

Nome e Cognome

Corso di studi Del Santo Fonda

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+3+2+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, giustificando le risposte.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan(\cos x) - 2x}{x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left((e^{\sin x} - 1) \ln x - \cos x \right) = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow -1} |x - 1| \sqrt{|x + 1|} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cos x = \boxed{} .$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = e^{\sqrt{|x-1|}},$$

determinando:

i) Dominio: .

ii) Segno: .

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

e suo segno.

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) Derivata seconda $f''(x) =$

e suo segno.

viii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

ix) Grafico di f .

x) Dire, al variare di α in \mathbb{R} , quante soluzioni ha l'equazione

$$e^{\sqrt{|x-1|}} = \alpha.$$

Esercizio 3. (5 pt)

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile tale che

$$f'(x) \geq 2, \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

Si provi che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

Esercizio 4. (2+2+3 pt)

Si calcolino i seguenti integrali e relativo limite.

i)

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} |x-1| dx = \boxed{},$$

ii)

$$\int_0^\pi |1 - \sin(3x)| dx = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \left(\int_x^0 3^t dt - 3 \sin x \right) = \boxed{}.$$