{2} \right)$$

Cinematica: $l = 2$ del metodo dei congelamenti.

Consideriamo le basi disegnate in figura:

$\mathcal{B} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$: fissa ($\vec{e}_3$ verticale ascendente)

$\mathcal{B}' = (\vec{n}, \vec{m}, \vec{K})$: intermedia ($\vec{n} = -\vec{e}_1$, $\vec{m} \perp \vec{n}$ et $\vec{m} \in \Pi$, $\vec{K} \perp \Pi$)

$\mathcal{B}''' = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{K})$: solidale

Le trasformazioni fra le basi sono:

$$(2.1)\ \begin{cases} \vec{n} = -\vec{e}_1 \\ \vec{m} = -\cos\theta\, \vec{e}_2 + \sin\theta\, \vec{e}_3 \\ \vec{K} = \sin\theta\, \vec{e}_2 + \cos\theta\, \vec{e}_3 \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{e}_1 = -\vec{n} \\ \vec{e}_2 = -\cos\theta\, \vec{m} + \sin\theta\, \vec{K} \\ \vec{e}_3 = \sin\theta\, \vec{m} + \cos\theta\, \vec{K} \end{cases}$$

$$(2.2)\ \begin{cases} \vec{i} = -\cos\psi\, \vec{n} - \sin\psi\, \vec{m} \\ \vec{j} = \sin\psi\, \vec{n} - \cos\psi\, \vec{m} \\ \vec{k} = \vec{K} \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{n} = -\cos\psi\, \vec{i} + \sin\psi\, \vec{j} \\ \vec{m} = -\sin\psi\, \vec{i} - \cos\psi\, \vec{j} \\ \vec{K} = \vec{k} \end{cases}$$

Quindi

$$(2.3)\ G - O = \frac{R}{2+\sqrt{2}}\,\vec{j} = \frac{R}{2+\sqrt{2}}\left(\sin\psi\, \vec{n} - \cos\psi\, \vec{m}\right) =$$
$$= \frac{R}{2+\sqrt{2}}\left(-\sin\psi\, \vec{e}_1 - \cos\psi\left(-\cos\theta\, \vec{e}_2 + \sin\theta\, \vec{e}_3\right)\right)$$

$$(2.4)\ B - H = (B - O) + (O - H) = R\,\vec{i} - R\,\vec{e}_1 \overset{(2.1)}{=} R\left(\vec{i} + \vec{n}\right) \overset{(2.2)}{=} R\left[(1-\cos\psi)\,\vec{i} + \sin\psi\,\vec{j}\right]$$

$$(2.5)\ |B - H|^2 = R^2\left[(1-\cos\psi)^2 + \sin\psi^2\right] = R^2\, 2(1-\cos\psi)$$

Statica: modello rigido

2) Poichè l'unica sollecitazione attiva, la forza peso, è conservativa, per trovare gli equilibri possiamo usare il teorema di stazionarietà dell'energia potenziale.

(3.1) $$V(\theta,\varphi) = -m\vec{g}\cdot\vec{x}_G = -m\vec{g}\cdot(G-O) + \frac{1}{2}c|B-H|^2$$

$$= mg\vec{e}_3\cdot(G-O) + \frac{1}{2}c|B-H|^2 \overset{(2.3)\,e\,(2.5)}{=} -mg\frac{R}{2+\sqrt{2}}\sin\theta\cos\varphi + cR^2(1-\cos\varphi)$$

Quindi,

(3.2)
$$\frac{\partial V}{\partial\theta} = -Q_\theta = -mg\frac{R}{2+\sqrt{2}}\cos\theta\cos\varphi$$

$$\frac{\partial V}{\partial\varphi} = -Q_\varphi = +mg\frac{R}{2+\sqrt{2}}\sin\theta\sin\varphi + cR^2\sin\varphi$$

