

Corso di Laurea in LOGOPEDIA

FISICA ACUSTICA

ONDE (ARMONICHE)

Fabio Romanelli

Department of Mathematics & Geosciences

University of Trieste

Email: romanel@units.it

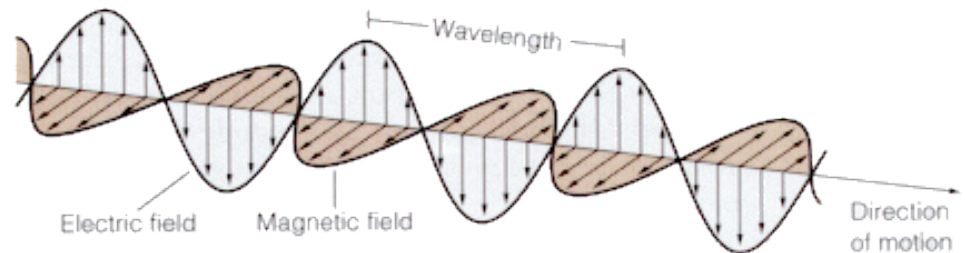
Onde

Le onde ci sono familiari - onde marine, elettromagnetiche - ma sappiamo cos'è un'onda ?



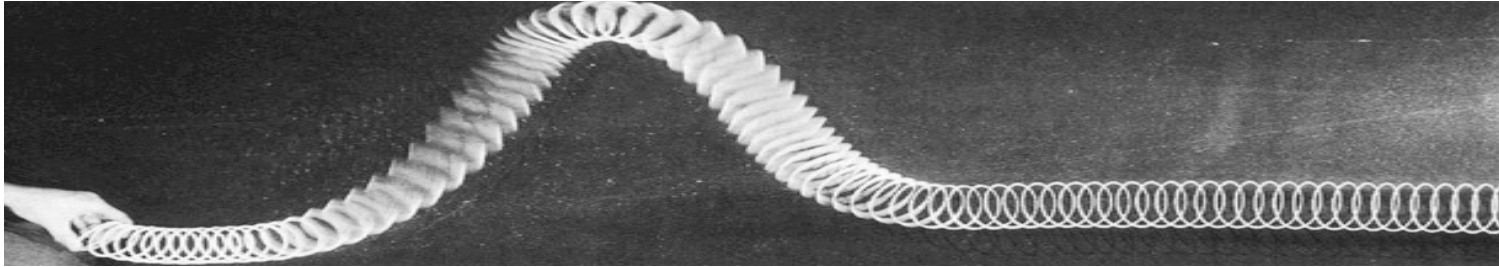
Le onde trasportano energia attraverso lo spazio senza trasportare materia

Ciò che interpretiamo come un'onda è il propagarsi di una perturbazione nel mezzo



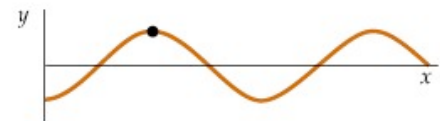
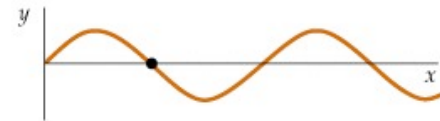
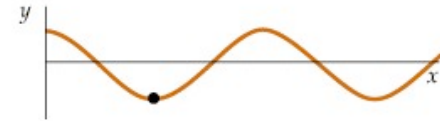
Moto ondoso semplice - 1

