

SISTEMI FINANZIARI DI GESTIONE E CALCOLO DEI PREMI

- Generalità
- Il principio di equivalenza attuariale
- I sistemi finanziari di gestione

GENERALITÀ

Scopo di un **fondo pensioni**: erogare pensioni ai lavoratori appartenenti al fondo ed ai loro nuclei superstiti, dal momento in cui cessano l'attività lavorativa per invalidità, vecchiaia, morte, altre cause.

Nel fondo pensioni intervengono:

- a) l'ente che gestisce il fondo
- b) gli attivi
- c) coloro che pagano i contributi (attivi e, per i lavoratori dipendenti, datore di lavoro)
- d) i beneficiari delle prestazioni previste dal fondo, cioè gli attivi ed i loro nuclei superstiti

I **contributi** sono determinati in percentuale del salario di ciascun attivo, secondo una aliquota detta **premio**.

Modello a tempo discreto per descrivere la gestione del fondo:

- pagamenti annui anticipati di oneri e contributi
- periodo di gestione limitato o illimitato

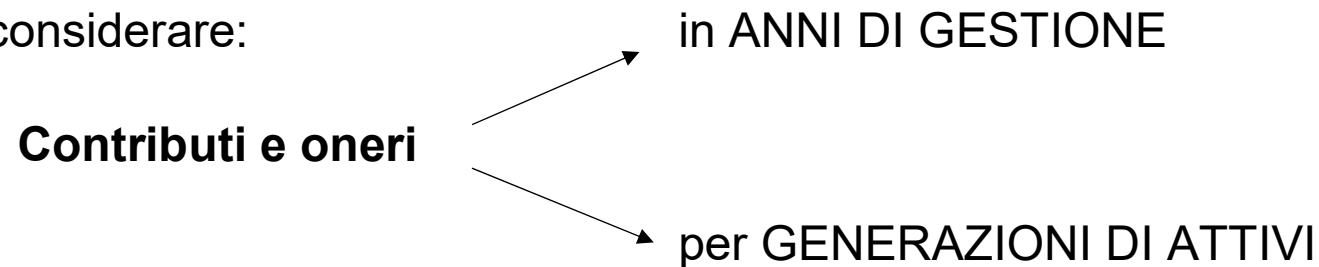
IL PRINCIPIO DI EQUIVALENZA ATTUARIALE

Con riferimento ad un fissato periodo di gestione (di n anni, o illimitato) si definisce:

Principio di equivalenza attuariale:

il valore attuale medio degli oneri che verranno erogati dal fondo deve essere uguale al valore attuale medio dei contributi che verranno versati al fondo.

Si possono considerare:



Siano $v = (1 + i)^{-1}$ il fattore di attualizzazione annuo

0 l'istante di valutazione

Il principio di equivalenza attuariale

Con riferimento agli **anni di gestione** siano:

O_m il valore medio degli oneri che saranno pagati all'epoca m

C_m il valore medio dei contributi che saranno versati all'epoca m

Si definisce il principio di equivalenza attuariale:

$$(1) \quad \sum_{m=0}^{n-1} C_m v^m = \sum_{m=0}^{n-1} O_m v^m \quad \text{per un periodo di gestione di } n \text{ anni}$$

$$(1') \quad \sum_{m=0}^{\infty} C_m v^m = \sum_{m=0}^{\infty} O_m v^m \quad \text{per un periodo di gestione di durata illimitata}$$

Il principio di equivalenza attuariale

Con riferimento a **generazioni** successive di nuovi ingressi in assicurazione, siano:

$O^{(m)}$ il valore attuale medio degli oneri relativi alla generazione di attivi entrati all'epoca m

$C^{(m)}$ il valore attuale medio all'epoca m dei contributi che saranno versati dagli attivi entrati nel fondo pensioni all'epoca m

Si definisce il principio di equivalenza attuariale:

$$(2) \quad \sum_{m=0}^{n-1} C^{(m)} v^m = \sum_{m=0}^{n-1} O^{(m)} v^m \quad \text{per } n \text{ generazioni di nuovi ingressi al fondo}$$

$$(2') \quad \sum_{m=0}^{\infty} C^{(m)} v^m = \sum_{m=0}^{\infty} O^{(m)} v^m \quad \text{per tutte le future generazioni di nuovi ingressi}$$

I SISTEMI FINANZIARI DI GESTIONE

Un sistema finanziario di gestione è definito da un criterio per determinare i valori medi dei contributi in modo che sia soddisfatta una condizione di equilibrio attuariale

Le condizioni di equilibrio attuariale (1) e (1'), (2) e (2') sono definite a livello collettivo



premio collettivo

Si possono definire sistemi finanziari di gestione con una condizione di equilibrio a livello individuale (che implica anche la condizione di equilibrio a livello collettivo)



premio individuale

La condizione di equilibrio a livello collettivo non implica l'equilibrio a livello individuale; pertanto, in forza dell'obbligatorietà dell'assicurazione, può essere introdotta **solidarietà**.

