

A

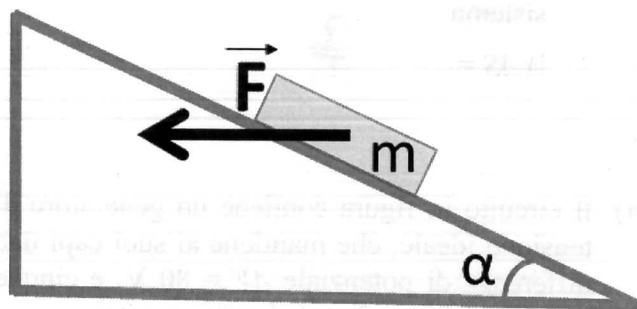
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ..... RIGON ..... Nome ..... LUIGI .....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede di riportare negli appositi spazi su questo foglio:

- i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e
- ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

- 1) Un libro di massa  $m = 800 \text{ g}$  è poggiato su un piano, inclinato di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito statico tra il libro ed il piano inclinato vale  $\mu_s = 0.20$ . Il libro è tenuto fermo da una forza *orizzontale*  $F$  che lo preme contro il piano (vedi figura).



Si noti che se  $F$  fosse troppo debole, il libro scivolerebbe giù lungo il piano inclinato. Al contrario, se  $F$  fosse troppo intensa, il libro si muoverebbe risalendo il piano inclinato.

Ciò premesso, determinare:

- a) Il valore  $F_{min}$  del modulo di  $F$ , al di sotto del quale il libro comincia a scivolare verso il basso:

i)  $F_{min} = \frac{mg \frac{\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha}}$

ii)  $F_{min} = \underline{2,65 \text{ N}}$

- b) Il valore  $F_{max}$  del modulo di  $F$ , al di sopra del quale il libro comincia a scivolare verso l'alto:

i)  $F_{max} = \frac{mg \frac{\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha}}$

ii)  $F_{max} = \underline{6,89 \text{ N}}$

- 2) Un tubo per innaffiare ha un diametro interno  $D = 2.0 \text{ cm}$  ed è disteso orizzontalmente su un prato. All'interno del tubo scorre acqua in moto stazionario, con una velocità  $V = 0.80 \text{ m/s}$ . Nella parte finale del tubo, l'acqua esce attraverso  $n = 48$  fori a sezione circolare, ognuno dei quali ha un diametro  $d = 1.2 \text{ mm}$ .

Trascurando la viscosità dell'acqua, determinare la velocità  $v$  con cui l'acqua esce da ciascun foro.

i)  $v = \frac{V}{n} \left(\frac{D}{d}\right)^2$

ii)  $v = \underline{4,63 \text{ m/s}}$

3) Una massa d'acqua  $m = 1.00 \text{ kg}$ , che allo stato liquido occupa un volume iniziale  $V_i = 1.0 \text{ l}$ , si trova alla temperatura  $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  ed alla pressione  $p = 1 \text{ atm}$  dentro ad un cilindro chiuso da un pistone mobile. Mantenendo costanti queste condizioni di temperatura e pressione, l'acqua passa lentamente allo stato di vapore. Dopo che tutta l'acqua ha effettuato il passaggio di stato, il sistema si trova nella configurazione finale, in cui pressione e temperatura sono rimaste le stesse, mentre il volume vale  $V_f = 1.75 \text{ m}^3$ . Ricordando che il calore latente di vaporizzazione dell'acqua vale  $K_v = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$ , determinare, nel passaggio dallo stato iniziale  $i$  allo stato finale  $f$ :

a) Il calore  $Q$  che viene fornito al sistema:

i)  $Q = \underline{m K_v}$

ii)  $Q = \underline{2,26 \cdot 10^6 \text{ J}}$

b) Il lavoro  $L$  compiuto dal sistema contro le forze esterne:

i)  $L = \underline{-p \Delta V}$

ii)  $L = \underline{-1,77 \cdot 10^5 \text{ J}}$

c) La variazione  $\Delta E_{int}$  di energia interna del sistema:

i)  $\Delta E_{int} = \underline{Q + L}$

ii)  $\Delta E_{int} = \underline{2,08 \cdot 10^6 \text{ J}}$

d) Assumendo che il calore sia stato scambiato in modo reversibile, la variazione  $\Delta S$  di entropia del sistema:

i)  $\Delta S = \underline{\frac{Q}{T}}$

ii)  $\Delta S = \underline{6,06 \cdot 10^3 \text{ J/K}}$

4) Il circuito in figura contiene un generatore di tensione ideale, che mantiene ai suoi capi una differenza di potenziale  $\Delta V = 80 \text{ V}$ , e cinque resistenze, che valgono rispettivamente:

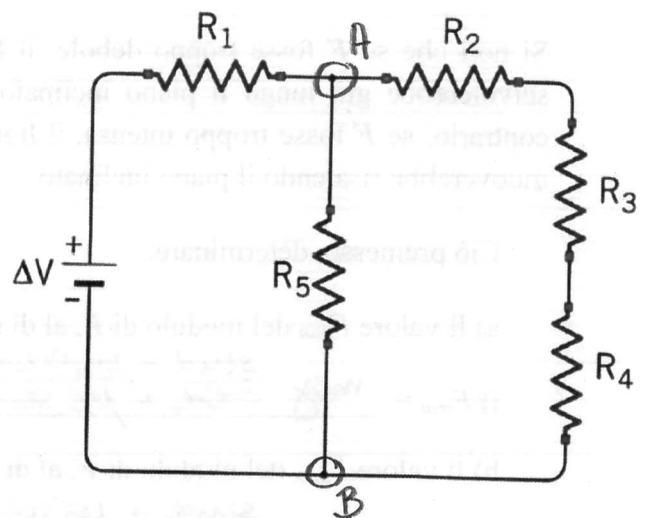
$R_1 = 80 \text{ } \Omega$

$R_2 = R_4 = 10 \text{ } \Omega$

$R_3 = 20 \text{ } \Omega$

$R_5 = 40 \text{ } \Omega$ ,

Calcolare:



a) La resistenza  $R_{eq}$  equivalente a tutte e cinque le resistenze del circuito:

i)  $R_{eq} = \underline{R_1 + R_{eq}^{AB} = R_1 + \frac{R_5}{2}}$

ii)  $R_{eq} = \underline{100 \text{ } \Omega}$

b) Il valore di ciascuna delle correnti  $i_1, i_2, i_3, i_4$  ed  $i_5$ , che attraversa rispettivamente le resistenze  $R_1, R_2, R_3, R_4$  ed  $R_5$ :

i)  $i_1 = \underline{\frac{\Delta V}{R_{eq}}}$

ii)  $i_1 = \underline{0,80 \text{ A}}$

i)  $i_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

ii)  $i_2 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_3 = \underline{\hspace{2cm}}$

ii)  $i_3 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_4 = \underline{\hspace{2cm}}$

ii)  $i_4 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_5 = \underline{i_1/2}$

ii)  $i_5 = \underline{0,40 \text{ A}}$

**B**

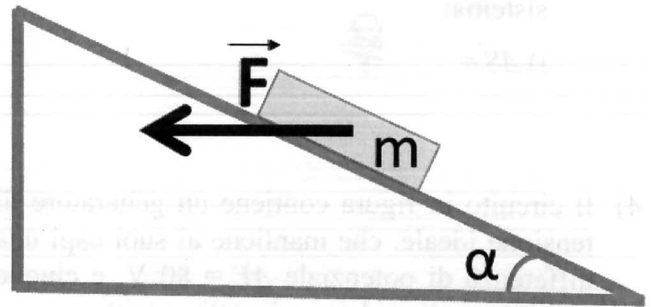
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ..... RIGON ..... Nome ..... LUIGI .....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede di riportare negli appositi spazi su questo foglio:

- i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e
- ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un libro di massa  $m = 900 \text{ g}$  è poggiato su un piano, inclinato di  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito statico tra il libro ed il piano inclinato vale  $\mu_s = 0.15$ . Il libro è tenuto fermo da una forza *orizzontale*  $F$  che lo preme contro il piano (vedi figura).