Onde Trasversali: la perturbazione è perpendicolare al moto



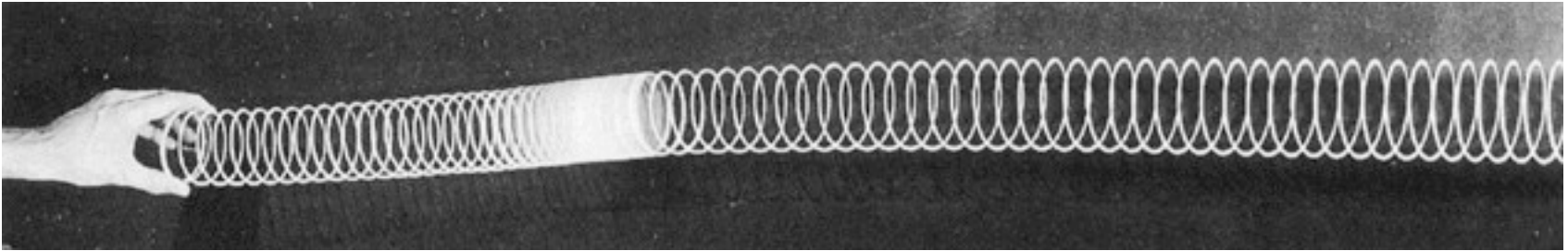
Segmenti del mezzo (corda) si muovono perpendicolari al moto ondoso

Esempi: onde su una corda, onde elettromagnetiche, onde sismiche S



Moto ondoso semplice - 2

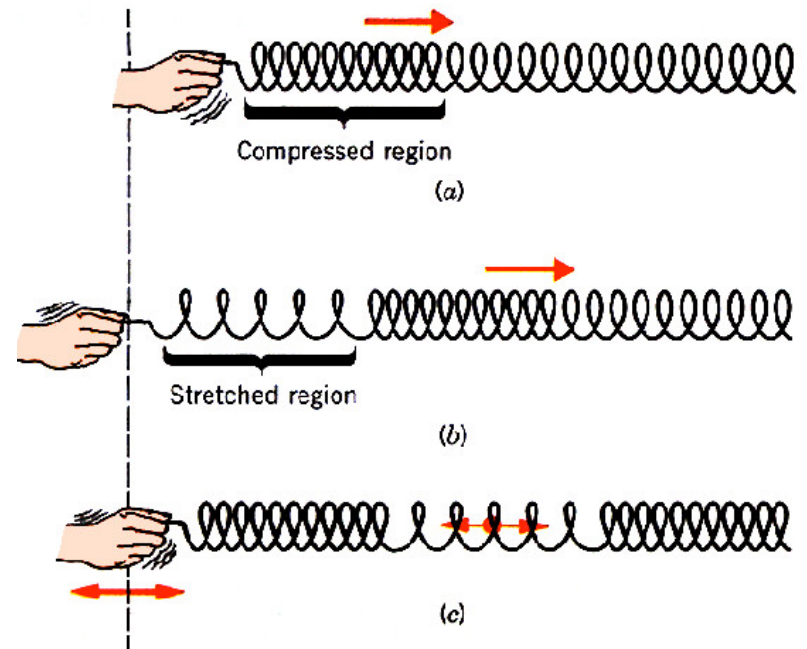
onde longitudinali: la perturbazione è parallela al moto