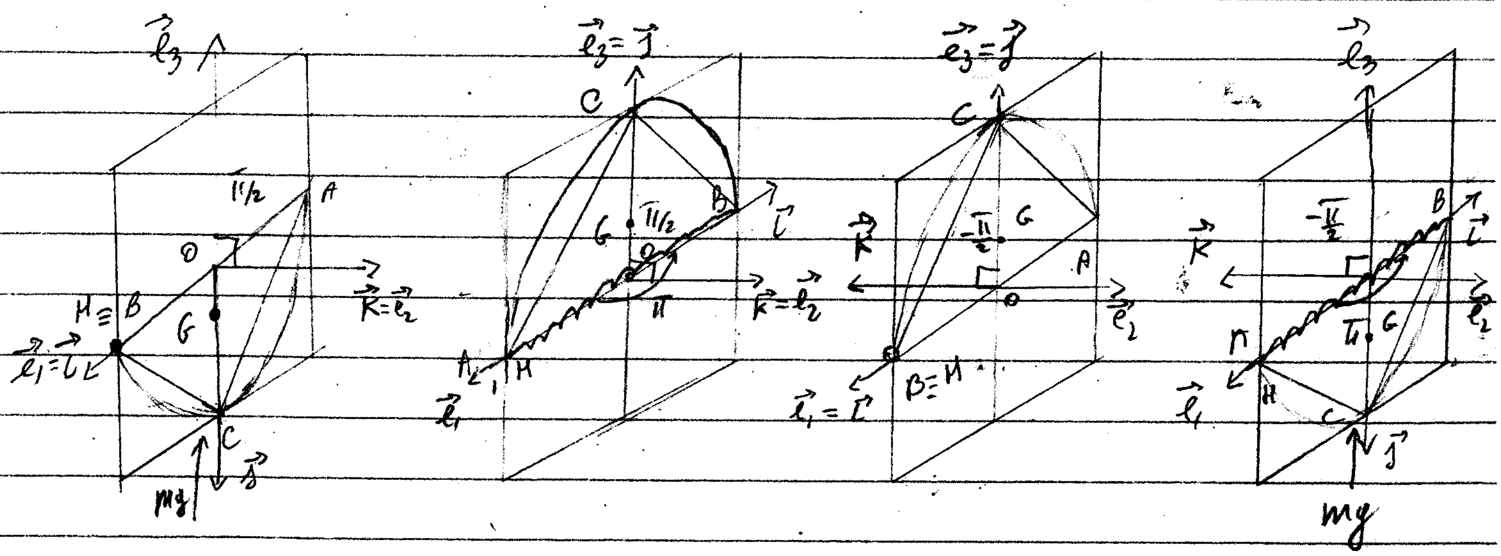
Dunque, le eq. pure di equilibrio sono

(3.3) $$\begin{cases}\cos\theta\cos\varphi = 0\\ \sin\varphi\left(cR^2 + \frac{mgR}{2+\sqrt{2}}\sin\theta\right)\end{cases} \Longleftrightarrow \ i)\begin{cases}\cos\theta = 0\\ \sin\varphi = 0\end{cases} \text{ vel } ii)\begin{cases}\sin\theta = \frac{-cR^2}{mgR}(2+\sqrt{2})\\ \cos\varphi = 0\end{cases}$$

Le configurazioni di equilibrio $q_e \equiv (\theta_e, \varphi_e)$ sono tutte e sole le soluzioni del sistema i) e quelle del sistema ii)

Il sistema i) ha soluzioni $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$; $\varphi = 0, \pi$, quindi

$$q_e^{(1)} = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right), \quad q_e^{(2)} = \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \quad q_e^{(3)} = \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), \quad q_e^{(4)} = \left(-\frac{\pi}{2}, \pi\right)$$



Le soluzioni del sistema ii) si possono trovare risolvendo la prima equazione

$$(4.1) \qquad \sin\varphi = \lambda \qquad\qquad \lambda := -\frac{cR}{mg}(2+\sqrt{2}) < -1$$

Poiché, per ipotesi $\lambda < -1$, l'equazione (4.1) e, quindi, il sistema ii) non ammette alcuna soluzione. Dunque, il modello ammette soltanto i 4 equilibri

$$q_e^{(i)} \qquad i = 1, 2, 3, 4.$$

15

Calcoliamo la matrice Hessiana di V. Dalla (3.2) segue,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = mgd \sin\theta \cos\psi \ , \quad \frac{\partial^2 V}{\partial\psi\partial\theta} = mgd \cos\theta \sin\psi$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial\theta\partial\psi} = mgd \cos\theta \sin\psi \ , \quad \frac{\partial^2 V}{\partial \psi^2} = \left(mgd \sin\theta + CR^2\right)\cos\psi$$

Quindi

$$\mathcal{H}(\theta,\psi) = mgd \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\psi & \cos\theta \sin\psi \\ \cos\theta \sin\psi & \left(\sin\theta + \frac{CR^2}{mgd}\right)\cos\psi \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{H}_{11}(\theta,\psi) = mgd \sin\theta \cos\psi, \quad \det \mathcal{H} = (mgd)^2\Big[\cos^2\psi \sin\theta\big(\sin\theta + \overset{\lambda}{\frac{CR^2}{mgd}}\big) + \\ - \cos^2\theta \sin^2\psi\Big]$$

Quindi,

$$\mathcal{H}_{11}\left(\frac{\pi}{2},0\right) = mgd > 0, \quad \mathcal{H}_{11}\left(\frac{\pi}{2},\pi\right) = -mgd < 0, \quad \mathcal{H}_{11}\left(-\frac{\pi}{2},0\right) = -mgd < 0$$

$$\mathcal{H}_{11}\left(-\frac{\pi}{2},\pi\right) = mgd > 0, \quad \det \mathcal{H}\big|_{q_e^{(1)}} > 0,$$

Dunque, $\det \mathcal{H}_{q_e^{(4)}} = (mgd)^2\left[-\left(-1 + \frac{CR^2}{mgd}\right)\right] =$

$q_e^{(1)}$ è stabile $\qquad = (mgd)^2(1+\lambda)$

$q_e^{(4)}$ è instabile poichè $\lambda < -1 \Rightarrow \det \mathcal{H}\big|_{q_e^{(4)}} < 0$.