Si noti che se  $F$  fosse troppo debole, il libro scivolerebbe giù lungo il piano inclinato. Al contrario, se  $F$  fosse troppo intensa, il libro si muoverebbe risalendo il piano inclinato.

Ciò premesso, determinare:

a) Il valore  $F_{min}$  del modulo di  $F$ , al di sotto del quale il libro comincia a scivolare verso il basso:

i)  $F_{min} = \frac{mg \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha}$       ii)  $F_{min} = \underline{3,47 \text{ N}}$

b) Il valore  $F_{max}$  del modulo di  $F$ , al di sopra del quale il libro comincia a scivolare verso l'alto:

i)  $F_{max} = \frac{mg \sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha}$       ii)  $F_{max} = \underline{7,02 \text{ N}}$

2) Un tubo per innaffiare ha un diametro interno  $D = 2.0 \text{ cm}$  ed è disteso orizzontalmente su un prato. All'interno del tubo scorre acqua in moto stazionario, con una velocità  $V = 1.20 \text{ m/s}$ . Nella parte finale del tubo, l'acqua esce attraverso  $n = 64$  fori a sezione circolare, ognuno dei quali ha un diametro  $d = 1.6 \text{ mm}$ .

Trascurando la viscosità dell'acqua, determinare la velocità  $v$  con cui l'acqua esce da ciascun foro.

i)  $v = \frac{V}{n} \left( \frac{D}{d} \right)^2$       ii)  $v = \underline{2,93 \text{ m/s}}$

3) Una massa d'acqua  $m = 0.80 \text{ kg}$ , che allo stato liquido occupa un volume iniziale  $V_i = 0.8 \text{ l}$ , si trova alla temperatura  $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  ed alla pressione  $p = 1 \text{ atm}$  dentro ad un cilindro chiuso da un pistone mobile. Mantenendo costanti queste condizioni di temperatura e pressione, l'acqua passa lentamente allo stato di vapore. Dopo che tutta l'acqua ha effettuato il passaggio di stato, il sistema si trova nella configurazione finale, in cui pressione e temperatura sono rimaste le stesse, mentre il volume vale  $V_f = 1.40 \text{ m}^3$ . Ricordando che il calore latente di vaporizzazione dell'acqua vale  $K_v = 2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$ , determinare, nel passaggio dallo stato iniziale  $i$  allo stato finale  $f$ :

a) Il calore  $Q$  che viene fornito al sistema:

i)  $Q = \underline{m K_v}$

ii)  $Q = \underline{1,81 \cdot 10^6 \text{ J}}$

b) Il lavoro  $L$  compiuto dal sistema contro le forze esterne:

i)  $L = \underline{-p \Delta V}$

ii)  $L = \underline{-1,42 \cdot 10^5 \text{ J}}$

c) La variazione  $\Delta E_{int}$  di energia interna del sistema:

i)  $\Delta E_{int} = \underline{Q + L}$

ii)  $\Delta E_{int} = \underline{1,67 \cdot 10^6 \text{ J}}$

d) Assumendo che il calore sia stato scambiato in modo reversibile, la variazione  $\Delta S$  di entropia del sistema:

i)  $\Delta S = \underline{\frac{Q}{T}}$

ii)  $\Delta S = \underline{4,85 \cdot 10^3 \text{ J/K}}$

4) Il circuito in figura contiene un generatore di tensione ideale, che mantiene ai suoi capi una differenza di potenziale  $\Delta V = 80 \text{ V}$ , e cinque resistenze, che valgono rispettivamente:

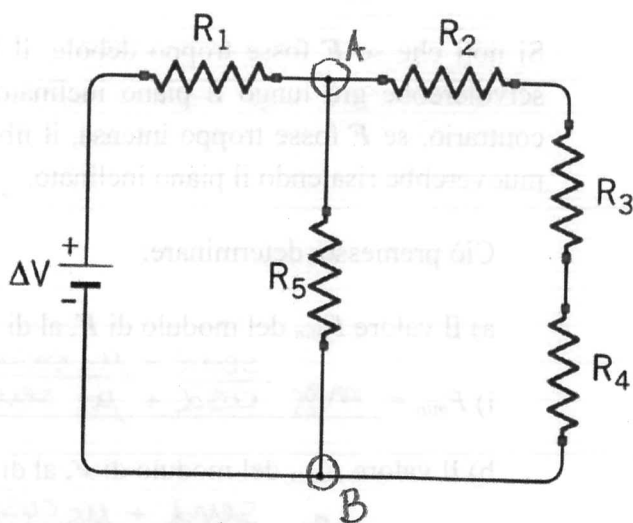
$R_1 = 80 \text{ } \Omega$

$R_2 = R_3 = 10 \text{ } \Omega$

$R_4 = 20 \text{ } \Omega$

$R_5 = 40 \text{ } \Omega$ ,

Calcolare:



a) La resistenza  $R_{eq}$  equivalente a tutte e cinque le resistenze del circuito:

i)  $R_{eq} = \underline{R_1 + R_{eq}^{AB} = R_1 + \frac{R_5}{2}}$

ii)  $R_{eq} = \underline{100 \text{ } \Omega}$

b) Il valore di ciascuna delle correnti  $i_1, i_2, i_3, i_4$  ed  $i_5$ , che attraversa rispettivamente le resistenze  $R_1, R_2, R_3, R_4$  ed  $R_5$ :

i)  $i_1 = \underline{\frac{\Delta V}{R_{eq}}}$

ii)  $i_1 = \underline{0,80 \text{ A}}$

i)  $i_2 = \underline{\quad}$

ii)  $i_2 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_3 = \underline{\quad}$

ii)  $i_3 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_4 = \underline{\quad}$

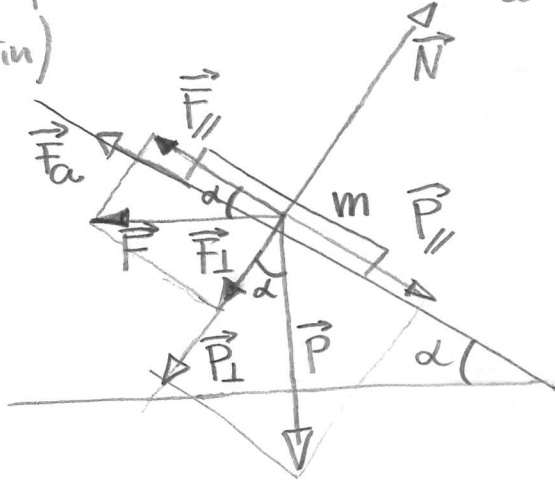
ii)  $i_4 = \underline{0,40 \text{ A}}$

i)  $i_5 = \underline{i_1/2}$

ii)  $i_5 = \underline{0,40 \text{ A}}$

①

a) Studiamo il caso in cui  $\vec{F}$  è appena sufficiente ad impedire che il libro scivoli verso il basso:  
 $(\vec{F} = \vec{F}_{\min})$



$$\begin{aligned} P &= mg \\ P_{\perp} &= mg \cos \alpha \\ P_{\parallel} &= mg \sin \alpha \\ F_{\perp} &= F \sin \alpha \\ F_{\parallel} &= F \cos \alpha \end{aligned}$$

DATI	A	B
m	800g	900g
$\mu_s$	0,20	0,15

In questo caso la forza d'attrito  $\vec{F}_a$ , opponendosi al moto, è orientata lungo il piano inclinato e diretta verso l'alto.

Le forze ortogonali al piano hanno risultante nulla:

$$|\vec{N}| = |\vec{P}_{\perp}| + |\vec{F}_{\perp}| = mg \cos \alpha + F \sin \alpha$$

Da cui l'attrito:

$$|\vec{F}_a| = \mu_s |\vec{N}| = \mu_s (mg \cos \alpha + F \sin \alpha)$$

Affinché anche le forze parallele abbiano risultante nulla, deve essere:

$$|\vec{F}_a| + |\vec{F}_{\parallel}| = |\vec{P}_{\parallel}| \quad \text{(I)}$$

$$\mu_s (mg \cos \alpha + F \sin \alpha) + F \cos \alpha = mg \sin \alpha \quad \text{(II)}$$