Segmenti del mezzo si muovono paralleli al moto ondoso

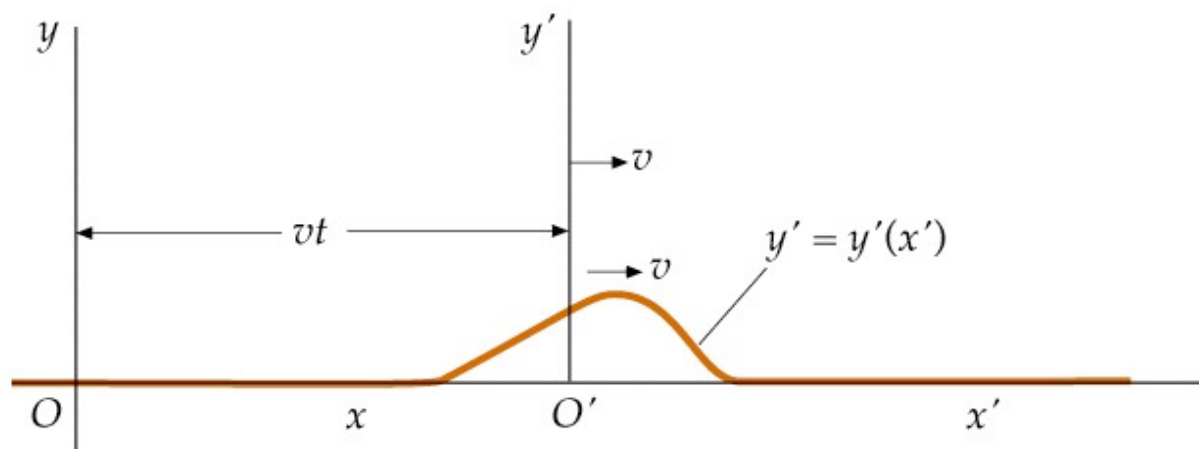
Il mezzo è alternativamente compresso e rarefatto

Esempi: suono nei fluidi, onde sismiche P



La funzione d'onda

Questa è una descrizione matematica di un'onda progressiva



Si consideri un'onda trasversale su di una corda che si muove lungo l'asse x con velocità costante v .

Lo spostamento trasversale della corda è y , massimo = y_m

Ad un certo tempo t più tardi, l'impulso sarà vt più lontano sulla corda, ma la sua forma è invariata

La forma dell'impulso può essere descritta da $y = f(x)$

Se la forma non varia rispetto al tempo, lo spostamento y , per tutti gli istanti successivi rispetto all'origine, come:

$y = f(x - vt)$ per un'onda che si sposta a destra

$y = f(x + vt)$ per un'onda che si sposta a sinistra

Lo spostamento y viene solitamente chiamato

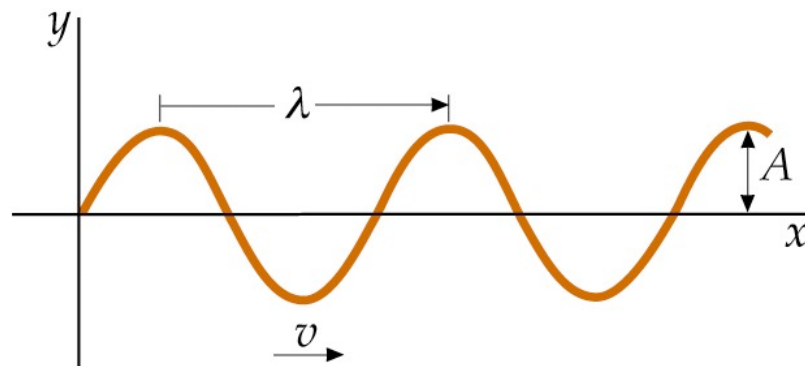
FUNZIONE D'ONDA

e solitamente denotato come $y(x,t)$

Onde armoniche

Un' **onda armonica** ha una forma sinusoidale, e spostamento y all'istante $t=0$

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$



A è l'**ampiezza** dell'onda e λ è la **lunghezza d'onda** (distanza tra due creste)

Se l'onda si muove verso destra con velocità v , la funzione d'onda al tempo t è data da

$$y = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)\right]$$

Periodo, lunghezza d'onda, velocità

Il tempo impiegato per percorrere una lunghezza d'onda è il **periodo** T . La velocità, lunghezza d'onda e periodo sono legati da:

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad ; \quad \lambda = vT$$

$$\therefore y = A \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

La funzione d'onda mostra la natura periodica di y :

ad ogni tempo t , y assume gli stessi valori per x , $x+\lambda$, $x+2\lambda$...

ad ogni x , y assume gli stessi valori per t , $t+T$, $t+2T$

E' conveniente esprimere la funzione d'onda armonica definendo il **numero d'onda k** , e la **frequenza angolare ω**

$$\text{dove } k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\therefore y = A \sin(kx - \omega t)$$

assumendo che lo spostamento sia 0 per $x=0$ e $t=0$. Se ciò non avviene, in generale si ha:

$$y = A \sin(kx - \omega t - \phi)$$

dove ϕ è la **costante di fase** determinata dalle condizioni iniziali.