Si distinguono sistemi finanziari di gestione

- a ripartizione
- a capitalizzazione

Sistemi finanziari di gestione a ripartizione

I contributi versati in ciascun anno sono immediatamente utilizzati, infatti l'ammontare dei contributi versati è pari all'ammontare degli oneri relativi allo stesso anno:

$$C_m = O_m \quad \forall m$$

Siamo in un sistema finanziario di gestione in quanto sono soddisfatte le condizioni di equilibrio attuariale:

$$(1) \quad \sum_{m=0}^{n-1} C_m v^m = \sum_{m=0}^{n-1} O_m v^m \quad \text{per un periodo di gestione di } n \text{ anni}$$

$$(1') \quad \sum_{m=0}^{\infty} C_m v^m = \sum_{m=0}^{\infty} O_m v^m \quad \text{per un periodo di gestione di durata illimitata}$$

Due tipi di sistemi finanziari di gestione a ripartizione:

a) Sistema finanziario della ripartizione pura

b) Sistema finanziario della ripartizione dei capitali di copertura

SISTEMA FINANZIARIO DELLA RIPARTIZIONE PURA

L'ammontare degli oneri O_m è uguale all'ammontare delle pensioni (importo certo) da erogare all'epoca m :

$$O_m = \bar{\theta}^{(m)}$$

Sia

$\bar{\mathcal{P}}^{(m)}$ il premio di ripartizione pura per l'anno di gestione $(m, m+1)$

essendo

$\mathcal{S}^{(m)}$ l'ammontare dei salari (importo certo) percepiti dagli attivi all'epoca m

si ha

$$C_m = \bar{\mathcal{P}}^{(m)} \mathcal{S}^{(m)}$$

Quindi

$$C_m = O_m \quad \Leftrightarrow \quad \bar{\mathcal{P}}^{(m)} \mathcal{S}^{(m)} = O_m \quad \Leftrightarrow \quad \bar{\mathcal{P}}^{(m)} = \frac{\bar{\theta}^{(m)}}{\mathcal{S}^{(m)}}$$

SISTEMA FINANZIARIO DELLA RIPARTIZIONE DEI CAPITALI DI COPERTURA

L'ammontare degli oneri O_m è uguale al valore attuale medio degli oneri che verranno erogati al gruppo dei neo-pensionati dell'anno m ed ai loro nuclei superstiti:

$$O_m = \theta^{(m)}$$

Sia

$\mathcal{P}^{(m)}$ il premio di copertura dei capitali per l'anno di gestione $(m, m+1)$

essendo

$\mathcal{S}^{(m)}$ l'ammontare dei salari (importo certo) percepiti dagli attivi all'epoca m

si ha

$$C_m = \mathcal{P}^{(m)} \mathcal{S}^{(m)}$$

Quindi

$$C_m = O_m \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{P}^{(m)} \mathcal{S}^{(m)} = O_m \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{P}^{(m)} = \frac{\theta^{(m)}}{\mathcal{S}^{(m)}}$$

Osservazione.

Con riferimento ad una fissata epoca sia

- N il numero di pensionati (15.426.847 nel 2018 in Italia)
- r la rata media di pensione annua percepita da un pensionato
- A il numero di attivi (22.553.730 nel 2018 in Italia)
- s il salario medio annuo percepito da un attivo

Nel sistema finanziario della ripartizione pura la condizione di equilibrio attuariale è:

$$(P s) A = r N$$

dove P è il premio di ripartizione pura.

Si ha
$$P = \frac{r}{s} \frac{N}{A}$$

dove $\frac{r}{s}$ è il tasso medio di sostituzione tra pensione e salario

$\frac{N}{A}$ è il rapporto tra il numero di pensionati e di attivi ($\approx 0,684$ nel 2018 in Italia)

Per l'invecchiamento della popolazione (aumento della vita media e calo della natalità)

aumenta $\frac{N}{A}$; per contenere l'aumento di P occorre agire su $\frac{r}{s}$.