Soluz. del compito d'esame del 30 Settembre 2021

1. Suggerimento: Conviene utilizzare la *reductio ad absurdum*

2. Vedi punto **B.** nel file 'solAppelloLogica220421'.

3.
- Almeno due entità nel dominio del discorso:

$$\exists\, u\, \exists\, v\, (\neg\, u = v\,)$$

- Almeno quattro entità nel dominio del discorso:

$$\exists\, u\, \exists\, v\, \exists\, t\, \exists\, w\, (\neg\, u = v \;\&\; \neg\, u = t \;\&\; \neg\, u = w \;\&\; \neg\, v = t \;\&\; \neg\, v = w \;\&\; \neg\, t = w\,)$$

- Dominio del discorso singoletto:

$$\exists\, x\, \forall\, y\, (\, y = x\,)$$

- Esattamente due entità nel dominio del discorso:

$$\exists\, u\, \exists\, v\, \forall\, y\, \big(\neg\, u = v \;\&\; (\, y = u \vee y = v\,)\big)$$

- Esattamente quattro entità nel dominio del discorso:

$$\exists\, x_1\, \exists\, x_2\, \exists\, x_3\, \exists\, x_4\, \forall\, y\, \big(\; \&_{i=1}^{4}\, x_i \neq x_j \;\&\; \bigvee_{i=1}^{4}(\, y = x_i\,)\big)$$

- Nel linguaggio della logica algebrica delle relazioni diadiche si può esprimere qualsiasi enunciato α della logica predicativa diadica tale che in nessuna sottoformula φ di α compaiano piú di tre variabili libere. È, perciò, del tutto implausibile che vi si possano esprimere il secondo e il quinto dei cinque esempi che precedono; mentre invece il primo, il secondo e il quarto, sono certamente esprimibili.

- L'uguaglianza relazionale che figura nel compito asserisce che vi sono almeno tre elementi distinti nel dominio del discorso.

4. L'universo di Herbrand in questo caso è formato dalle sole tre costanti. Il modello minimo è costituito dai tre fatti presenti nella base di conoscenza e dagli ulteriori fatti:

$$\begin{array}{l} \text{genitore}(\textit{giocasta},\textit{edipo}) \\ \text{genitore}(\textit{giocasta},\textit{antigone}) \\ \text{genitore}(\textit{edipo},\textit{antigone}) \\ \text{nonno}(\textit{giocasta},\textit{antigone}) \end{array}$$

L'ultimo di questi contraddice il goal.

Studiamo ora il caso piú impegnativo della base di clausole

li([ ])					
li(c(N,L))	$\leftarrow$	nu(N)	&	li(L)	
nu(0)					N, L variabili
nu(s(N))	$\leftarrow$	nu(N)			[ ], 0 costanti

Come sono fatti, in questo caso, l'universo di Herbrand e il modello minimo? L'universo è formato da tutti i termini che si possono ottenere a partire dalle costanti 0 ed [ ] tramite i funtori c(▪,▪) ed s(▪). Ne fanno parte, assieme a infiniti altri, quelli che potremmo chiamare 'numerali' e termini che potremmo chiamare 'liste di numerali':

numerali:	0, s(0), s(s(0)), s(s(s(0))), s(s(s(s(0)))),… …
liste di numerali:	[ ], [$\mathtt{N}_0$, $\mathtt{N}_1$, … $\mathtt{N}_m$] ,

dove, con [$\mathtt{N}_0$, $\mathtt{N}_1$, … $\mathtt{N}_m$] , stiamo abbreviando: c($\mathtt{N}_0$,c($\mathtt{N}_1$,· · · , c($\mathtt{N}_m$,[ ])· · ·))

Formano il modello minimo tutti i fatti della forma nu(`N`) in cui `N` è un numerale, piú tutti i fatti della forma li(`L`) in cui `L` è una lista di numerali. Rimane *al di fuori* del modello minimo ogni altro fatto, per esempio questi: nu([ ]), li(0), li(c(0,0)), li(c([],[]).

5. $r = (a - \lfloor a/b \rfloor \cdot b) \iff \exists\, x\, \exists\, y \left(r + q \cdot b = a \;\&\; r + y + 1 = b \right)$