



# 136MI – COSTRUZIONI IN ACCIAIO

## Analisi dei telai

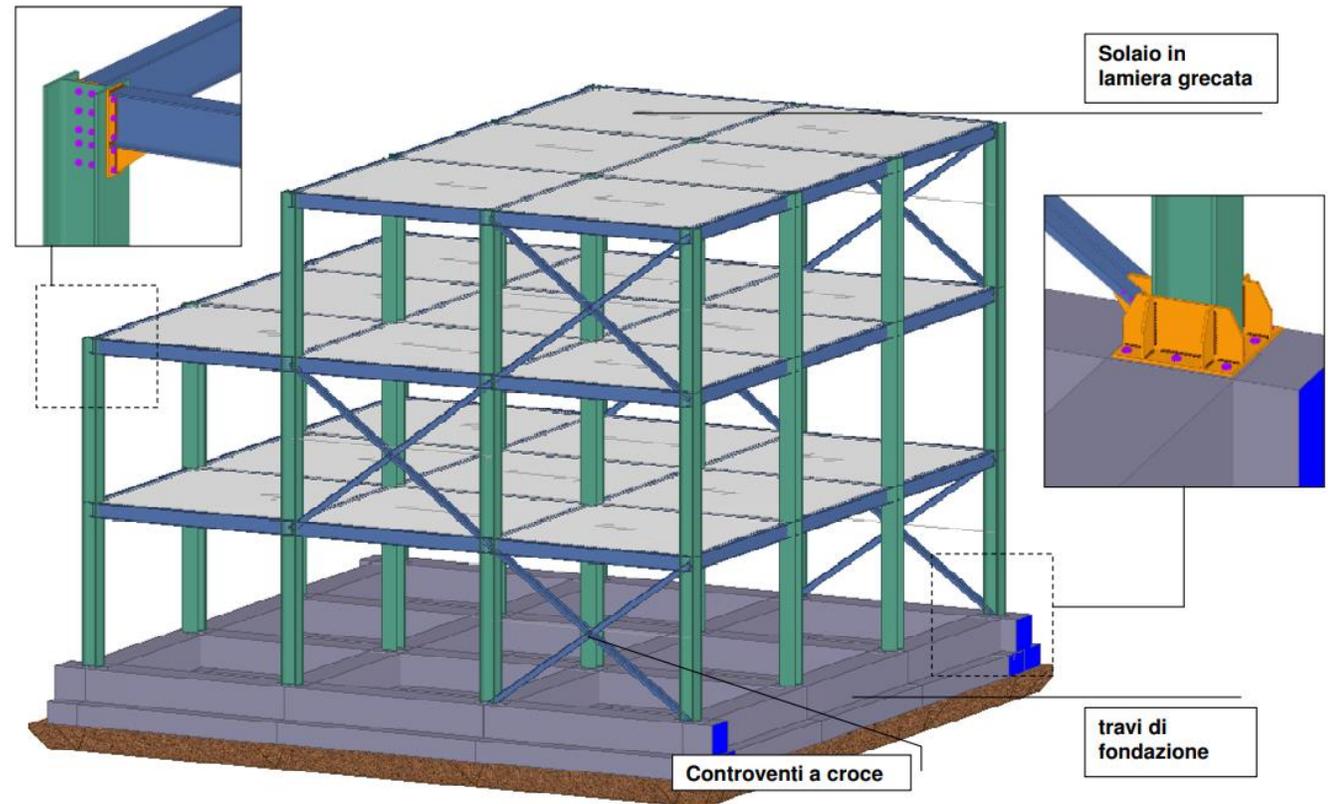
# Analisi di sistemi intelaiati

- Nelle costruzioni in acciaio la struttura, molte volte ben distinta dalle componenti accessorie, ha tipicamente una configurazione a **ossatura portante spaziale**
- Con riferimento a sistemi intelaiati regolari in pianta e in elevazione, ossia a situazioni ricorrenti nel mondo delle costruzioni in acciaio, se possibile è conveniente, in fase di progettazione, individuare **modelli di calcolo piani** sui quali basare il dimensionamento strutturale. Di conseguenza la progettazione, nell'ipotesi usualmente soddisfatta di solai infinitamente rigidi nel proprio piano, risulta indubbiamente semplificata e al contempo caratterizzata comunque da un soddisfacente grado di sicurezza
- Appare quindi di fondamentale importanza affrontare in modo corretto il **dimensionamento dei sistemi intelaiati piani**, garantendo però sempre la piena rispondenza tra il modello di calcolo e la **struttura reale**