Onde armoniche - sintesi

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t\right)$$

A è l'ampiezza

λ è la lunghezza d'onda

T è il periodo

$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t)$$

A è l'ampiezza

k è il numero d'onda

$\omega = 2\pi f$, dove f è la frequenza

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Velocità (trasversale)

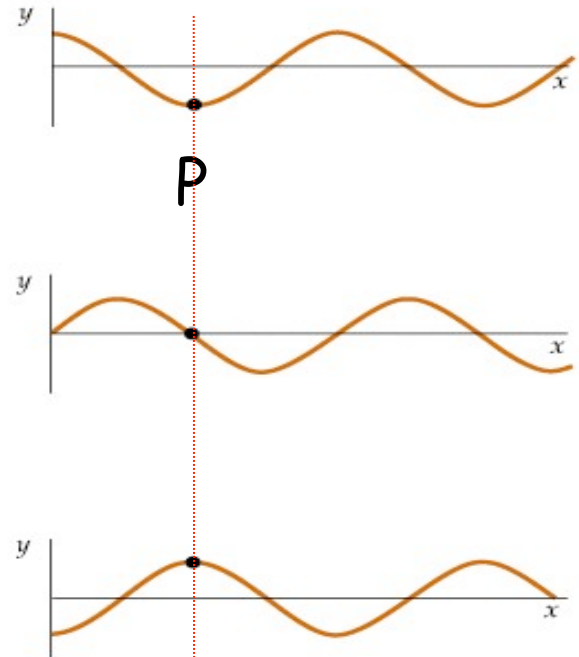
La funzione d'onda può essere usata per descrivere il moto di ogni punto P.

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

Velocità trasversale v_y

$$\begin{aligned} v_y &= \left. \frac{dy}{dt} \right|_{x=\text{costante}} \\ &= \frac{\partial y}{\partial t} \\ &= -\omega A \cos(kx - \omega t) \end{aligned}$$

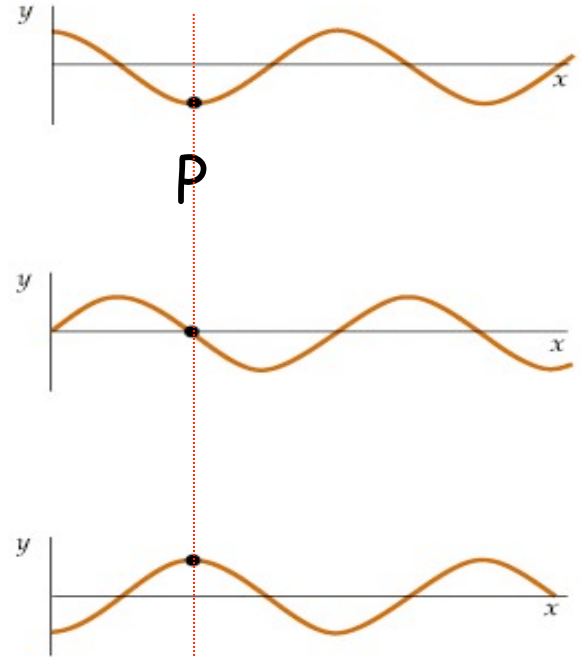
che assume il valore massimo $(v_y)_{\max} = \omega A$ quando $y = 0$



Accelerazione (trasversale)

