

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 13.09.2022

1. Trovare, se esistono, le soluzioni del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' - 4u = e^{2t} \\ u(0) = 0, \quad u(1) = 0. \end{cases}$$

2. Si stabilisca se convergono le seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 4n + 8}{n^3 - 3n^2 - 5n - 7}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^5 \arctan(n)}{n^7 - 1}.$$

3. Si calcoli l'integrale $\int_E f$, dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 : -1 \leq x \leq 1, x^4 \leq y \leq x^2\},$$

e

$$f(x, y) = x^2 + y.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = 2xyz \, dx + x^2y \, dy + z^2x \, dz,$$

scrivere l'espressione esplicita del suo differenziale esterno. Calcolare poi $\int_{\sigma} d\omega$, possibilmente in due modi diversi, dove $\sigma : [0, 1] \times [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la superficie definita da

$$\sigma(u, v) = (u, v^2, 0).$$