

Corso di GEOMETRIA
Dipartimento di Ingegneria ed Architettura
Università degli Studi di Trieste
Prof. Fabio Perroni

ESERCIZI: SISTEMI LINEARI

1. Sia $A \cdot x = 0$ un sistema lineare omogeneo formato da m equazioni in n incognite, a coefficienti in un campo K . Si dimostri che, se $m < n$, allora $A \cdot x = 0$ ha (almeno) una soluzione non banale.

2. Si dica per quali valori del parametro $k \in \mathbb{C}$ il seguente sistema lineare di ordine 3 a coefficienti complessi è compatibile.

$$\begin{cases} ix_1 - 2x_2 - x_3 & = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 & = 6 \\ 3ix_1 - 5x_2 & = 7 \\ x_1 + 5x_3 & = k. \end{cases}$$

Per ogni tale k , se ne determini l'insieme delle soluzioni.

3. Per ogni valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ si determini l'insieme delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x + (a - 1)y + 2z & = 5 \\ x + ay + (2 - a)z & = 4 \\ x + a^2z & = 5 \end{cases}$$

a coefficienti reali, nelle incognite x, y, z .

4. Si determini i valori di $a \in \mathbb{R}$ tali che il seguente sistema lineare di 3 equazioni nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4 ammette soluzioni.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - ax_3 + 6x_4 = 5 \\ x_2 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

Per ogni tale a si descriva l'insieme delle soluzioni del corrispondente sistema lineare.

5. Si dica se il seguente sistema lineare di ordine 4 è compatibile, e nel caso affermativo se ne determini l'insieme delle soluzioni reali:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 & = 7 \\ 4x_1 + 3x_3 + x_4 & = 9 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 & = -2 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 & = -2. \end{cases}$$

6. Sia (SL) il seguente sistema di equazioni lineari nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 a coefficienti nel campo dei numeri complessi \mathbb{C} , dove $i \in \mathbb{C}$ è l'unità immaginaria, $i^2 = -1$.

$$\begin{cases} 2x_2 + ax_4 + 5x_5 & = i \\ 2x_1 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 & = i \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 & = b \end{cases}$$

- (a) Per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{C}$ il sistema lineare (SL) è compatibile?
- (b) Si determini l'insieme delle soluzioni di (SL) quando $a = 1$ e $b = i$.