

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI  
A.A. 2018/2019

1 luglio 2019

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

### Esercizio 1

Si consideri il seguente **sistema dinamico a tempo continuo** descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [0 \ 1] x(t) \end{cases}$$

### Domanda 1.1

Determinare le equazioni di stato del **sistema discretizzato**, con periodo di campionamento  $\Delta = 0.1 \text{ s}$

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) = C_d x(k) + D_d u(k) \end{cases}$$

## Esercizio 2

Si consideri il seguente **sistema dinamico a tempo discreto** descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [0 \ 1] x(k) \end{cases}$$

### Domanda 2.1

Utilizzando il teorema di Lyapunov per sistemi dinamici lineari, dimostrare che il sistema è **asintoticamente stabile**.

**Esercizio 3****Domanda 3.1**

Siano  $x$  e  $w$  due variabili aleatorie **incorrelate** entrambe a valor atteso nullo e varianza rispettivamente uguale a  $\sigma_x^2 = 4$ ,  $\sigma_w^2 = 2.5$ . Si supponga di poter osservare la seguente variabile

$$y = 2x + 3w$$

Mediante la **formula di Bayes**, trovare lo **stimatore lineare ottimo** (cioè quello che minimizza la varianza d'errore) di  $x$  in base all'osservazione di  $y$ . Quanto vale la varianza della stima?