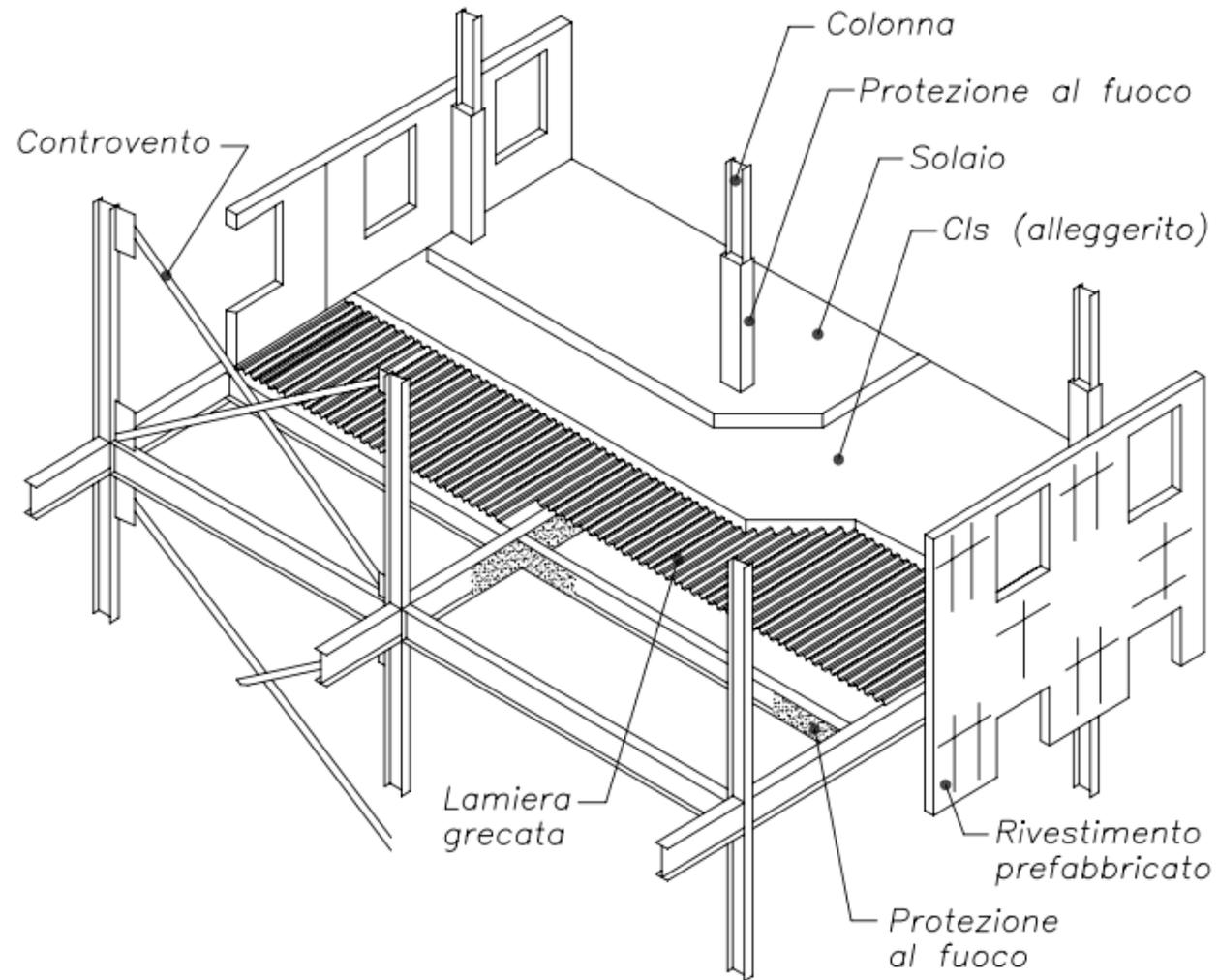


# Analisi di sistemi intelaiati

- I telai devono essere verificati facendo in modo che venga garantita:
  - ✓ resistenza delle sezioni trasversali
  - ✓ resistenza delle membrature all'instabilità
  - ✓ resistenza dei collegamenti
  - ✓ stabilità globale del telaio
  - ✓ equilibrio al ribaltamento come corpo rigido



# Analisi di sistemi intelaiati



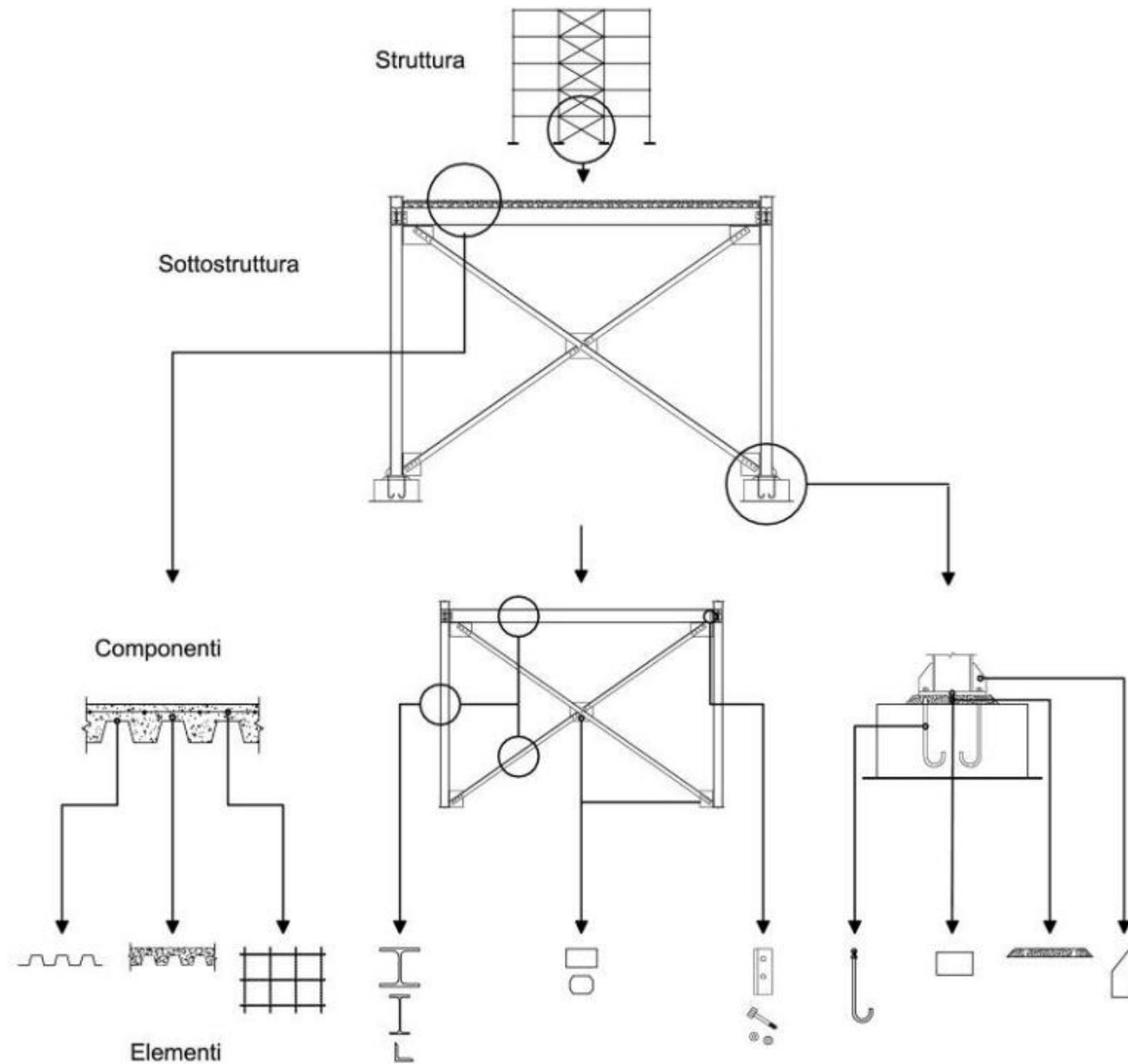
# Classificazione

- Secondo l'EC3, gli elementi componenti il telaio possono distinguersi in:
  - ✓ travi
  - ✓ colonne
  - ✓ giunti

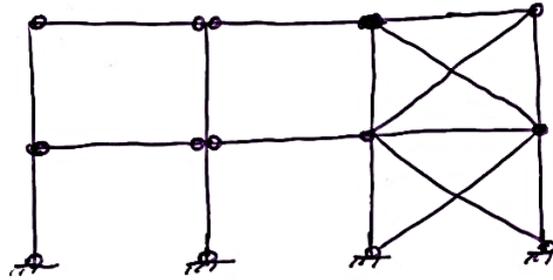
I giunti possono classificarsi in base alla loro **rigidezza** e alla loro **resistenza**

- Per quanto riguarda le **intelaiature**, esse potranno essere classificate come:
  - ✓ intelaiatura semplice (collegamenti cerniera)
  - ✓ continua (collegamenti rigidi)
  - ✓ semi-continua (collegamenti semi-rigidi)



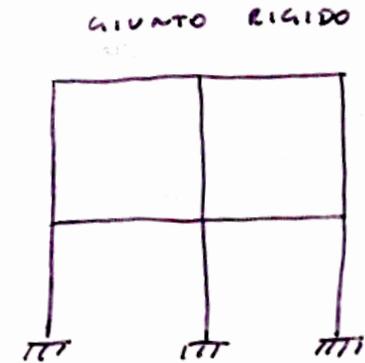


# Classificazione

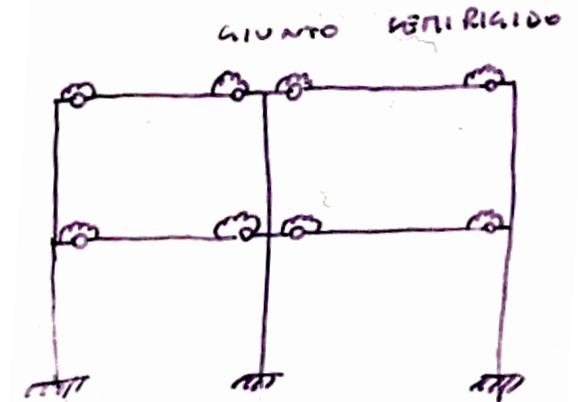


INT. SEMPLICE  
(CONTROVENTATA)

