SALARI E ONERI COLLETTIVI

<u>Obiettivo</u>: valutare i valori medi dei salari e degli oneri ai fini della determinazione del premio negli usuali sistemi finanziari di gestione.

In 0, <u>epoca di valutazione</u> in cui si osserva la collettività, sono noti:

$\ell^{1(0)}(x,t)$ per ogni età x e per ogni antidurata t

$\ell^{k(0)}(x,t,\tau)$ per k=2, 3, 4, 5, per ogni età x e per ogni antidurata t e τ

${}^{k}\ell^{6(0)}(x,t,\tau,\eta)$ per k=2, 3, 4, per ogni età x e per ogni antidurata t, τ e η

$\nu_x^{1(m)}$ numeri certi di nuovi ingressi per ogni età x e per ogni epoca m

$s_{t+1}^{(m)}$ salari degli attivi con anzianità t all'epoca m, per ogni t e per ogni epoca m

$r_t^{(m)}$ importi delle pensioni dirette all'epoca m, per individui pensionati con anzianità assicurativa t, per ogni t e per ogni m

$\psi(y+z,z)$ aliquote per i nuclei superstiti, per ogni età y ed anzianità z

Sono inoltre dati:

- le probabilità di eliminazione dai vari gruppi
- il fattore di attualizzazione annuo $\mathrm{v} = (1 + \mathrm{i})^{-1}$

<u>Obiettivo</u>: calcolare il valore dei salari di opportune collettività di attivi ed il valore degli oneri di opportune collettività di pensionati in una generica epoca m

A. valore medio dei salari percepiti all'epoca m dalla collettività degli attivi presenti all'epoca m; valore medio degli oneri erogati all'epoca m alla collettività dei pensionati presenti all'epoca m

B. valore attuale medio degli oneri che verranno pagati dall'epoca m in poi alla collettività di coloro che diventano nuovi pensionati diretti o indiretti all'epoca m ed ai loro nuclei superstiti

C. valore attuale medio dei salari che saranno percepiti dall'epoca m in poi dalla collettività degli attivi che entrano in assicurazione all'epoca m; valore attuale medio degli oneri pagati ai pensionati che da essi deriveranno

CASO A:

Valore medio dei salari percepiti all’epoca m dalla collettività degli attivi presenti all’epoca m

Sia

$\mathcal{S}_{x,t}^{(m)}$ il valore medio dell’ammontare totale dei salari che saranno percepiti all’epoca m dagli attivi di età x+t, con anzianità di assicurazione t

Indicato con

$\ell^{1(m)}(x,t)$ il numero medio di individui presenti nel gruppo degli attivi …

Si ha

$$\mathcal{S}_{x,t}^{(m)} = \ell^{1(m)}(x,t)\ s_{t+1}^{(m)}$$

Siano

$\mathcal{S}_x^{(m)}$ il valore medio dell'ammontare totale dei salari che saranno percepiti all'epoca m da tutti gli attivi entrati in assicurazione all'età x