Accelerazione trasversale a_y

$$\begin{aligned} a_y &= \left. \frac{dv_y}{dt} \right|_{x=\text{costante}} \\ &= \frac{\partial v_y}{\partial t} \\ &= -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \end{aligned}$$



che assume il valore massimo $(a_y)_{\max} = \omega^2 A$ quando $y = -A$

NB: la coordinata x di P è costante

Esempio

Un'onda armonica su di una corda è data da

$$y(x, t) = 10 \sin(2x - 5t)$$

dove l'ampiezza è in mm, k in rad m^{-1} , e ω in rad s^{-1}

- (a) Si determini la velocità e l'accelerazione per ogni elemento della corda.
- (b) Quali sono i valori massimi dell'accelerazione e della velocità?
- (c) Lo spostamento è +ve o -ve per $x=1\text{m}$ e $t=0.2\text{s}$?

(a) Si determini la velocità e l' accelerazione per ogni elemento della corda.

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t) \quad \therefore \quad v_y = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = 10 \sin(2x - 5t)$$

$$\therefore \quad v_y = -5 \times 10 \cos(2x - 5t)$$

$$v_y = -50 \cos(2x - 5t)$$

$$\therefore \quad v_y = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

$$\therefore \quad a_y = -5^2 \times 10 \sin(2x - 5t)$$

$$a_y = -250 \sin(2x - 5t)$$

(b) Quali sono i valori massimi dell' accelerazione e della velocità ?

$$(a_y)_{\max} = \omega^2 A$$

$$(v_y)_{\max} = \omega A$$

$$(a_y)_{\max} = 5^2 \times 10$$

$$(v_y)_{\max} = 5 \times 10$$

$$(a_y)_{\max} = 250 \text{ mms}^{-2}$$

$$(v_y)_{\max} = 50 \text{ mms}^{-1}$$

(c) Lo spostamento è +ve o -ve per $x=1\text{m}$ e $t=0.2\text{s}$?

$$y(1,0.2) = 10 \sin((2 \times 1) - (5 \times 0.2))$$

$$y(1,0.2) = 8.415$$

Lo spostamento è +

Sovrapposizione di onde

Quando due onde si incontrano nello spazio le perturbazioni individuali (rappresentate dalle funzioni d'onda) si sovrappongono addizionandosi.

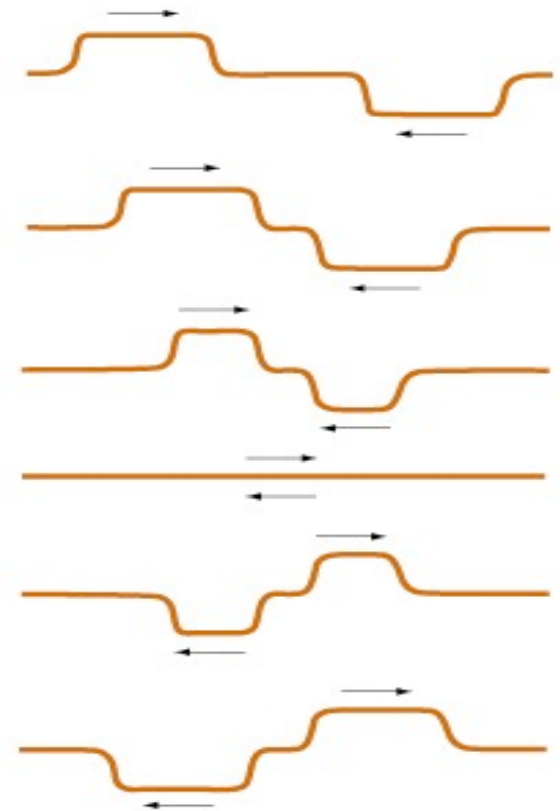
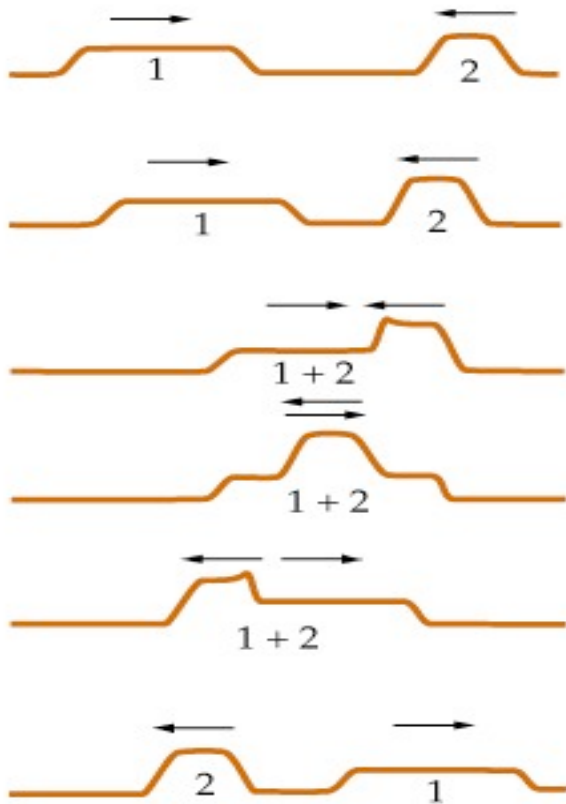
Il principio di sovrapposizione afferma:

Se due o più onde progressive si muovono in un mezzo, la funzione d'onda risultante in ogni punto del mezzo è la somma algebrica delle funzioni d'onda delle onde individuali

Onde che obbediscono a questo principio sono dette

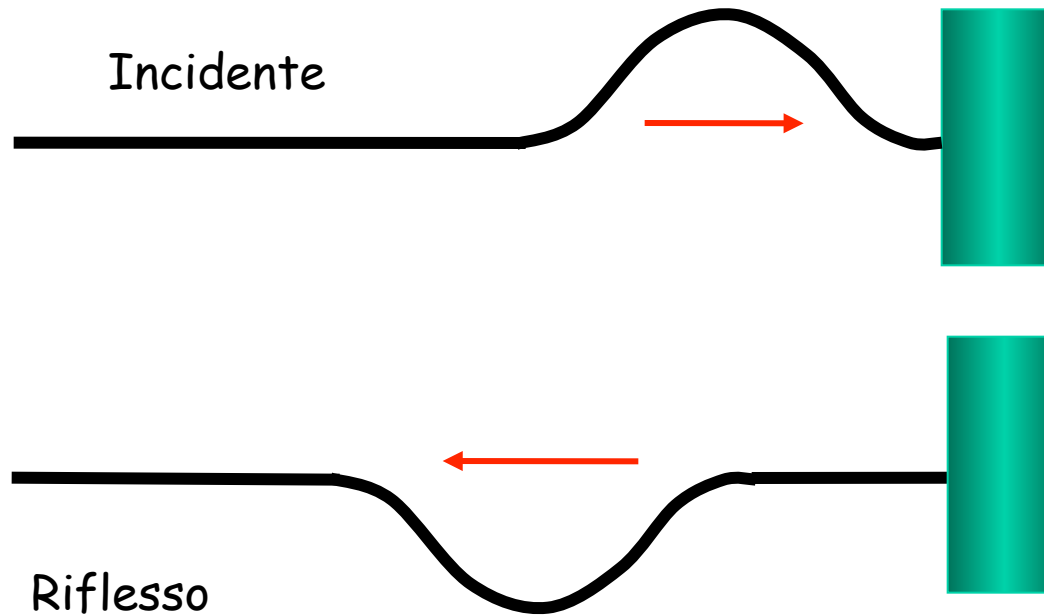
ONDE LINEARI, altrimenti **ONDE NON LINEARI**

Una conseguenza è che due onde progressive in un mezzo passano attraverso l'un l'altra senza essere alterate



