

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II  
Anno accademico 2021/2022 – INGEGNERIA  
APPELLO DEL 05.07.2022

1. Trovare, se esiste, la soluzione del seguente problema:

$$\begin{cases} u'' - 4u = e^{2t} \\ \lim_{t \rightarrow -\infty} u(t) = 0, \quad u(0) = 1. \end{cases}$$

2. Si stabilisca se convergono le seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n^4}{n^5 - 2n^3 + 4n - 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 \ln(n)}{n^7 + 1}.$$

3. Si calcoli l'integrale  $\int_E f$ , dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 1 - x^2\},$$

e

$$f(x, y) = x^2 - y^2.$$

4. Data la forma differenziale in  $\mathbb{R}^2$

$$\omega(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2 + 1} dx + \frac{y}{x^2 + y^2 + 1} dy,$$

dimostrare che  $d\omega = 0$ . Trovare quindi una funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $df = \omega$ , e calcolare  $\int_{\sigma} \omega$  in due modi diversi, dove  $\sigma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  è la curva definita da

$$\sigma(t) = (t^2, t).$$