si ha $\mathcal{S}_x^{(m)} = \sum_{t=0}^{\xi-1-x} \mathcal{S}_{x,t}^{(m)}$

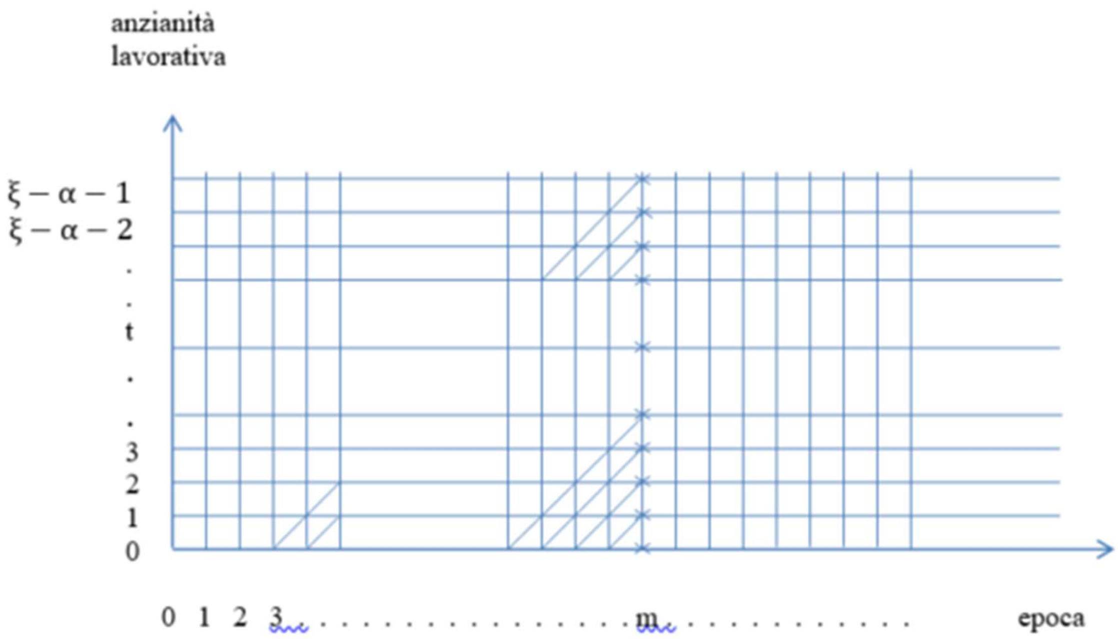
${}_t\mathcal{S}^{(m)}$ il valore medio dell'ammontare totale dei salari che saranno percepiti all'epoca m da tutti gli attivi con anzianità lavorativa t

si ha ${}_t\mathcal{S}^{(m)} = \sum_{x=\alpha}^{\xi-1-t} \mathcal{S}_{x,t}^{(m)}$

$\mathcal{S}^{(m)}$ il valore medio dell'ammontare totale dei salari che saranno percepiti all'epoca m da tutti gli attivi

si ha $\mathcal{S}^{(m)} = \sum_{x=\alpha}^{\xi-1} \mathcal{S}_x^{(m)} = \sum_{t=0}^{\xi-1-\alpha} {}_t\mathcal{S}^{(m)}$

Rappresentazione sul diagramma di Lexis



$$\mathcal{S}^{(m)} = \sum_{t=0}^{\xi-1-\alpha} {}_t\mathcal{S}^{(m)}$$

Al nodo (m, t) si associa l'importo ${}_t\mathcal{S}^{(m)}$

Le linee diagonali evidenziano l'epoca di ingresso nel gruppo degli attivi dei lavoratori a cui corrisponde l'importo ${}_t\mathcal{S}^{(m)}$, entrati al tempo $m - t$;
in generale la prima di queste epoche è l'epoca $m - (\xi - 1 - \alpha)$ e l'ultima è l'epoca m stessa.

La figura fa riferimento al caso in cui $m > \xi - 1 - \alpha$.

Valore medio degli oneri erogati all'epoca m alla collettività dei pensionati presenti all'epoca m

Siano

${}^{k}\overline{\theta}_{x,t,\tau}^{(m)}$ per k = 2, 3, 4, il valore medio del totale degli oneri dell'epoca m per le pensioni di invalidità, di vecchiaia e per altre cause relative a pensionati che all'epoca m hanno anzianità di pensionamento τ, hanno maturato anzianità lavorativa t e sono entrati in assicurazione all'età x

Indicato con

$\ell^{k(m)}(x, t, \tau)$ il numero medio di pensionati del gruppo k …

si ha

$${}^{k}\overline{\theta}_{x,t,\tau}^{(m)} = \ell^{k(m)}(x, t, \tau)\, r_t^{(m)} \qquad \text{per } k = 2, 3, 4$$

Siano

${}^{k}\overline{\theta}_{x,t,\tau}^{(m)}$ per k = 5, valore medio del totale degli oneri dell'epoca m per le pensioni ai nuclei superstiti di attivi che all'epoca m hanno anzianità di pensionamento τ, derivanti da attivi entrati in assicurazione all'età x e con anzianità lavorativa t

Indicato con

$\ell^{5(m)}(x, t, \tau)$ il numero medio di nuclei superstiti di attivo …

si ha

$$ {}^{5}\overline{\theta}_{x,t,\tau}^{(m)} = \ell^{5(m)}(x, t, \tau)\psi(x + t + \tau, \tau)\, r_t^{(m)} $$

