UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica

A.A. 2021/2022 Sessione Autunnale – I Prova Scritta – 09.09.2022

Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....RIGON.... **Nome** ....LUIGI....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Rispondendo ad un'emergenza, un pompiere di massa m = 85 kg, partendo da fermo, scivola giù lungo una pertica da un'altezza h = 4.2 m fino al livello del suolo. Trovare la forza d'attrito esercitata dalla pertica sul pompiere se egli:

a) atterra con una velocità di modulo v_a = 4.0 m/s

i) F_a = $m\left(g - \frac{v_a^2}{2h}\right)$ ii) F_a = 670 N

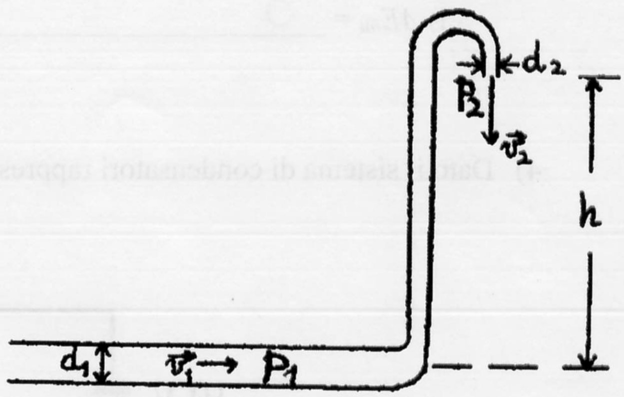
b) atterra con una velocità dimezzata rispetto al punto precedente

i) F_b = $m\left(g - \frac{v_b^2}{2h}\right)$ ii) F_b = 790 N

2) La fornitura idrica di un edificio viene effettuata da una tubazione principale (orizzontale) di diametro d_1 = 4.8 cm.

La tubazione alimenta un rubinetto, che ha una bocca di uscita di diametro d_2 = 1.8 cm, e che si trova a un'altezza h = 3.5 m sopra la tubazione principale (vedi figura – non in scala).

La portata in volume del rubinetto Q è tale che una vasca di V = 200 L (litri) viene riempita in un tempo Δt = 340 s.



Determinare:

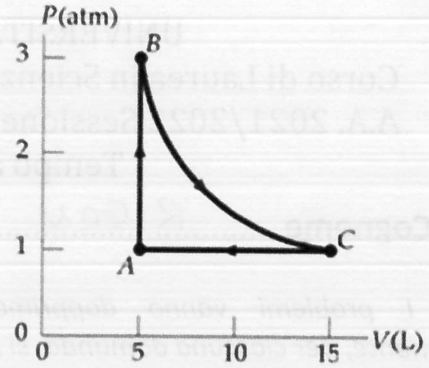
a) il modulo v_2 della velocità dell'acqua in uscita dal rubinetto

i) v_2 = $\frac{Q}{\pi r_2^2}$ ii) v_2 = 2,3 m/s

a) La sovrapessione Δp (ovvero la pressione aggiuntiva oltre alla pressione atmosferica) misurata nella tubazione principale.

i) Δp = $\rho\left\{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\pi^2}\left[\frac{1}{r_2^4} - \frac{1}{r_1^4}\right] + gh\right\}$ ii) Δp = $3{,}7 \cdot 10^4$ Pa

3) Un gas perfetto monoatomico occupa nello stato A un volume V_A = 5.00 L (litri) a pressione atmosferica, alla temperatura T_A = 300 K. Esso è riscaldato a volume costante fino allo stato B a pressione p_B = 3.00 atm. Poi si espande isotermicamente fino allo stato C a pressione p_C = 1 atm, ed infine è compresso isobaricamente fino allo stato iniziale A (vedi figura a lato).



Calcolare:

a) Il numero di moli n di cui è costituito il gas

i) $n = \frac{p_A V_A}{R T_A}$ ii) n= 0,203 mol

b) Il valore assunto dalle variabili termodinamiche (p, V, T) nei punti B e C. In particolare:

i) $T_B = \frac{3 p_A V_A}{nR} = 3T_A$ ii) T_B = 900 K

i) $T_C = T_B$ ii) T_C = 900 K

i) $V_C = \frac{nR3T_A}{p_A} = 3V_A$ ii) V_C = 15 ℓ

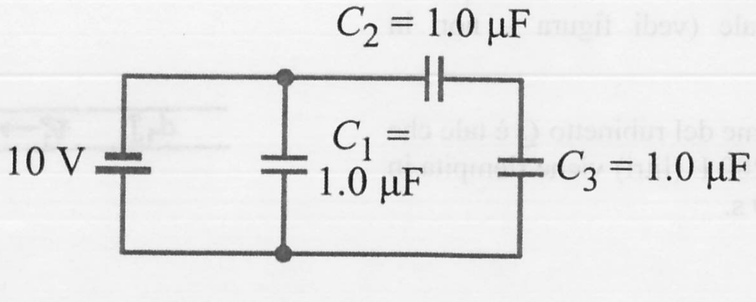
c) La quantità di calore scambiato Q, il lavoro comiputo L e la variazione di energia interna ΔE_{int} *nell'intero ciclo* termodinamico:

i) $Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$ ii) Q = +657 J

i) $L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA}$ ii) L = −657 J

i) ΔE_{int} = 0 ii) ΔE_{int} = 0

4) Dato il sistema di condensatori rappresentato in figura, determinare:



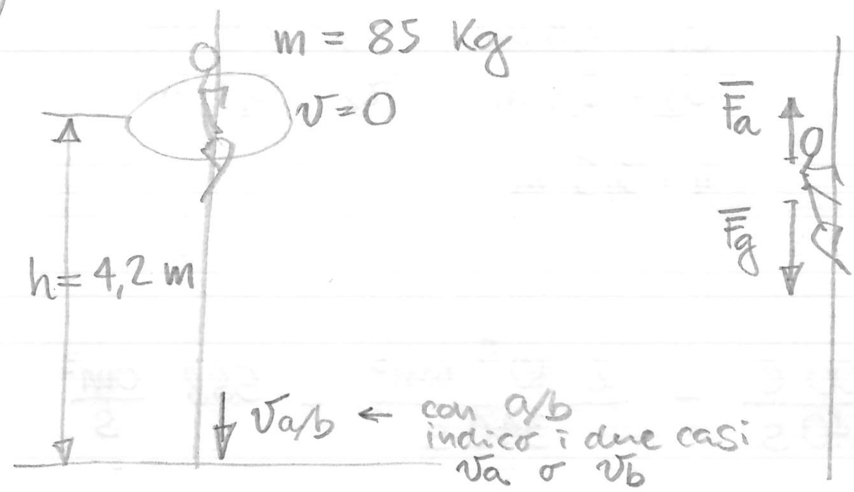
a) La capacità C_{eq} equivalente all'intero sistema di condensatori C_1, C_2 e C_3

i) $C_{eq} = \frac{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}{C_2 + C_3}$ ii) C_{eq} = 1,5 μF

b) La differenza di potenziale ΔV_3 ai capi del condensatore C_3.

i) $\Delta V_3 = \frac{1}{2}\Delta V$ ii) ΔV_3 = 5,0 V

1



Notiamo innanzitutto che in assenza di attrito si avrebbe:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 4{,}2\,m} \cong 9\ m/s$$

a) L'attrito rallenta il pompiere perché si oppone alla forza peso. Il lavoro dell'attrito è $\mathcal{L}_a = -F_a \cdot h$

il lavoro della forza peso è $\mathcal{L}_g = mgh$

Il teorema lavoro - energia dice che: $\mathcal{L} = \Delta K$

$$\mathcal{L}_a + \mathcal{L}_g = \Delta K$$

$$-F_a h + mgh = \frac{1}{2} m v_a^2$$

$$F_a = mg - \frac{1}{2} m v_a^2 \cdot \frac{1}{h}$$

$$F_a = m\left(g - \frac{v_a^2}{2h}\right)$$

$$F_a = 85\,kg\left(9{,}8\,\frac{m}{s^2} - \frac{16}{8{,}4}\,\frac{m}{s^2}\right) = 671\ N$$

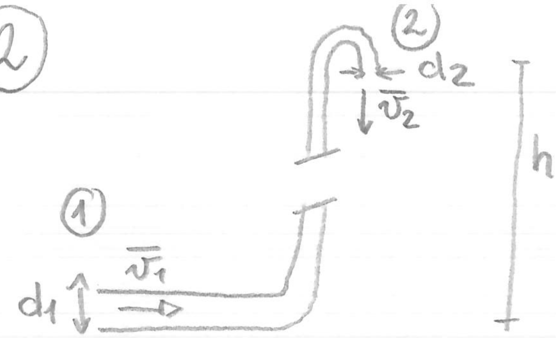
b) Cambia solo il valore numerico:

$$F_b = m\left(g - \frac{v_b^2}{2h}\right)$$

$$= 85\,kg\left(9{,}8\,\frac{m}{s^2} - \frac{4}{8{,}4}\,\frac{m}{s^2}\right) = 793\ N$$