- La distinzione tra **telai controventati** e telai **non controventati** è legata alla presenza o all'assenza di uno specifico sistema strutturale (il sistema di controvento) in grado di trasferire in fondazione tutte le azioni orizzontali dovute al vento o al sisma, oppure associate alle imperfezioni strutturali
- Sulla base delle indicazioni riportate nell'EC3, il sistema di controvento viene individuato come quella parte della struttura che è in **grado di ridurre gli spostamenti trasversali del sistema strutturale almeno dell'80%**
- In modo del tutto equivalente, il sistema strutturale è controventato se la **rigidezza trasversale dell'organismo che funge da controvento è almeno 5 volte quella del telaio**

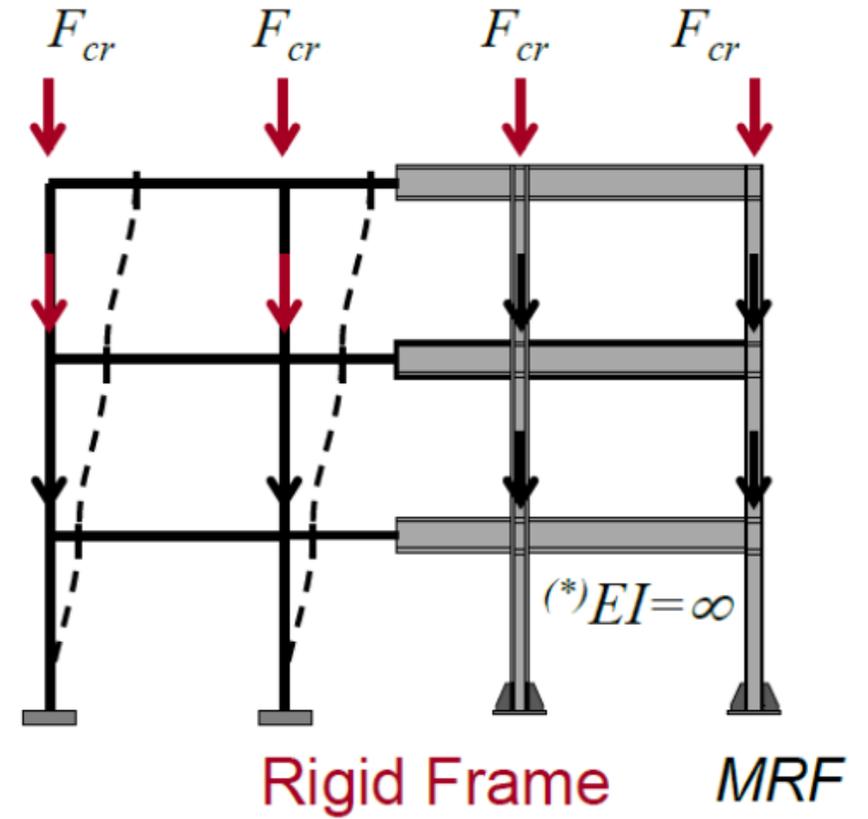
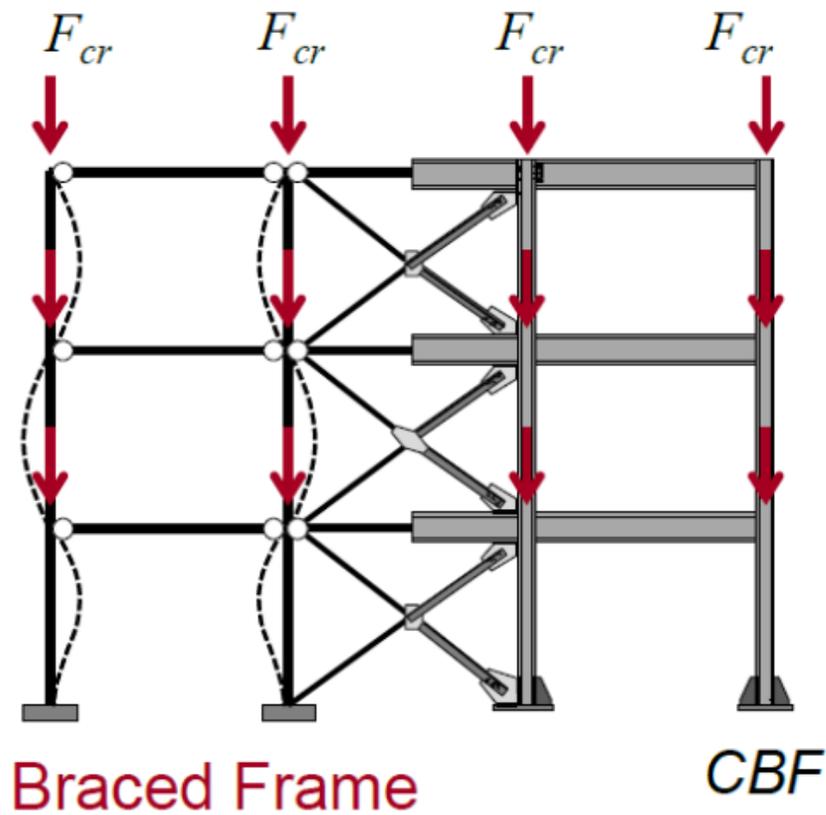


