

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA  
APPELLO DEL 26.01.2022 – FILA D

1. Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u'' + 2u' - 3u = \sin(2t) - \cos(2t) \\ u(0) = 0, \quad u'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Si stabilisca se convergono le seguenti serie a termini complessi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{\ln(n+4)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n e^{in}}{2n^3 + 1}.$$

3. Si calcoli il volume del seguente insieme:

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \leq z \leq \sqrt{\frac{16}{3} - x^2 - y^2} \right\}.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (xy - z^2) dx + (yz + x^2) dy + (zx + y^2) dz,$$

scrivere l'espressione esplicita di  $d\omega$ .

Inoltre, calcolare  $\int_{\sigma} d\omega$ , dove  $\sigma : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  è la superficie definita da

$$\sigma(u, v) = (u - v, -u - v, u + v).$$