Nota: in entrambi i casi F_a e F_b sono poco meno intense della forza peso $mg = 85\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 833\ N$

2



$d_1 = 4{,}8\ cm \qquad r_1 = 2{,}4\ cm$

$d_2 = 1{,}8\ cm \qquad r_2 = 0{,}9\ cm$

$h = 3{,}5\ m$

Calcoliamo $Q = \frac{200\ \ell}{340\ s} = \frac{2\cdot 10^5\ cm^3}{340\ s} = 588\ \frac{cm^3}{s}$

a) $Q = S_2 v_2$

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{Q}{\pi r_2^2} = \frac{588\ \frac{cm^3}{s}}{\pi (0{,}9\ cm)^2} = 231\ \frac{cm}{s} = 2{,}31\ \frac{m}{s}$$

b) Si applica il teorema di Bernoulli tra 1 e 2.

Si nota che $p_2 = p_0 = 1\ atm$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h + p_2 \qquad \text{con } v_1 = \frac{Q}{\pi r_1^2}$$

con $\Delta p = p_1 - p_0 = p_1 - p_2$, quindi

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$$

$$= \rho\left\{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{Q}{\pi r_2^2}\right)^2 - \left(\frac{Q}{\pi r_1^2}\right)^2\right] + gh\right\}$$

$$= \rho\left\{\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\pi^2}\left[\frac{1}{r_2^4} - \frac{1}{r_1^4}\right] + gh\right\}$$

$$= 1\ \frac{g}{cm^3}\left\{\frac{1}{2}\ \frac{588^2}{3{,}14^2}\ \frac{cm^{\cancel{6}\,2}}{s^2}\left[\frac{1}{0{,}9^4} - \frac{1}{2{,}4^4}\right]\frac{1}{\cancel{cm^4}} + 980\ \frac{cm}{s^2}\cdot 350\ cm\right\}$$

$$= \frac{g}{cm^3}\ \frac{cm^2}{s^2}\cdot\left\{3{,}69\cdot 10^5\right\} = 3{,}69\cdot 10^4\ Pa$$

$1\ g\frac{cm}{s^2} = 1\ \text{dina} = 10^{-5}\ N$

$1\ cm^2 = (10^{-2}\ m)^2 = 10^{-4}\ m^2$

$10^{-1}\ Pa$

(3) $V_A = 5\ \ell$

$T_A = 300\ K$

$p_A = 1\ atm$

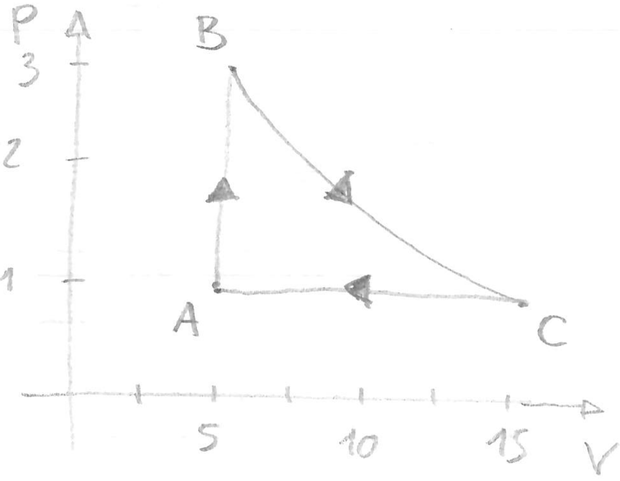
$V_B = V_A$

$T_B = ?$

$p_B = 3\ atm = 3p_A$

$T_C = T_B$

$p_C = 1\ atm = p_A$



a) In A conosciamo p_A, V_A e T_A. Ricordando $R = 0{,}082 \frac{\ell\, atm}{mol\, K}$

si ha: $n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = \frac{5\ \ell\, atm}{0{,}082 \frac{\cancel{\ell\, atm}}{mol\, \cancel{K}} \cdot 300\ \cancel{K}} = 0{,}203\ mol$

b) $T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{3p_A V_A}{nR} = 3T_A = 900\ K$