GIUNTO RIGIDO  
INTELAIATURA  
CONTINUA



GIUNTO SEMI RIGIDO  
INTELAIATURA  
SEMI-CONTINUA

# Tipo di comportamento atteso



# Tipo di comportamento atteso

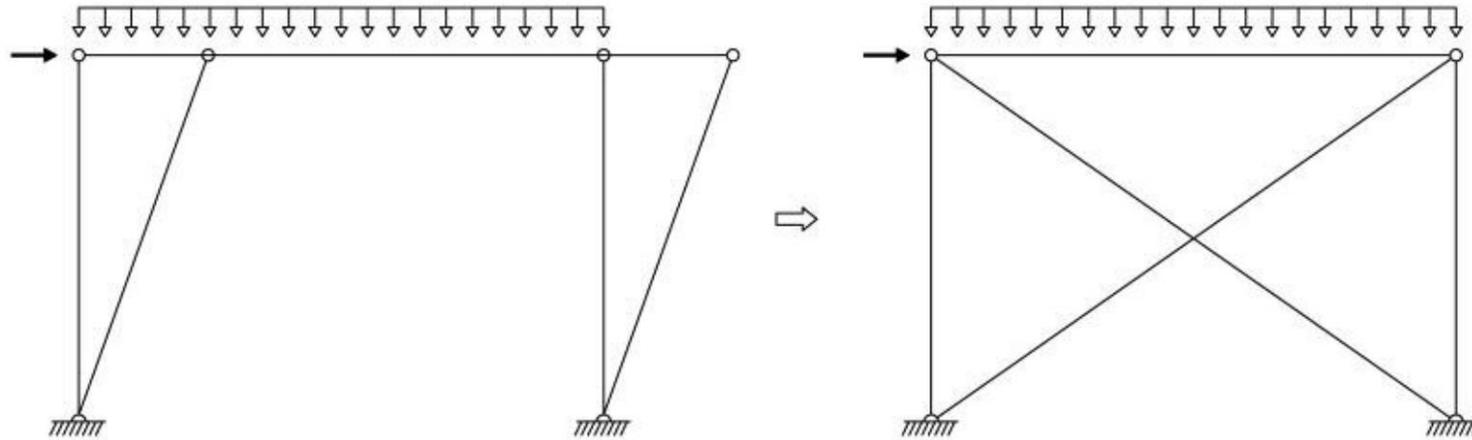


Figura 2.7 - Schema di una struttura a ritti pendolari

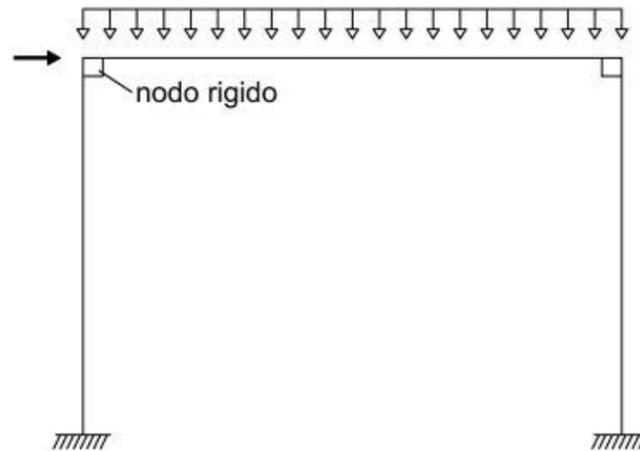
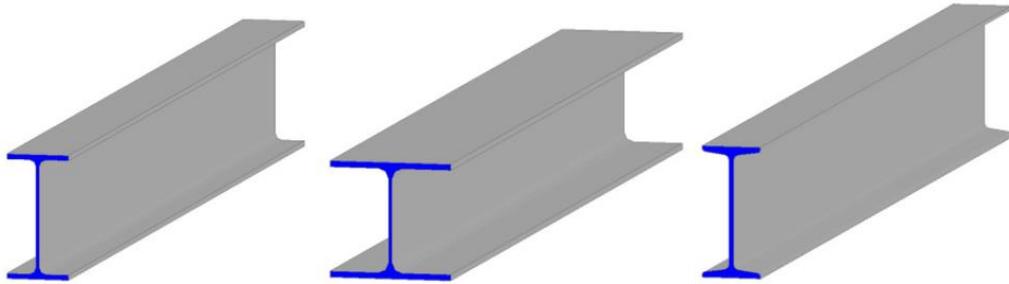


Figura 2.8 - Schema a telaio

# Classificazione

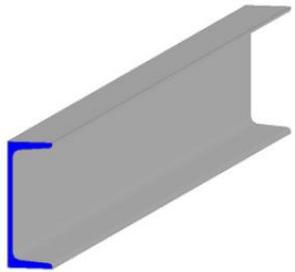
## PROFILI SEMPLICI



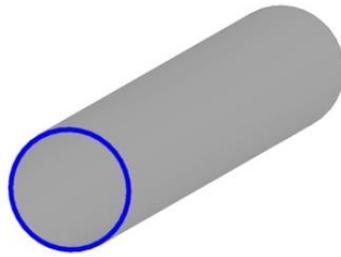
**IPE**

**HE**

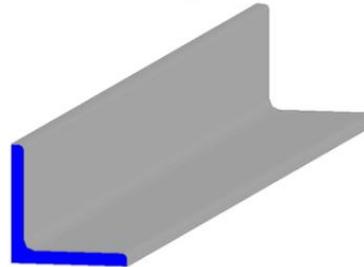
**IPN**



**UPN**

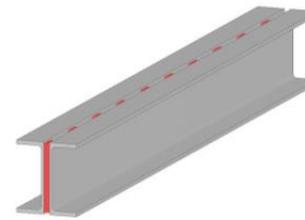


**TUBOLARI**

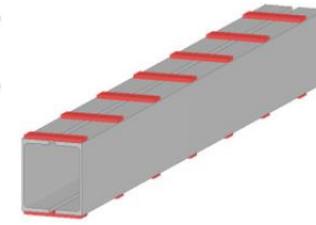


**L**

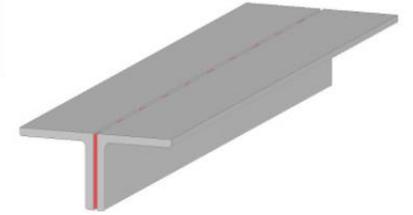
## PROFILI COMPOSTI



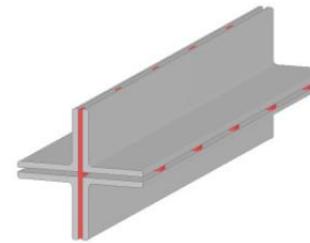
**2C ACCOPPIATI DI SPALLA**



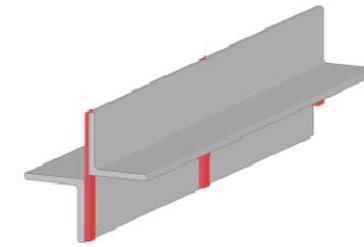
**2C ACCOPPIATI DI FRONTE**



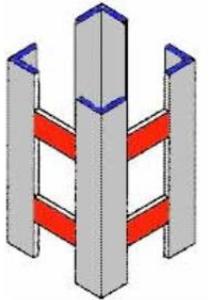
**2L ACCOPPIATI DI SPALLA**



**4L ACCOPPIATI A CROCE**



**2L ACCOPPIATI A FARFALLA**



**4L CALASTRELLATI**

# Classificazione

Classe	Caratteristiche della sezione		Sezione
1		<p>La sezione è in grado di plasticizzarsi completamente senza riduzione della resistenza dovuta a fenomeni di instabilità. Lo stato limite di riferimento è quello di <b>completa plasticizzazione</b>.</p>	<b>DUTTILE</b>
2		<p>La sezione ha le stesse caratteristiche della classe 1 ma la capacità rotazionale è limitata da effetti di instabilità locale.</p>	<b>COMPATTA</b>
3		<p>La sezione è in grado di raggiungere lo stato limite di <b>inizio snervamento</b> ma l'instabilità locale le impedisce di plasticizzarsi completamente.</p>	<b>SEMI-COMPATTA</b>
4		<p>La resistenza della sezione viene determinata considerando l'instabilità locale. Essa sarà inferiore alla forza che provoca la sua completa plasticizzazione. Lo stato limite di riferimento è sempre quello di <b>inizio snervamento</b> ma considerando solo una parte della sezione.</p>	<b>SNELLA</b>

