

I COEFFICIENTI DI CAPITALIZZAZIONE

- Premesse
- Valori attuali medi dei salari
- Coefficienti di capitalizzazione relativi agli oneri

PREMESSE

Obiettivo: valutare i valori attuali medi dei salari e degli oneri in ipotesi di condizioni economiche statiche.

Siano

s_{t+1} il salario annuo percepito da un attivo con t anni di anzianità lavorativa

r_t la pensione annua spettante ad un pensionato con t anni di anzianità lavorativa

Consideriamo una collettività suddivisa in gruppi secondo lo schema I.V.S.:

- a : gruppo degli attivi
 - i : gruppo dei pensionati di invalidità
 - v : gruppo dei pensionati di vecchiaia
 - w : gruppo dei pensionati per altre cause
 - F : gruppo dei nuclei superstiti di attivo
 - f : gruppo dei nuclei superstiti di pensionato
- } pensionati diretti
} pensionati indiretti
} pensionati di reversibilità

Premesse

Con riferimento al gruppo degli **attivi**, indichiamo con:

${}^a q_x^i$, ${}^a q_x^v$, ${}^a q_x^w$ le probabilità di eliminazione di un attivo per, rispettivamente, invalidità, vecchiaia e altre cause tra le età x e $x + 1$

${}^a q_x^{dF}$ la probabilità che un attivo deceda tra le età x e $x + 1$ lasciando nucleo superstite

${}^a q_x^d$ la probabilità che un attivo deceda tra le età x e $x + 1$ senza lasciare nucleo superstite

Indichiamo con

${}^a p_x$, ${}_t p_x$ le probabilità di permanenza nella collettività degli attivi dall'età x per, rispettivamente, almeno un anno e almeno t anni

Premesse

Con riferimento ai **pensionati diretti**, siano

- ${}^i q_{[y]+\tau}^d$, ${}^v q_{y+\tau}^d$, ${}^w q_{y+\tau}^d$ le probabilità di decesso di un pensionato, rispettivamente, di invalidità, di vecchiaia o per altre cause tra le età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$, senza lasciare nucleo superstite
- ${}^i q_{[y]+\tau}^{df}$ la probabilità che un pensionato di invalidità deceda fra l'età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$ lasciando nucleo superstite
- ${}^v q_{y+\tau}^{df}$ la probabilità che un pensionato di vecchiaia deceda fra l'età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$ lasciando nucleo superstite
- ${}^w q_{y+\tau}^{df}$ la probabilità che un pensionato per altre cause deceda fra l'età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$ lasciando nucleo superstite
- ${}^i {}_t p_{[y]+\tau}$, ${}^v {}_t p_{y+\tau}$, ${}^w {}_t p_{y+\tau}$ le probabilità di permanenza nella collettività di, rispettivamente, un invalido, un pensionato di vecchiaia, un pensionato per altre cause di età $y + \tau$, per almeno t anni

Premesse

Con riferimento ai **pensionati indiretti**, siano

${}^F q_{[y]+\tau}^d$ la probabilità che un nucleo superstite di attivo si estingua fra l'età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$

${}^F_t p_{[y]+\tau}$ la probabilità di permanenza nel gruppo dei superstiti di attivo, di un nucleo superstite di $y + \tau$ anni, per almeno t anni

Con riferimento ai **pensionati di reversibilità**, siano

${}^f q_{[y]+\tau}^d$ la probabilità che un nucleo superstite di pensionato si estingua fra l'età $y + \tau$ e $y + \tau + 1$

${}^f_t p_{[y]+\tau}$ la probabilità di permanenza nel gruppo dei superstiti di pensionato, di un nucleo superstite di $y + \tau$ anni, per almeno t anni

VALORI ATTUALI MEDI DEI SALARI

Con riferimento ad un **attivo** entrato in assicurazione all'età x si definisce:

$\ddot{a}_x^{(a)}(s)$ il valore attuale medio dei salari annui anticipati, per unità di salario iniziale, che l'individuo percepirà per tutto il periodo della sua attività lavorativa

