

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA
APPELLO DEL 07.06.2022 – FILA B

1. Trovare, se esiste, la soluzione del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' + 9u = \cos(3t) \\ u'(0) = 0, \quad u'(\pi) = 0. \end{cases}$$

2. Si stabilisca se convergono le seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2}{2n^3 - n^2 + 4n + 3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \ln(n)}{n^5 + 1}.$$

3. Si calcoli l'integrale $\int_E f$, dove

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x \leq \frac{4}{9} - y^2 \right\},$$

e

$$f(x, y) = y - x.$$

4. Data la forma differenziale

$$\omega(x, y, z) = (y + 2z) dx + (x + 3z) dy + (2x + 3y) dz,$$

dimostrare che $d\omega = 0$. Trovare quindi una funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $df = \omega$, e calcolare $\int_{\sigma} \omega$ in due modi diversi, dove $\sigma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ è la curva definita da

$$\sigma(t) = (t^2, t, -t^2).$$