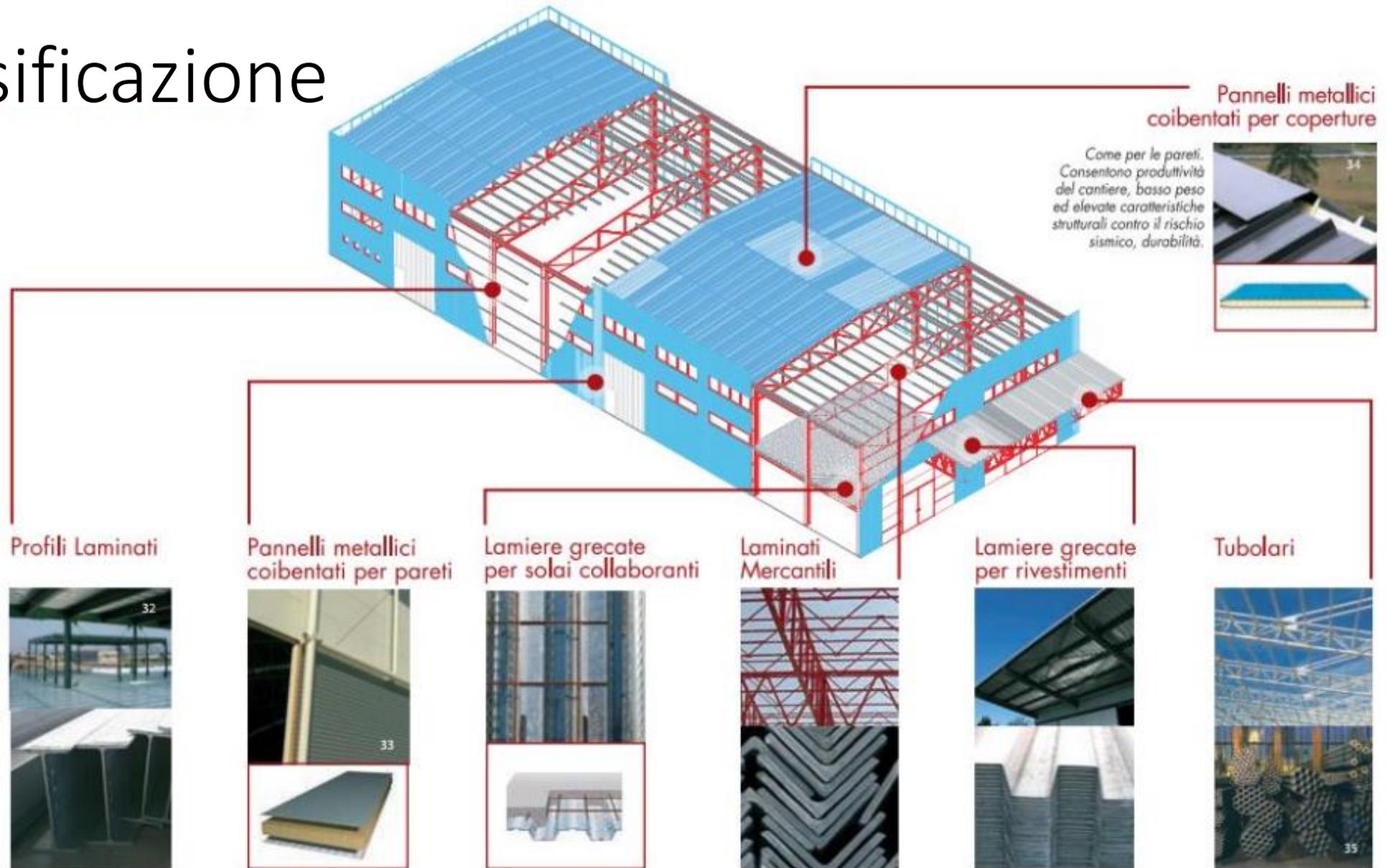
# Classificazione

Nelle seguenti tabelle vengono riportate le classi di appartenenza dei profili più comuni nel caso di sollecitazione esterna di compressione o flessione.

Profilo	Compressione					Flessione				
	S 235	S 275	S 355	S 420	S 460	S 235	S 275	S 355	S 420	S 460
IPE 80	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 120	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 140	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
IPE 160	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1
IPE 180	1	1	2	2	3	1	1	1	1	1
IPE 200	1	1	2	2	3	1	1	1	1	1
IPE 220	1	1	2	3	4	1	1	1	1	1
IPE 240	1	2	2	3	4	1	1	1	1	1
IPE 270	2	2	3	4	4	1	1	1	1	1
IPE 300	2	2	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 330	2	3	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 360	2	3	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 400	3	3	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 450	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 500	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 550	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1
IPE 600	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1

Profilo	Compressione					Flessione				
	S 235	S 275	S 355	S 420	S 460	S 235	S 275	S 355	S 420	S 460
HEA 100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
HEA 120	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
HEA 140	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
HEA 160	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2
HEA 180	1	1	2	3	3	1	1	2	3	3
HEA 200	1	1	2	3	3	1	1	2	3	3
HEA 220	1	1	2	3	3	1	1	2	3	3
HEA 240	1	1	2	3	3	1	1	2	3	3
HEA 260	1	1	3	3	3	1	1	3	3	3
HEA 280	1	2	3	3	3	1	2	3	3	3
HEA 300	1	2	3	3	3	1	2	3	3	3
HEA 320	1	1	2	3	3	1	1	2	3	3
HEA 340	1	1	1	2	3	1	1	1	2	3
HEA 360	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2
HEA 400	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1
HEA 450	1	1	2	3	3	1	1	1	1	1
HEA 500	1	2	3	4	4	1	1	1	1	1
HEA 550	2	2	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA 600	2	3	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA 650	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA 700	3	4	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA 800	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA 900	4	4	4	4	4	1	1	1	1	1
HEA1000	4	4	4	4	4	1	1	1	1	2

# Classificazione



# Metodo di analisi

- I **metodi di analisi** che si possono adottare sono:
  - ✓ Analisi **elastica globale** (sempre)
  - ✓ Analisi **plastica globale** (solo con sezioni di classe 1 e 2 e acciaio idoneo)
- **Effetti delle deformazioni:** in genere le sollecitazioni interne possono essere determinate con:
  - ✓ **teoria del I ordine**, usando la geometria iniziale della struttura
  - ✓ **teoria del II ordine**, che si può usare sempreEntrambe le teorie sono inoltre applicabili sia ad analisi elastiche che plastiche
- Da notare che la **teoria del I ordine** può essere usata se:
  - ✓ il telaio è controventato
  - ✓ il telaio può essere considerato a nodi fissi
  - ✓ si usano metodi di progettazione che indirettamente tengano conto degli effetti del II ordine