Si ha

$$\ddot{a}_x^{(a)}(s) = \sum_{t=0}^{\xi-1-x} {}^a_t p_x \frac{s_{t+1}}{s_1} v^t$$

COEFFICIENTI DI CAPITALIZZAZIONE RELATIVI AGLI ONERI

Con riferimento agli oneri per **pensionati diretti** si definiscono

- Annualità vitalizia su testa di invalido o coefficiente di capitalizzazione su testa di invalido

$\ddot{a}_{[y]}^{(i)}$ valore attuale medio di una rendita annua unitaria anticipata riferita ad un invalido di età y

$$\ddot{a}_{[y]}^{(i)} = \sum_{\tau=0}^{\omega_2-1-y} {}_i p_{[y]} v^{\tau}$$

- Coefficiente di capitalizzazione per le pensioni dirette di invalidità

$\ddot{a}_x^{(ai)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un pensionato di invalidità derivante da un attivo entrato all'età x, per unità di salario iniziale

$$\ddot{a}_x^{(ai)}(r) = \sum_{t=1}^{\xi-x} {}_{t-1} p_x^a {}^a q_{x+t-1}^i \frac{r_t}{s_1} \ddot{a}_{[x+t]}^{(i)} v^t$$

Coefficienti di capitalizzazione relativi agli oneri

- Annualità vitalizia su testa di vecchio o coefficiente di capitalizzazione su testa di vecchio

$\ddot{a}_y^{(v)}$ valore attuale medio di una rendita annua unitaria anticipata riferita ad un pensionato di vecchiaia di età y

$$\ddot{a}_y^{(v)} = \sum_{\tau=0}^{\omega_3-1-y} v^{\tau} p_y v^{\tau}$$

- Coefficiente di capitalizzazione per le pensioni dirette di vecchiaia

$\ddot{a}_x^{(av)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un pensionato di vecchiaia derivante da un attivo entrato all'età x , per unità di salario iniziale

$$\ddot{a}_x^{(av)}(r) = {}_{\xi-1-x} p_x \cdot a q_{\xi-1}^v \frac{r_{\xi-x}}{s_1} \ddot{a}_{\xi}^{(v)} v^{\xi-x}$$

Coefficienti di capitalizzazione relativi agli oneri

- Annualità vitalizia su testa di pensionato per altre cause o coefficiente di capitalizzazione su testa di pensionato per altre cause

$\ddot{a}_y^{(w)}$ valore attuale medio di una rendita annua unitaria anticipata riferita ad un pensionato per altre cause di età y

$$\ddot{a}_y^{(w)} = \sum_{\tau=0}^{\omega_4-1-y} {}^w p_y v^\tau$$

- Coefficiente di capitalizzazione per le pensioni dirette per altre cause

$\ddot{a}_x^{(aw)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un pensionato per altre cause derivante da un attivo entrato all'età x , per unità di salario iniziale

$$\ddot{a}_x^{(aw)}(r) = \sum_{t=1}^{\xi-x} {}_{t-1} p_x^a {}^a q_{x+t-1}^w \frac{r_t}{s_1} \ddot{a}_{x+t}^{(w)} v^t$$

Con riferimento agli oneri per **pensionati indiretti** si definiscono

- Annualità di famiglia per pensioni indirette

$\ddot{a}_{[y]}^{(F)}(\psi)$ valore attuale medio, riferito all'età y della morte di un assicurato che lasci nucleo superstite, della rendita di pensione erogata annualmente e anticipatamente al nucleo superstite, per unità di pensione spettante al pensionato diretto.

$$\ddot{a}_{[y]}^{(F)}(\psi) = \sum_{\tau=0}^{\omega_5-1-y} {}^F p_{[y]} \psi(y + \tau, \tau) v^\tau$$

- Coefficiente di capitalizzazione per pensioni indirette

$\ddot{a}_x^{(aF)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di assicurato derivante da un attivo entrato all'età x , per unità di salario iniziale

$$\ddot{a}_x^{(aF)}(r) = \sum_{t=1}^{\xi-x} {}_{t-1} p_x \quad {}^a q_{x+t-1} \frac{r_t}{s_1} \ddot{a}_{[x+t]}^{(F)}(\psi) v^t$$

