

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI
A.A. 2020/2021

22 gennaio 2021

Nome e Cognome:

gruppo: Gruppo B

esercizio: Esercizio 1

Note: Scrivere le risposte su un singolo foglio bianco usando penna nera. Non scrivere con inchiostro blu o a matita. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Dichiaro che le risposte a questo esercizio sono frutto del mio e solo del mio lavoro e che non mi sono consultato con altri.

Domanda 1.1

Si consideri il seguente sistema dinamico **nonlineare a tempo discreto**

$$x_1(k+1) = -\frac{1}{2}x_1(k) + x_1^2(k) + x_2^2(k)$$

$$x_2(k+1) = 3x_2(k) + 2(x_1^2(k) + x_2^2(k))$$

$$y(k) = 3x_1(k) - 2x_2(k)$$

Si analizzi (con un metodo a scelta) la stabilità dello stato di equilibrio

$$[\bar{x}_1, \bar{x}_2]^T = [0, 0]^T$$

Linearizzato:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} + 2\bar{x}_1 & 2\bar{x}_2 \\ 4\bar{x}_1 & 3 + 4\bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

valore con
modulo > 1



Stato di equilibrio
INSTABILE!

Domanda 1.2

Si consideri il seguente sistema dinamico lineare a tempo continuo:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= +250x(t) + 12u(t) \\ y(t) &= 20x(t) - 2u(t)\end{aligned}$$

Lo si vuole discretizzare per campionamento (con la *tecnica di campionamento e tenuta*), utilizzando il periodo di campionamento

$$T_s = \frac{1}{25} \text{ s}$$

Determinare le matrici A_d , B_d , C_d e D_d della descrizione a segnali campionati del sistema.

$$A_c = 250 \quad B_c = 12 \quad C_c = 20 \quad D_c = -2$$

$$C_d \equiv C_c \quad D_d \equiv D_c$$

$$A_d = e^{A_c T_s}$$

$$\begin{aligned}B_d &= \int_0^{T_s} e^{A_c \tau} B_c d\tau \\ &= A_c^{-1} [e^{A_c T_s} - I] \cdot B_c\end{aligned}$$

Sostituendo

$$A_d = e^{250 \cdot \frac{1}{25}} = e^{10}$$

$$B_d = \begin{pmatrix} \frac{1}{250} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{10} - 1 \end{bmatrix} \cdot 12 = \frac{6}{125} (e^{10} - 1)$$