# Metodo di analisi

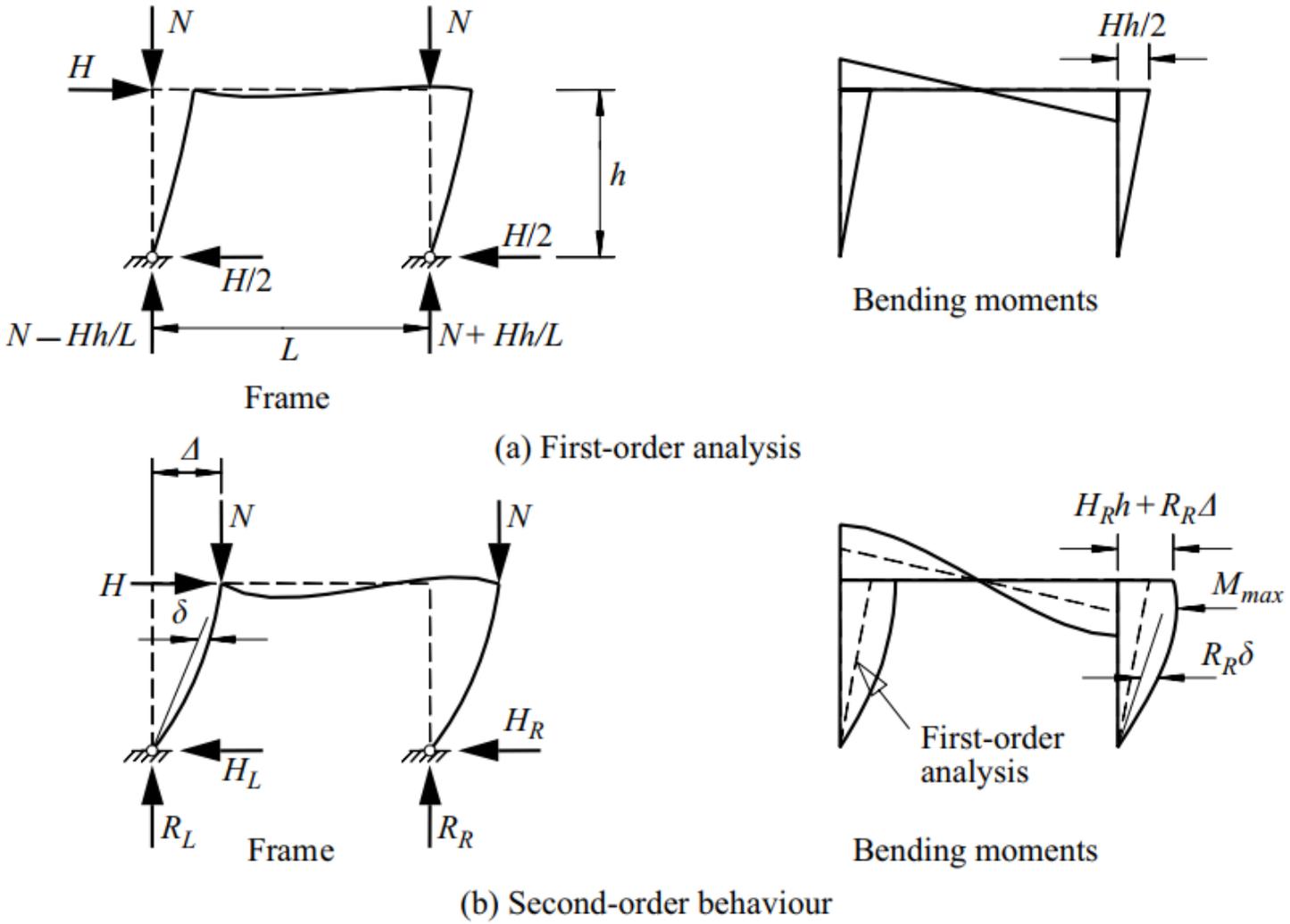


Figure 8.2 First-order analysis and second-order behaviour.

# Imperfezioni iniziali

- Così come le singole aste compresse devono essere considerate imperfette ai fini della stabilità, secondo l'EC3 anche i telai devono essere considerati come dotati di imperfezioni dovute alla mancanza di verticalità, di rettilineità e alle eccentricità nei collegamenti
- Secondo l'EC3 (5.3.2), in particolare, gli effetti delle imperfezioni devono essere messi in conto tramite una imperfezione laterale iniziale pari a:

$$\Phi = \varphi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

con  $\varphi_0 = 1/200$  valore base

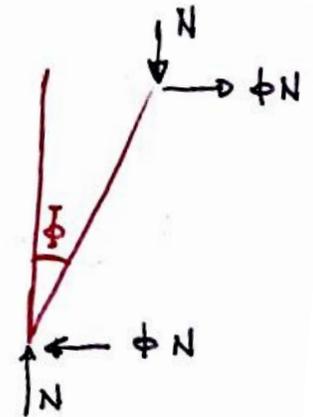
$\alpha_h$  coefficiente di riduzione per l'altezza  $h$  applicabile alle colonne:  $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$   
con la limitazione  $2/3 \leq \alpha_h \leq 1$

$h$  è l'altezza della struttura in metri

$\alpha_m$  è il coefficiente di riduzione per il numero di colonne in una fila:  $\alpha_m = \sqrt{0.5 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}$

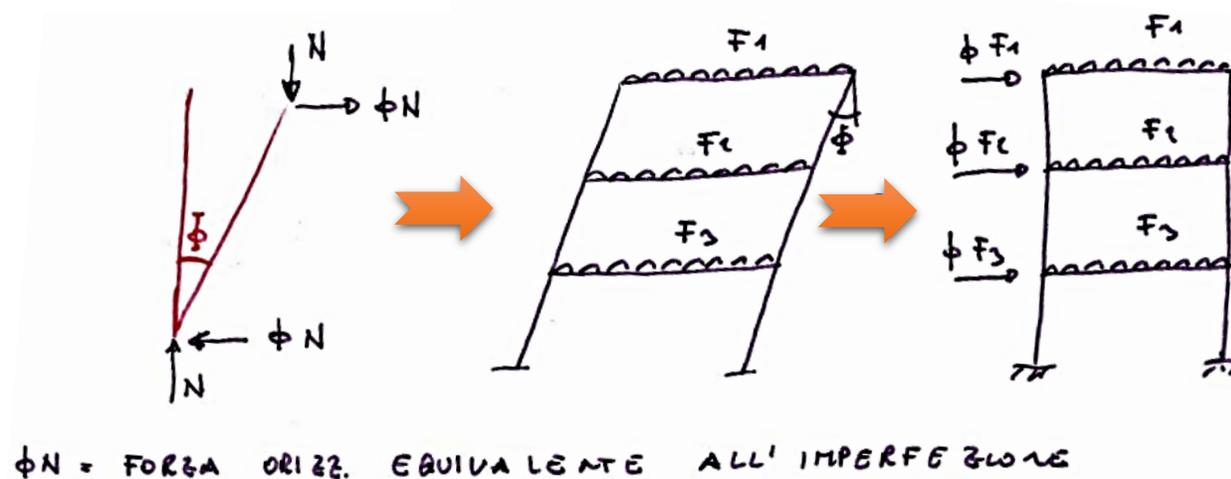
$m$  è il numero di colonne in una fila, includendo solo quelle colonne che portano un carico verticale  $N_{Ed}$  non minore del 50% del valore medio del carico agente nelle colonne appartenenti al piano verticale considerato

$\phi N h =$  coppia instabilizzante



# Imperfezioni iniziali

- L'equilibrio viene scritto nella configurazione iniziale indeformata e le imperfezioni vengono messe in conto applicando delle forze laterali ai vari impalcati come in figura (con  $F_1, F_2, F_3$  = forze peso dei piani 1, 2, 3)
- Queste forze andranno applicate in tutte le direzioni orizzontali pertinenti, ma considerandole presenti in una sola direzione per volta



L'analogia è piuttosto evidente quando si esplica l'equilibrio dei singoli piani

# Stabilità agli spostamenti laterali

- Secondo EC3, tutte le strutture devono avere una rigidezza sufficiente a limitare gli **spostamenti laterali**.  
Tale rigidezza può essere fornita da:
  - ✓ Un sistema di **controvento**
  - ✓ **Rigidezza** dei collegamenti e degli elementi componenti il telaio
- La distinzione tra telai controventati e telai non controventati è legata alla presenza o all'assenza di uno specifico sistema strutturale (il sistema di controvento) in grado di trasferire in fondazione tutte le azioni orizzontali dovute al **vento** o al **sisma**, oppure associate alle **imperfezioni strutturali**
- Sulla base delle indicazioni riportate nell'EC3, **un telaio in acciaio può essere effettivamente trattato come controventato se il sistema di controvento di cui è dotato è in grado di ridurre i suoi spostamenti trasversali almeno dell'80%**
- In modo del tutto equivalente, il sistema strutturale è controventato **se la rigidezza trasversale dell'organismo che funge da controvento è almeno 5 volte quella del telaio**
- In presenza di telaio controventato come definito sopra, si parla di **telaio a nodi fissi**

# Stabilità agli spostamenti laterali

- Per stabilire se una struttura è a nodi fissi si opera come segue:

1) si effettua un calcolo elastico del I ordine;

2) si calcola  $\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$ , o in via semplificata  $\frac{M^{II}}{M^I} = \left(\frac{V \cdot \delta}{H \cdot h}\right)_{max}$  \*

$V_{sd}$  = valore di progetto del carico verticale totale (per la condizione di carico in esame)

$V_{cr}$  = valore del carico critico elastico per instabilità laterale del telaio.