Con riferimento agli oneri per **pensionati di reversibilità** si definiscono

- Annualità di famiglia per pensioni di reversibilità

$\ddot{a}_{[z]}^{(f)}(\psi)$ valore attuale medio, riferito all'età z della morte di un pensionato diretto che lasci nucleo superstite, della rendita di pensione erogata annualmente e anticipatamente al nucleo superstite, per unità di pensione spettante al pensionato diretto

$$\ddot{a}_{[z]}^{(f)}(\psi) = \sum_{\eta=0}^{\omega_6-1-z} {}_f p_{[z]} \psi(z + \eta, \eta) v^\eta$$

- Assicurazione di famiglia riferita ad un invalido

$\ddot{a}_{[y]}^{(if)}(\psi)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato di invalidità, diventato invalido all'età x, per unità di pensione diretta

$$\ddot{a}_{[y]}^{(if)}(\psi) = \sum_{\tau=1}^{\omega_2-y} {}_{\tau-1}i p_{[y]} \quad {}^i q_{[y]+\tau-1}^{df} \ddot{a}_{[y+\tau]}^{(f)}(\psi) v^\tau$$

- Coefficiente di capitalizzazione per pensioni di reversibilità derivanti da un invalido

${}^i \ddot{a}_x^{(af)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato di invalidità derivante da un attivo entrato all'età x, per unità di salario iniziale

$${}^i \ddot{a}_x^{(af)}(r) = \sum_{t=1}^{\xi-x} {}_{t-1}a p_x \quad {}^a q_{x+t-1}^i \frac{r_t}{s_1} \ddot{a}_{[x+t]}^{(if)}(\psi) v^t$$

- Assicurazione di famiglia riferita ad un pensionato di vecchiaia

$\ddot{a}_y^{(vf)}(\psi)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato di vecchiaia, diventato pensionato all'età y, per unità di pensione diretta

$$\ddot{a}_y^{(vf)}(\psi) = \sum_{\tau=1}^{\omega_3-y} {}_{\tau-1}p_y^v {}^vq_{y+\tau-1}^{\text{df}} \ddot{a}_{[y+\tau]}^{(f)}(\psi) v^\tau$$

- Coefficiente di capitalizzazione per pensioni di reversibilità derivanti da un pensionato di vecchiaia

${}^v\ddot{a}_x^{(af)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato di vecchiaia derivante da un attivo entrato all'età x, per unità di salario iniziale

$${}^v\ddot{a}_x^{(af)}(r) = {}_{\xi-1-x}p_x^a {}^a q_{\xi-1}^v \frac{r^{\xi-x}}{s_1} \ddot{a}_\xi^{(vf)}(\psi) v^{\xi-x}$$

- Assicurazione di famiglia riferita ad un pensionato per altre cause

$\ddot{a}_y^{(wf)}(\psi)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato per altre cause, diventato pensionato all'età y , per unità di pensione diretta

$$\ddot{a}_y^{(wf)}(\psi) = \sum_{\tau=1}^{\omega_4-y} {}_{\tau-1}p_y^w {}^wq_{y+\tau-1}^{df} \ddot{a}_{[y+\tau]}^{(f)}(\psi) v^\tau$$

- Coefficiente di capitalizzazione per pensioni di reversibilità derivanti da un pensionato per altre cause

${}^w\ddot{a}_x^{(af)}(r)$ valore attuale medio degli oneri per un nucleo superstite di pensionato per altre cause derivante da un attivo entrato all'età x , per unità di salario iniziale

$${}^w\ddot{a}_x^{(af)}(r) = \sum_{t=1}^{\xi-x} {}_{t-1}p_x^a {}^aq_{x+t-1}^w \frac{r_t}{s_1} \ddot{a}_{x+t}^{(wf)}(\psi) v^t$$