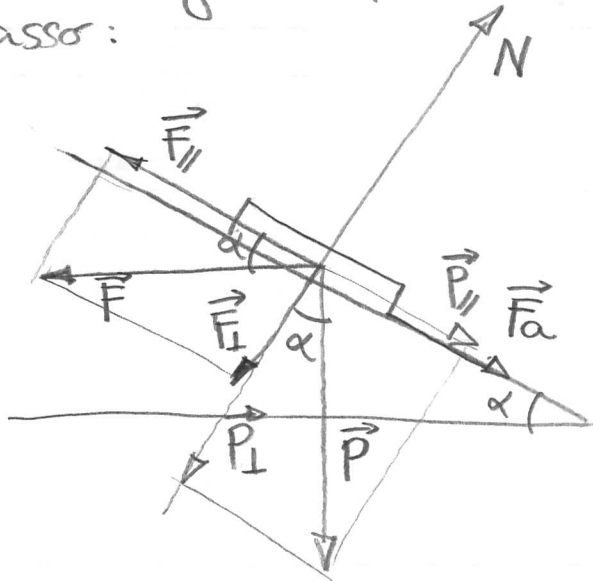
Da cui, isolando i termini in F:

$$F(\mu_s \sin \alpha + \cos \alpha) = mg(\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha)$$

$$F_{\min} = mg \frac{\sin \alpha - \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha + \mu_s \sin \alpha} = mg \frac{1 - \mu_s \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \mu_s}$$

$$= \begin{cases} \text{A} & 0,800 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1 - 0,2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 0,2} = 2,65 \text{ N} \\ \text{B} & 0,900 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1 - 0,15\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 0,15} = 3,47 \text{ N} \end{cases}$$

b) Nel secondo caso,  $\vec{F}$  è così intensa che rischia di far scivolare il libro verso l'alto ( $\vec{F} = \vec{F}_{\max}$ ). La forza d'attrito statico, che si oppone al moto, è orientata lungo il piano inclinato, ma diretta verso il basso:



L'analisi delle forze è analoga a quella fatta in precedenza per il punto a), eccetto per  $\vec{F}_a$  che ha verso opposto. Le equazioni (I) e (II) diventano quindi:

$$|\vec{F}_{\parallel}| = |\vec{P}_{\parallel}| + |\vec{F}_a| \quad (\text{III})$$

$$-|\vec{F}_a| + |\vec{F}_{\parallel}| = |\vec{P}_{\parallel}|$$

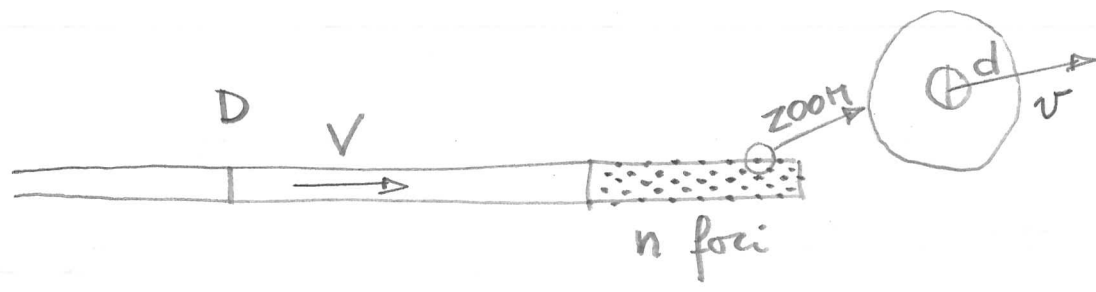
$$-\mu_s (mg \cos \alpha + F \sin \alpha) + F \cos \alpha = mg \sin \alpha \quad (\text{IV})$$