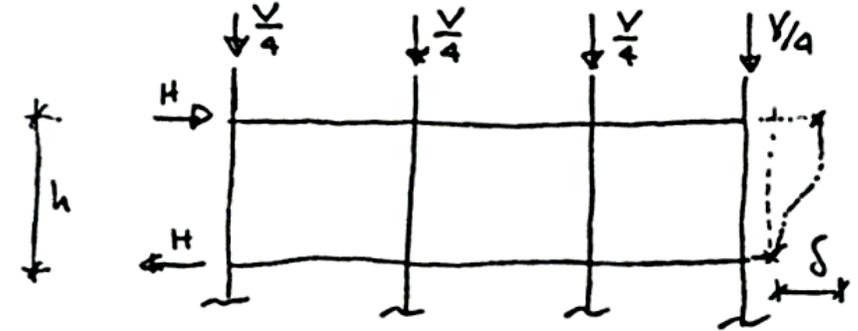
Poiché  $V_{cr} = (\lambda_{cr} V_{sd}) \rightarrow \lambda_{cr} \geq 10$

3) se  $\frac{V_{sd}}{V_{cr}} > 0.1$ , o in modo equivalente  $\frac{M^{II}}{M^I} = \left(\frac{V \cdot \delta}{H \cdot h}\right)_{max} > 0.1$ , allora la struttura è a nodi spostabili e i momenti del I ordine (e gli sforzi normali associati) devono essere amplificati della quantità  $\frac{1}{1 - \frac{V_{sd}}{V_{cr}}}$

- Si noti che questo metodo non è applicabile qualora  $\frac{V_{sd}}{V_{cr}} > 0.25$ ; in tal caso è necessario effettuare un'analisi del II ordine rigorosa o si ridimensiona la struttura, irrigidendola

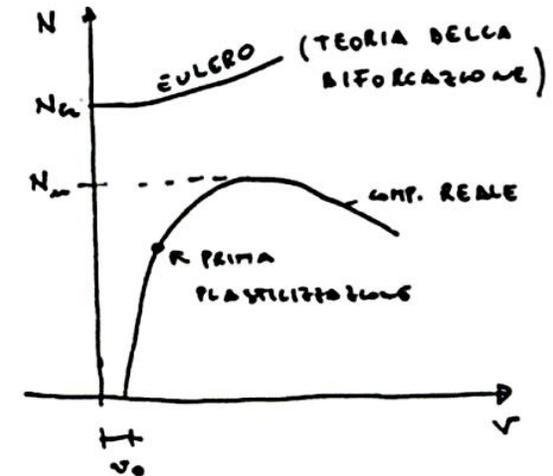
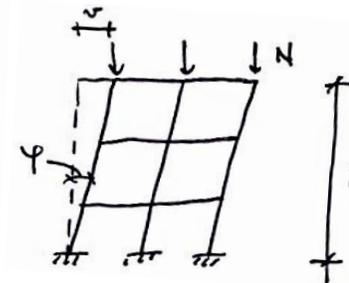
# Stabilità agli spostamenti laterali

- \* In via semplificata,  $\frac{M^{II}}{M^I} = \left(\frac{V \cdot \delta}{H \cdot h}\right)_{max}$
- È necessario verificare che per ogni piano e per ogni combinazione di carico prevista, il rapporto tra l'effetto **secondario** (o effetto  $P\Delta$ , pari a  $V \cdot \delta$ , con  $\delta$  spostamento di piano determinato con analisi elastica) e l'effetto **primario** ( $H \cdot h$ , con  $H$  taglio di piano) sia inferiore a 0.1
- È importante ricordare che esiste una perfetta analogia tra il comportamento di un'asta ed il comportamento di un telaio, sia nel caso questo venga considerato privo di imperfezioni, sia che si consideri il suo comportamento reale. In generale il **carico critico euleriano** è un carico non raggiungibile da una struttura reale per la presenza di imperfezioni geometriche, per la non linearità del materiale (plasticizzazione) e per gli effetti del II ordine dovuti alla presenza dei carichi verticali



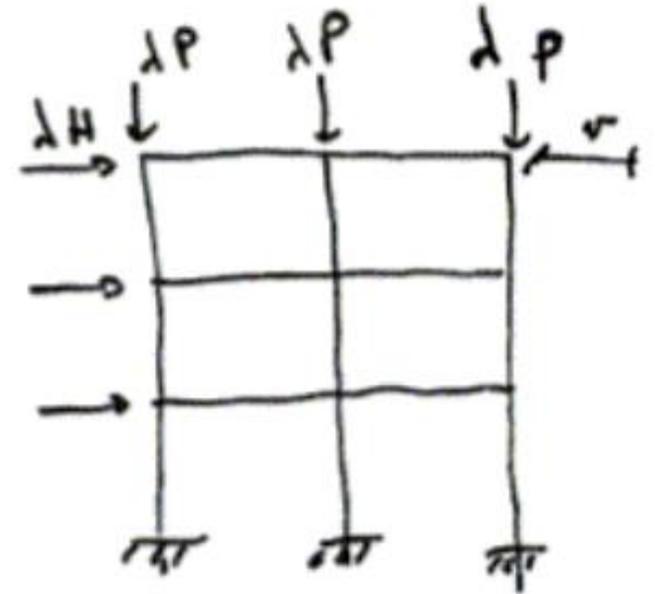
$N_{cr}$  = carico critico di asta / telaio ideale (privo di imperfezioni)

$N_u$  = carico critico di asta / telaio imperfetto



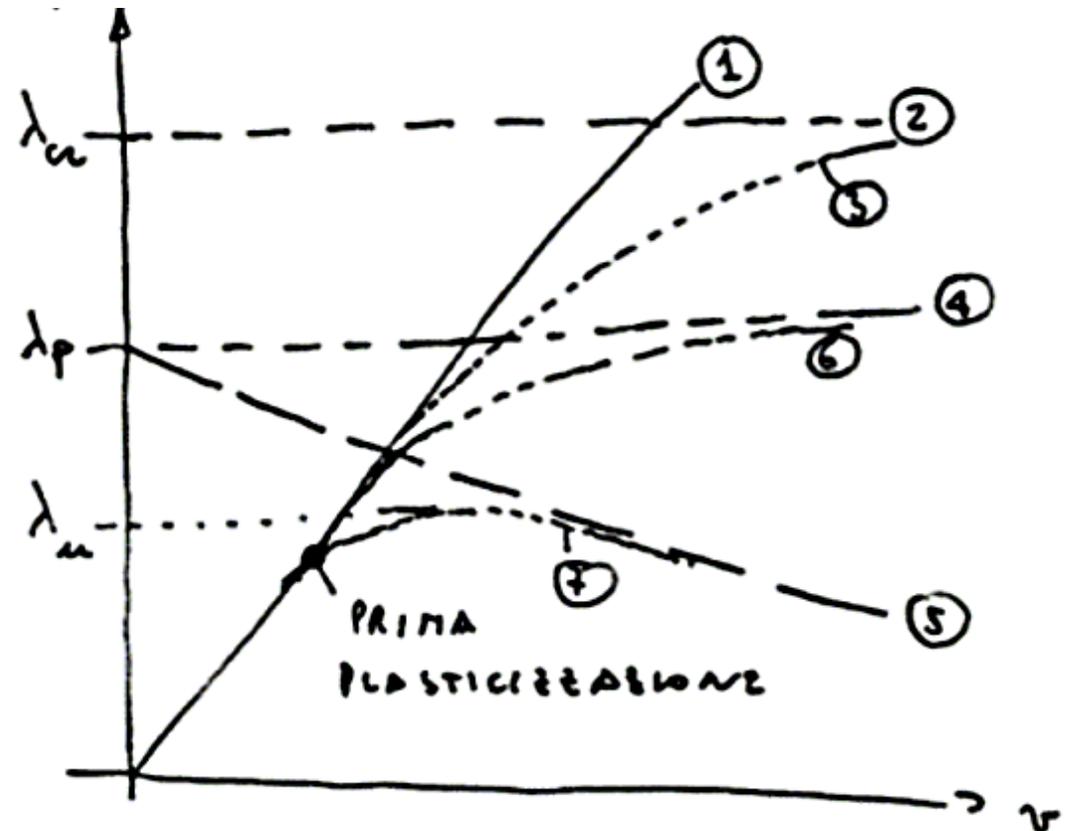
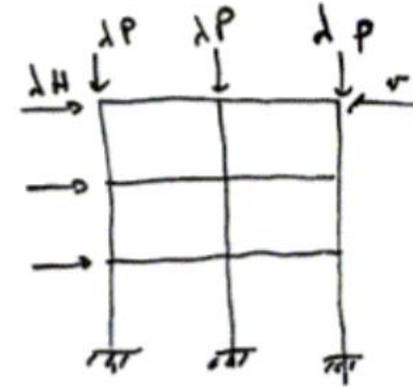
# Metodo di analisi