3) Reazioni vincolari in $\mathcal{C}$ agli equilibri $q_e^{(i)}$, $i=1,2,3,4$.

Poiché i tre vincoli sono appoggi lisci, le reazioni vincolari si possono schematizzare come

$$\mathcal{L}^{reat}=\{(A,\vec{\phi}_A),(B,\vec{\phi}_B),(C,\vec{\phi}_C)\} \quad \text{con } \vec{\phi}_A\cdot\vec{j}=\vec{\phi}_B\cdot\vec{j}=\vec{\phi}_C\cdot\vec{i}=0$$

Inoltre, poiché nelle configurazioni suddette, le reazioni saranno tutte nel piano della guida, si ha

$$\vec{\phi}_A=\phi_A\vec{i},\ \vec{\phi}_B=\phi_B\vec{i},\ \vec{\phi}_C=\phi_C\vec{j}$$

Allora, dalle ECS segue:

$$\begin{cases}\vec{R}^{(est,att)}+\vec{R}^{(est,reat)}=\vec{0}\\ \vec{M}_C^{(est,att)}+\vec{M}_C^{(est,reat)}=\vec{0}\end{cases} \iff \begin{cases}m\vec{g}-c(B-H)+\vec{\phi}_A+\vec{\phi}_B+\vec{\phi}_C=\vec{0}\\ \cancel{(G-C)\times m\vec{g}}+(A-C)\times\vec{\phi}_A+(B-C)\times\vec{\phi}_B=\vec{0}\\ +(B-C)\times\vec{F}_B^{(el)}\end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases}-mg\vec{e}_3-cR\left[(1-\cos\varphi)\vec{i}+\cancel{\sin\varphi\,\vec{j}}\right]+(\phi_A+\phi_B)\vec{i}+\phi_C\vec{j}=\vec{0}\\ \phi_B\cancel{R}\vec{k}+\phi_A\cancel{R}\vec{k}-cR^{\cancel{2}}(1-\cos\varphi)\vec{k}=\vec{0}\end{cases}$$

Dunque

$$q_e^{(1)}=\left(\frac{\pi}{2},0\right) \quad \begin{cases}\phi_C+mg=0\\ \phi_A+\phi_B=0\\ \phi_A+\phi_B=0\end{cases} \quad \begin{cases}\phi_C=-mg\\ \phi_A=-\phi_B\end{cases}$$

$$q_e^{(2)}=\left(\frac{\pi}{2},\pi\right) \quad \begin{cases}\phi_C-mg=0\\ -2cR+\phi_A+\phi_B=0\\ \phi_A+\phi_B-2cR=0\end{cases} \quad \begin{cases}\phi_C=mg\\ \phi_A+\phi_B=2cR\end{cases}$$

$$q_e^{(3)} = \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$\begin{cases} \phi_C - mg = 0 \\ \phi_A + \phi_B = 0 \\ \phi_A + \phi_B = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi_C = mg \\ \phi_A + \phi_B = 0 \end{cases}$$

$$q_e^{(4)} = \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$\begin{cases} \phi_C + mg = 0 \\ -2cR + \phi_A + \phi_B = 0 \\ \phi_A + \phi_B - 2cR = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \phi_C = -mg \\ \phi_A + \phi_B = 2cR \end{cases}$$

Dinamica

4) Scriviamo le EL. A tale scopo, calcoliamo l'energia cinetica della lamina (con punto fisso O)

$$(7.1)\quad K = \frac{1}{2}\,\vec{\omega}\cdot \mathbb{I}_O(\vec{\omega})$$

dove, per il Teo di Frisi, abbiamo

$$(7.2)\quad \vec{\omega} = \dot\theta\,\vec{e}_1 + \dot\psi\,\vec{K} \overset{(2.2)}{=} \dot\theta\left(\cos\psi\,\vec{i} - \sin\psi\,\vec{j}\right) + \dot\psi\,\vec{K}$$