Confrontando la (IV) con la (II) si nota che l'unica differenza è  $(-\mu_s)$  in luogo di  $\mu_s$ . Si ha quindi

$$F_{\max} = mg \frac{\sin \alpha + \mu_s \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu_s \sin \alpha} = mg \frac{1 + \mu_s \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \mu_s}$$

$$= \begin{cases} A & 6,89 \text{ N} \\ B & 7,02 \text{ N} \end{cases}$$

2



DATI	A	B
D	2,0 cm	2,0 cm
V	0,80 $\frac{m}{s}$	1,20 $\frac{m}{s}$
n	48	64
d	1,2	1,6

Per la costanza della portata, la portata  $Q$  del tubo deve essere pari a  $nq$ , con  $q$  portata di ciascun forellino:

$$Q = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot V$$

$$q = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot v$$

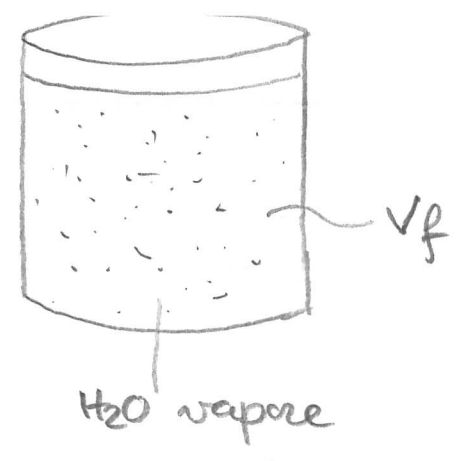
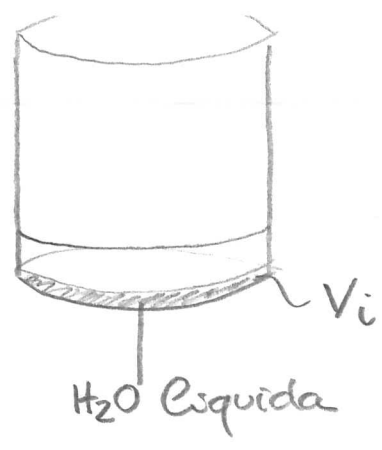
Da  $Q = nq$  si ha:

$$\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 V = n \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 v$$

Da cui  $v = \frac{V}{n} \left(\frac{D}{d}\right)^2$

$$= \begin{cases} A & \frac{0,80 \text{ m/s}}{48} \left(\frac{20 \text{ mm}}{1,2 \text{ mm}}\right)^2 = 4,63 \frac{m}{s} \\ B & \frac{1,20 \text{ m/s}}{64} \left(\frac{20 \text{ mm}}{1,6 \text{ mm}}\right)^2 = 2,93 \frac{m}{s} \end{cases}$$

3



$T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$   
 $p = 1 \text{ atm}$   
 $\quad = 101300 \text{ Pa}$   
 $K_v = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

DATI	A	B
m	1,00	0,80 kg
Vi	1,0	0,8 l
Vf	1,75	1,40 m <sup>3</sup>

a) Il calore Q fornito è quello necessario al passaggio di stato:

$$Q = mK_v = \begin{cases} A & 1,00 \text{ kg} \cdot 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 2,26 \text{ MJ} \\ B & 0,80 \text{ kg} \cdot 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg} = 1,81 \text{ MJ} \end{cases}$$

b) Il lavoro compiuto contro le forze esterne è dovuto alla variazione di volume  $\Delta V = V_f - V_i \cong V_f$

$$L = -p\Delta V = \begin{cases} A & -1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1,75 \text{ m}^3 = -1,77 \cdot 10^5 \text{ J} \\ B & -1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1,40 \text{ m}^3 = -1,42 \cdot 10^5 \text{ J} \end{cases}$$

c) Per il primo principio:

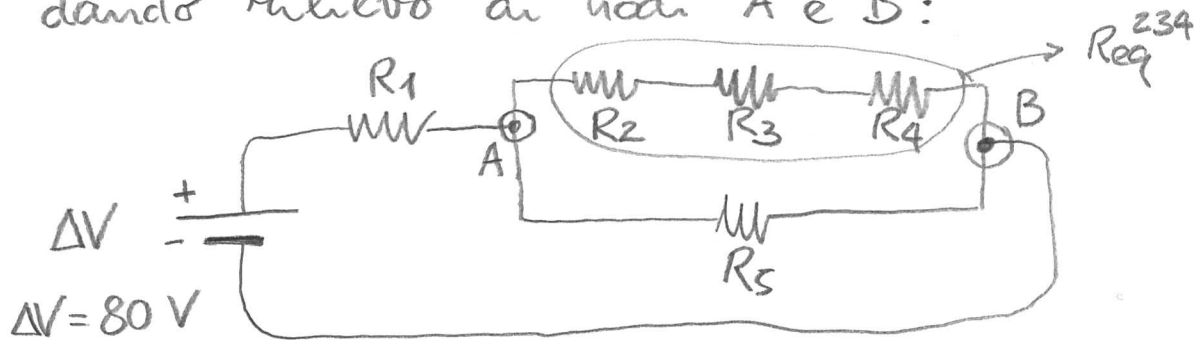
$$\Delta E_{\text{int}} = Q + L = \begin{cases} A & (2,26 - 0,177) \text{ MJ} = 2,08 \text{ MJ} \\ B & (1,81 - 0,142) \text{ MJ} = 1,67 \text{ MJ} \end{cases}$$

d) Poiché la trasformazione avviene a T costante, si ha:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \begin{cases} A & \frac{2,26 \cdot 10^6 \text{ J}}{373 \text{ K}} = 6,06 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K}} \\ B & \frac{1,81 \cdot 10^6 \text{ J}}{373 \text{ K}} = 4,85 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{K}} \end{cases}$$



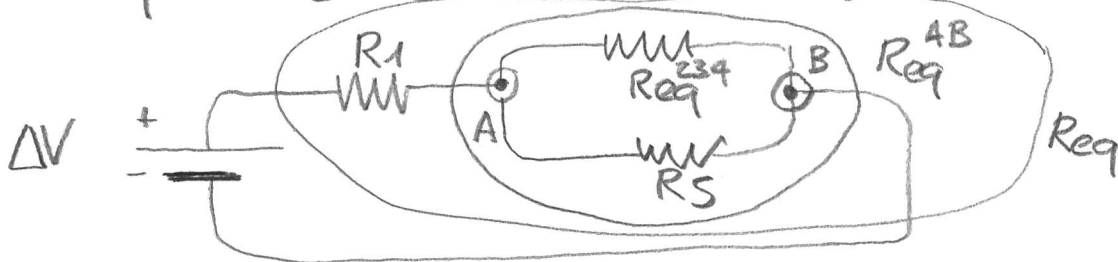
④ Le resistenze  $R_2, R_3$  ed  $R_4$  sono in serie, in quanto attraversate dalla stessa corrente.  <sup>$i_2 = i_3 = i_4$</sup>  Tale serie è in parallelo a  $R_5$ , ed il parallelo a sua volta è in serie rispetto a  $R_1$ . Tali considerazioni possono essere rese più evidenti ridisegnando il circuito dando rilievo ai nodi A e B:



	A	B
$R_1$	$8R$	
$R_2$	$R$	
$R_3$	$2R$	$R$
$R_4$	$R$	$2R$
$R_5$	$4R$	

Detta  $R = 10 \Omega$  abbiamo i seguenti dati:  
(Sia per il compito A che per il compito B)

$$R_{eq}^{234} = R_2 + R_3 + R_4 = 4R = R_5$$



$$\frac{1}{R_{eq}^{AB}} = \frac{1}{R_{eq}^{234}} + \frac{1}{R_5} = \frac{2}{R_5}, \text{ da cui } R_{eq}^{AB} = \frac{R_5}{2} = 2R$$

Infine:

a)  $R_{eq} = R_1 + R_{eq}^{AB} = 8R + 2R = 10R = 100 \Omega$

b) La corrente che attraversa  $R_1$  è la stessa che attraversa  $R_{eq}$ , ovvero:

$$i_1 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{80V}{100\Omega} = 0,80 A$$

In (A), tale corrente si divide esattamente a metà, in quanto  $R_{eq}^{234} = R_5$ , quindi:

$$i_5 = \frac{i_1}{2} = 0,40 A$$

$$i_2 = i_3 = i_4 = 0,40 A = i_5$$