Siano

${}^{(k,6)}\overline{\Theta}_{x,t,\tau,\eta}^{(m)}$ per k = 2, 3, 4, il valore medio del totale degli oneri dell'epoca m per le pensioni ai nuclei superstiti di pensionati che all'epoca m hanno anzianità di pensionamento η derivanti da attivi entrati in assicurazione all'età x, hanno maturato anzianità lavorativa t, che sono stati in pensione nel gruppo k per τ anni e poi sono deceduti

Indicato con

${}^{k}\ell^{6(m)}(x,t,\tau,\eta)$ il numero medio di nuclei superstiti di pensionato del gruppo k …

si ha

$$ {}^{(k,6)}\overline{\Theta}_{x,t,\tau,\eta}^{(m)} = {}^{k}\ell^{6(m)}(x,t,\tau,\eta)\psi(x+t+\tau+\eta,\eta)\, r_t^{(m)} $$

${}^{k}\overline{\theta}_x^{(m)}$ per k = 2, 3, 4, 5, il valore medio dell'ammontare totale degli oneri all'epoca m per i pensionati del gruppo k che derivano da attivi entrati in assicurazione all'età x

si ha $${}^{k}\overline{\theta}_x^{(m)} = \sum_{t=1}^{\xi-x} \sum_{\tau=0}^{\omega_k-1-(x+t)} {}^{k}\overline{\theta}_{x,t,\tau}^{(m)}$$

${}^{(k,6)}\overline{\theta}_x^{(m)}$ il valore medio dell'ammontare totale degli oneri da erogare all'epoca m ai nuclei superstiti di pensionati del gruppo k, k=2, 3, 4, che derivano da attivi entrati in assicurazione all'età x

si ha $${}^{(k,6)}\overline{\theta}_x^{(m)} = \sum_{t=1}^{\xi-x} \sum_{\tau=1}^{\omega_k-(x+t)} \sum_{\eta=0}^{\omega_6-1-(x+t+\tau)} {}^{(k,6)}\overline{\theta}_{x,t,\tau,\eta}^{(m)} .$$

Il valore medio dell'ammontare totale degli oneri da erogare all'epoca m ai pensionati che derivano da attivi entrati in assicurazione all'età x è allora:

$$\overline{\theta}_x^{(m)} = \sum_{k=2}^{4} {}^{k}\overline{\theta}_x^{(m)} + {}^{5}\overline{\theta}_x^{(m)} + \sum_{k=2}^{4} {}^{(k,6)}\overline{\theta}_x^{(m)}.$$

Sia

$\overline{\theta}^{(m)}$ valore medio dell'ammontare totale degli oneri da erogare all'epoca m ai pensionati

si ha $\overline{\theta}^{(m)} = \sum_{x=\alpha}^{\xi-1} \overline{\theta}_x^{(m)}$.

Sia

${}_s\overline{\theta}^{(m)}$ il valore medio dell'ammontare totale degli oneri all'epoca m relativi a pensionati con s anni di anzianità di pensionamento

essendo <u>l'anzianità di pensionamento</u>

- il numero di anni di anzianità di pensionamento dall'epoca del pensionamento per i pensionati diretti: $s = 0, 1, \dots, \omega_k - 1 - (\alpha + 1)$ k=2, 3, 4
- il numero di anni di anzianità di pensionamento a partire dall'epoca della morte del dante causa per i pensionati indiretti: $s = 0, 1, \dots, \omega_5 - 1 - (\alpha + 1)$
- la somma dell'anzianità del dante causa e di quella del nucleo superstite: $s = 1, \dots, \omega_6 - 1 - (\alpha + 1)$

Risulta allora

$$ {}_0\overline{\theta}^{(m)} = \sum_{k=2}^{5} \sum_{x=\alpha}^{\xi-1} \sum_{t=1}^{\xi-x} {}^{k}\overline{\theta}_{x,t,0}^{(m)} $$