$T_C = T_B = 900\ K$

$V_C = \frac{nRT_C}{p_C} = \frac{nR\,3T_A}{p_A} = 3V_A = 15\ \ell$

c) Per quanto riguarda E_{int}, che è una funzione di stato, si può dire subito che, nell'intero ciclo, $\Delta E_{int} = 0$
Q ed L invece non sono funzioni di stato, quindi si devono valutare i contributi di ciascuna trasformazione

$A \to B$ isocora $\Rightarrow$ $L_{AB} = 0$

$Q_{AB} = n C_V \Delta T = n \frac{3}{2} R (T_B - T_A)$

$= 0{,}203\ mol\ \frac{3}{2}\ 8{,}314 \frac{J}{\cancel{K}\, mol} \cdot 600\ \cancel{K}$

$Q_{AB} = 1520\ J$

(il segno + indica calore assorbito dal sistema)

$B \to C$ Isoterma $\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = -L_{BC}$

$$L_{BC} = -\int_B^C p\,dV = -\int_B^C \frac{nRT_B}{V}\,dV = -nRT_B \int_B^C \frac{dV}{V}$$

$$= -nRT_B \ln\frac{V_C}{V_B} = -0{,}203\,\cancel{mol}\;8{,}314\,\frac{J}{\cancel{K}\,\cancel{mol}}\cdot 900\,\cancel{K}\,\ln 3$$

$$= -1669\ J$$

(il segno negativo indica lavoro fatto dal sistema)

$Q_{BC} = 1669\ J$

(il segno positivo indica calore assorbito dal sistema)

$C \to A$ Isobara

$$L_{CA} = -p\Delta V = -101300\ Pa\,(-10\cdot 10^{-3}\,m^3) = +1013\ J$$

(il segno positivo indica lavoro fatto sul sistema)

$$Q_{CA} = nc_p\Delta T = n\,\frac{5}{2}R\,(T_A - T_C) = 0{,}203\,\cancel{mol}\,\frac{5}{2}\,8{,}314\,\frac{J}{\cancel{K}\,\cancel{mol}}\,(-600\,\cancel{K})$$

$$= -2532\ J$$

(il segno negativo indica calore ceduto dal sistema)

Valutando quindi Q ed L sull'intero ciclo:

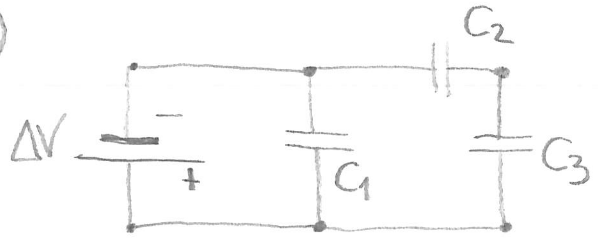
$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 1520\ J + 1669\ J - 2532\ J = +657\ J$$

$$L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = 0 - 1669\ J + 1013\ J = -656\ J$$

Nota: in teoria la somma $Q + L$ dovrebbe essere 0; qui la leggera differenza di 1 J è dovuta alle approssimazioni numeriche.

Nota 2: In alternativa, si poteva calcolare solo Q (o L) e ricordare poi che sul ciclo intero $L = -Q$

(4)



$C_1 = C_2 = C_3 = 1\,\mu F$

$\Delta V = 10\ V$

a) C_2 e C_3 sono in serie; la serie $C_2 + C_3$ è in parallelo con C_1. Quindi:

$$C_{eq} = C_1 + \left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

$$= \frac{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}{C_2 + C_3} = \frac{3\,(\mu F)^2}{2\,\mu F} = \frac{3}{2}\,\mu F = 1{,}5\,\mu F$$

b) Ai capi di C_1 si trova ΔV, quindi $\Delta V_1 = \Delta V$.
La stessa ΔV si trova ai capi della serie $C_2 + C_3$.
La carica Q_2 su C_2 è la stessa Q_3 su C_3.

Pertanto:

$$\Delta V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \qquad \text{ma } Q_2 = Q_3 \text{ e } C_2 = C_3 \quad \text{quindi } \Delta V_2 = \Delta V_3$$

$$\Delta V_3 = \frac{Q_3}{C_3}$$

Infine $\Delta V_2 + \Delta V_3 = \Delta V_1 = \Delta V = 10\,V$

quindi

$$\Delta V_2 = \frac{1}{2}\Delta V = 5V$$

$$\Delta V_3 = \frac{1}{2}\Delta V = 5V$$