Quindi

$$(7.3)\quad K = \frac{1}{2}\left[\dot\theta\cos\psi, -\dot\theta\sin\psi, \dot\psi\right]\frac{mR^2}{3}\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} & & \\ & 1 & \\ & & \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot\theta\cos\psi \\ \dot\theta\sin\psi \\ \dot\psi\end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{6}mR^2\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\dot\theta^2\cos^2\psi + \dot\theta^2\sin^2\psi + \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\dot\psi^2\right) =$$

$$= \frac{1}{6}mR^2\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}\cos^2\psi + \sin^2\psi\right)\dot\theta^2 + \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\dot\psi^2\right]$$

$$= \frac{1}{6}mR^2\left[\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\cos^2\psi\right)\dot\theta^2 + \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\dot\psi^2\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\dot\theta, \dot\psi\right]\frac{mR^2}{3}\begin{bmatrix} 1-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\cos^2\psi & 0 \\ 0 & \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot\theta \\ \dot\psi\end{bmatrix}$$

Quindi

$$\frac{\partial K}{\partial \dot\theta} = \frac{1}{3} m R^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt2 + 1}\cos^2\psi\right)\dot\theta \quad , \quad \frac{\partial K}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot\theta}\right) = \frac{1}{3} m R^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt2 + 1}\cos^2\psi\right)\ddot\theta + \frac{1}{3} m R^2 \frac{1}{\sqrt2 + 1}\, 2\cos\psi \sin\psi\, \dot\psi \dot\theta$$

$$EL_\theta : \quad \frac{1}{3} m R^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt2 + 1}\cos^2\psi\right)\ddot\theta + \frac{1}{3} \frac{m R^2}{\sqrt2 + 1} \sin 2\psi\, \dot\psi \dot\theta = \frac{mgR}{2+\sqrt2}\cos\theta\cos\psi$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot\psi} = \frac{1}{3} m R^2 \frac{2\sqrt2 + 1}{\sqrt2 + 1}\dot\psi \quad , \quad \frac{\partial K}{\partial \psi} = \frac{1}{6(\sqrt2+1)} m R^2\, 2\cos\psi\sin\psi\, \dot\theta^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot\psi}\right) = \frac{1}{3} m R^2 \frac{2\sqrt2 + 1}{\sqrt2 + 1}\ddot\psi$$

$$EL_\psi : \quad \frac{1}{3} m R^2 \frac{2\sqrt2 + 1}{\sqrt2 + 1}\ddot\psi - \frac{1}{6(\sqrt2+1)} m R^2 \sin 2\psi\, \dot\theta^2 = -\left(\frac{mgR}{2+\sqrt2}\sin\theta + cR^2\right)\sin\psi$$

5) Linearizzazione delle EL in $q_e^{(1)} = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

Poiché la sollecitazione è conservativa, possiamo scrivere

$$A \ddot{\underline{x}} + V \underline{x} = 0 \qquad \varepsilon \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta_e \\ \psi_e \end{bmatrix}$$

Con

$$A = A(q_e), \qquad V = \mathcal{H}_V(q_e).$$

Quindi

$$\frac{mR^2}{3} \begin{bmatrix} 1 - \frac{\cos^2\psi}{\sqrt{2}+1} & \\ & \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + mgd \begin{bmatrix} \sin\theta_e \cos\psi_e & \cos\theta_e \sin\psi_e \\ \cos\theta_e \sin\psi_e & \left(\sin\theta + \frac{cR^2}{mgd}\right)\cos\psi_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dunque, in $q_e^{(1)} = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \frac{R}{3} \ddot{x}_1 + \frac{g}{2+\sqrt{2}} x_1 = 0 \\ \frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} \frac{R}{3} \ddot{x}_2 + \frac{g}{2+\sqrt{2}} (1-\lambda) x_2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{g}{R} \frac{3(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})} x_1 = 0 \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{R} (1-\lambda) \frac{3(\sqrt{2}+1)}{(2+\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)} x_1 = 0 \end{cases}$$

L'integrale generale del sistema linearizzato è

$$x_1 = a_1 \cos(\nu_1 t + \alpha_1), \quad \nu_1 = \sqrt{\frac{g}{R} \frac{3(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}}$$

$$x_2 = a_2 \cos(\nu_2 t + \alpha_2), \quad \nu_2 = \sqrt{\frac{g}{R} (1-\lambda) \frac{3(\sqrt{2}+1)}{(2+\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)}}$$

Quindi,

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{1}{1-\lambda}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)} \notin \mathbb{Q} \quad \text{se } \lambda < -1 \Rightarrow \text{Moto quasi-periodico}$$

6) Classificazione del campo delle velocità di $\mathcal{R}$.

Il moto della lamina è un moto con punto fisso O.
Quindi,
$$\vec{v}_0 = \vec{0} \Rightarrow I = \vec{v}_0 \cdot \vec{\omega} = 0$$

Allora, agli istanti t nei quali $\vec{\omega}(t) \neq \vec{0}$ il campo delle velocità è <u>rototorio</u> e l'asse di Mozzi diventa asse d'istantanea rotazione per O.