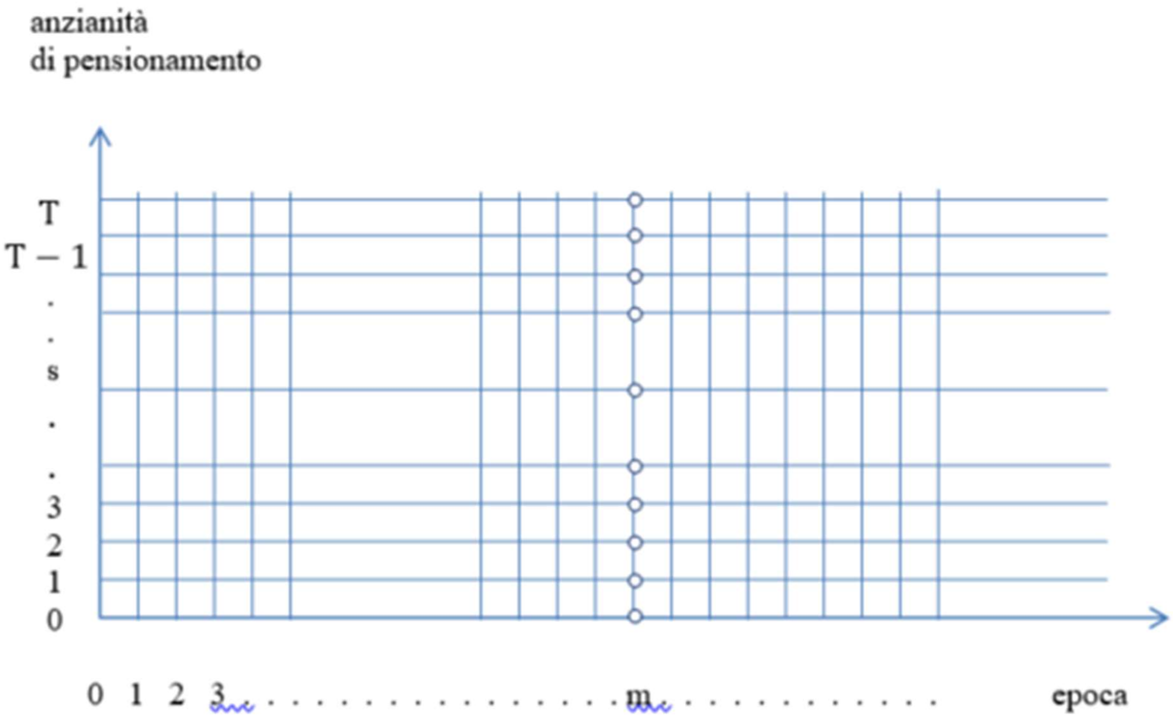
invece, per $s = 1, \ldots, \omega_6 - 1 - (\alpha + 1)$ si ha

$$ {}_s\overline{\theta}^{(m)} = \sum_{k=2}^{5} \sum_{x=\alpha}^{\xi-1} \sum_{t=1}^{\xi-x} {}^{k}\overline{\theta}_{x,t,s}^{(m)} + \sum_{k=2}^{4} \sum_{x=\alpha}^{\xi-1} \sum_{t=1}^{\xi-x} \sum_{\tau=1}^{\min\{s,\omega_k-(x+t)\}} {}^{(k,6)}\overline{\theta}_{x,t,\tau,s-\tau}^{(m)} $$

Si ottiene allora

$$ \overline{\theta}^{(m)} = \sum_{s=0}^{\omega_6-1-(\alpha+1)} {}_s\overline{\theta}^{(m)}. $$

Rappresentazione sul diagramma di Lexis



$$\overline{\theta}^{(m)} = \sum_{s=0}^{\omega_6-1-(\alpha+1)} {}_s\overline{\theta}^{(m)}$$

Al nodo (m, s) si associa l'importo ${}_s\overline{\theta}^{(m)}$

Le linee diagonali evidenziano l'epoca di pensionamento a cui corrisponde l'importo ${}_s\overline{\theta}^{(m)}$, quindi per pensionati al tempo $m - s$;
in generale la prima di queste epoche è l'epoca $m - T$, con $T = \omega_6 - 1 - (\alpha + 1)$.

La figura fa riferimento al caso in cui $m > T$.