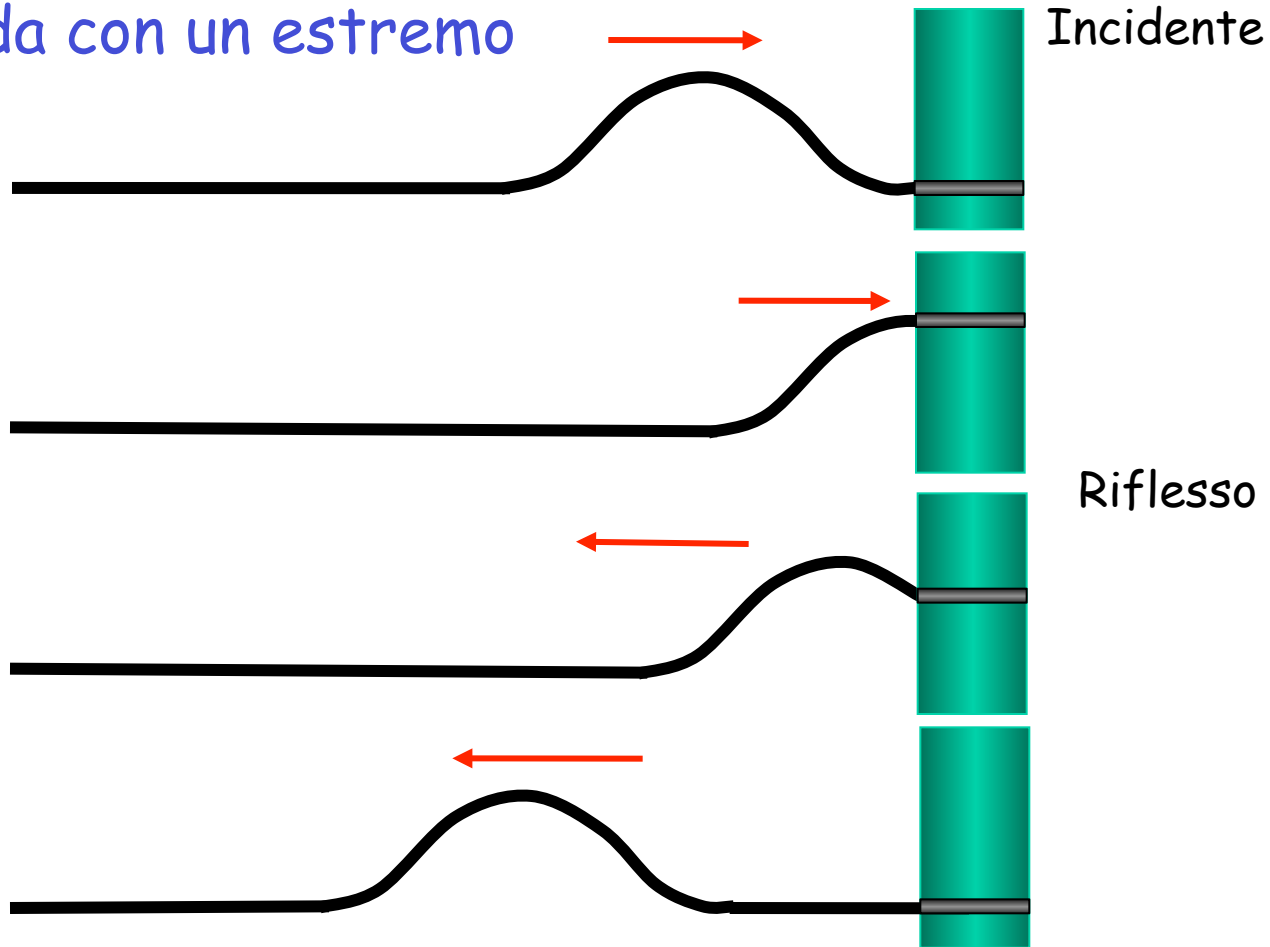
Riflessione di onde progressive

Impulso che si propaga in una corda con un estremo fisso

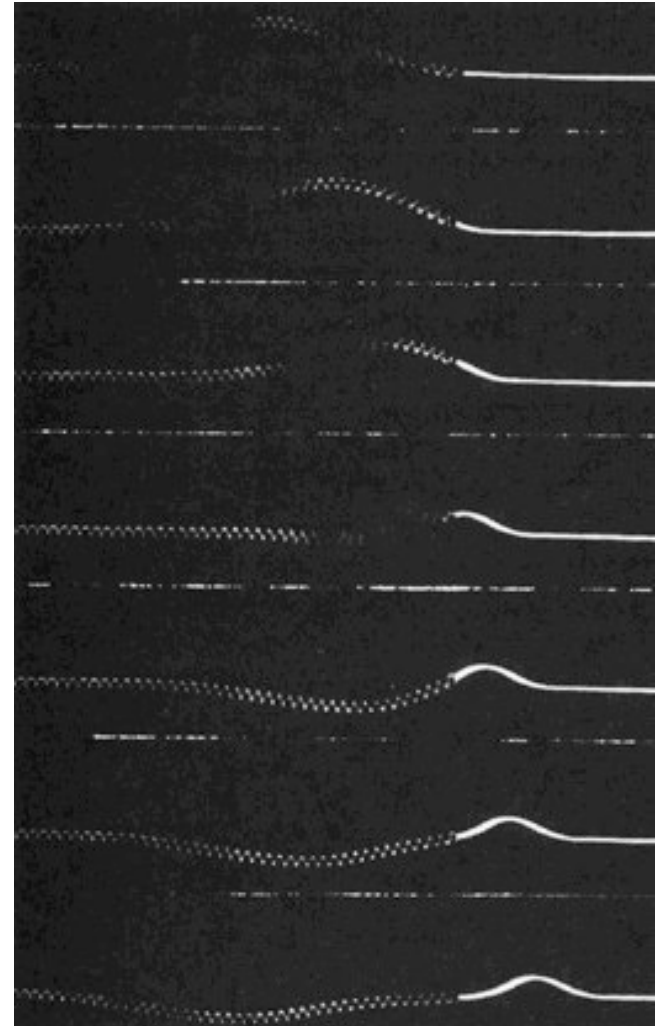
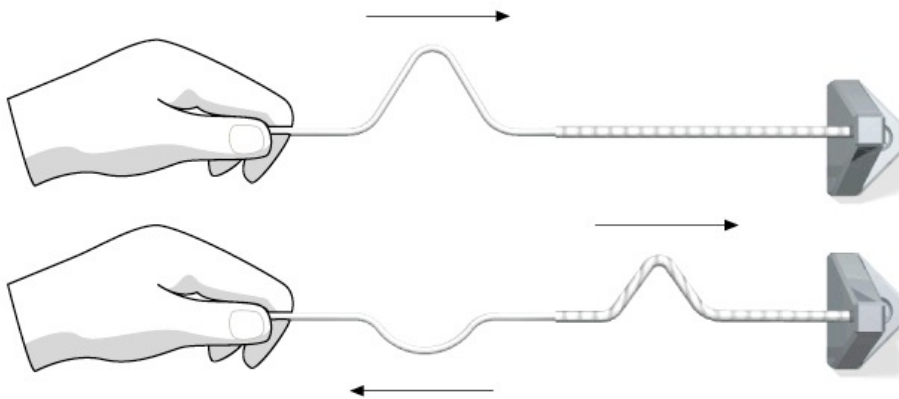


NB. si assume che il muro sia rigido e che l'onda non gli trasmetta alcun disturbo

Impulso che si propaga su di
una corda con un estremo
libero



Impulso che si propaga su di
una corda leggera connessa
con una più pesante



Impulso che si propaga su di
una corda pesante connessa
con una più leggera