- Al riguardo, si sottolinea che non si ha equivalenza tra i termini **telaio controventato** e telaio **a nodi fissi**, poiché sono riferiti a due diversi aspetti del comportamento strutturale
- Il primo è associato alla resistenza della struttura e fornisce indicazioni relative al meccanismo di trasferimento delle forze orizzontali; il secondo invece è relativo alla deformabilità trasversale
- Più in generale è possibile elencare le **differenti analisi** che è si possono condurre su una struttura, riferendosi allo schema in figura, dove  $\lambda$  è un generico moltiplicatore di carico



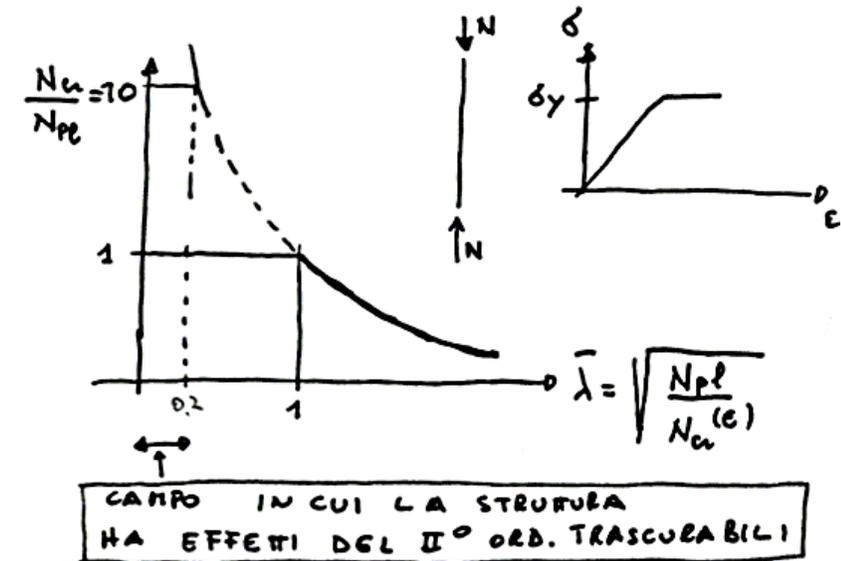
# Metodo di analisi

- 1 - analisi elastica lineare:** struttura indefinitamente elastica, materiali lineari, non si considerano gli effetti del II ordine
- 2 - determinazione del carico critico euleriano (di biforcazione)** corrispondente a  $\lambda_{cr}$
- 3 - analisi elastica non lineare :** considero gli effetti del II ordine ( $P - \Delta$ ) e curva asintotica a (2)
- 4 - analisi rigido-plastica** con  $\lambda_p$  per formazione meccanismo (calcolo a rottura approssimato)
- 5 - analisi rigido-plastica (come (4)) con effetti del II ordine:**  $\lambda_p$  decresce linearmente
- 6 - analisi elasto-plastica senza effetti del II ordine:** si creano progressivamente una serie di cerniere plastiche fino al valore asintotico  $\lambda_p$
- 7 - analisi elasto-plastica con effetti del II ordine:** più corretta, determina  $\lambda_u$



# Metodo di analisi – Analisi elastica

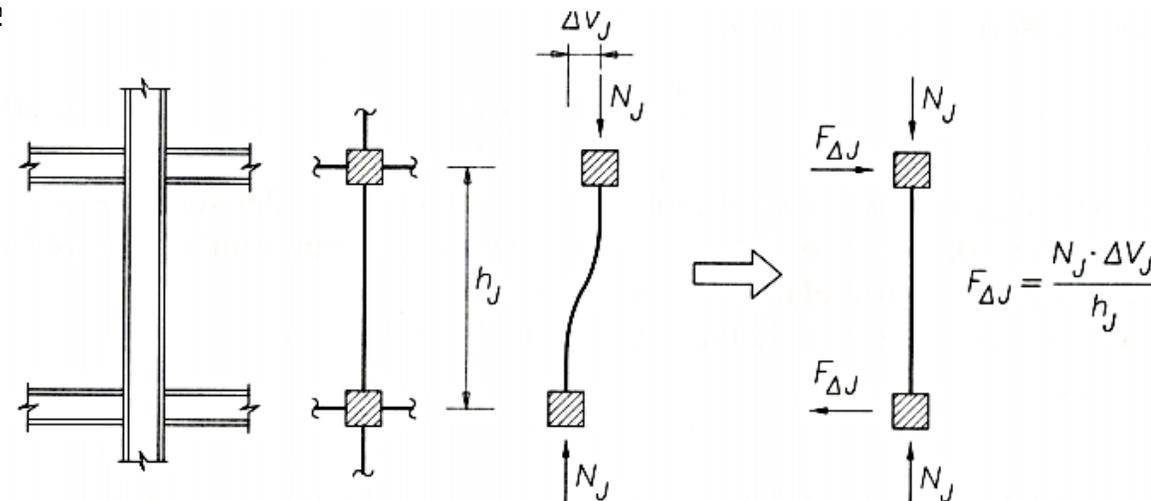
- Il metodo **7** offre una stima molto buona del carico ultimo che la struttura può sopportare, ma rappresenta sempre un metodo approssimato
- Si può dimostrare che in generale vale per i telai la formula di Rankine:  $\frac{1}{\lambda_u} = \frac{1}{\lambda_{cr}} + \frac{1}{\lambda_p}$
- Da questa segue che gli effetti del II ordine sono trascurabili quando  $\lambda_{cr} \gg \lambda_p$ , allora  $\lambda_u \approx \lambda_p$
- Da questa condizione si deduce che la curva **6** e **7** sono sovrapposte. Quindi anche un'analisi elastica del I ordine (**1**) può essere accettabile. Per l'EC3 vale questa condizione se  $\lambda_{cr} > 10 \lambda_p$
- Si può inoltre assimilare il comportamento della struttura a quella delle **aste tozze caricate di punta**



# Metodo di analisi – Valutazione effetti II ordine

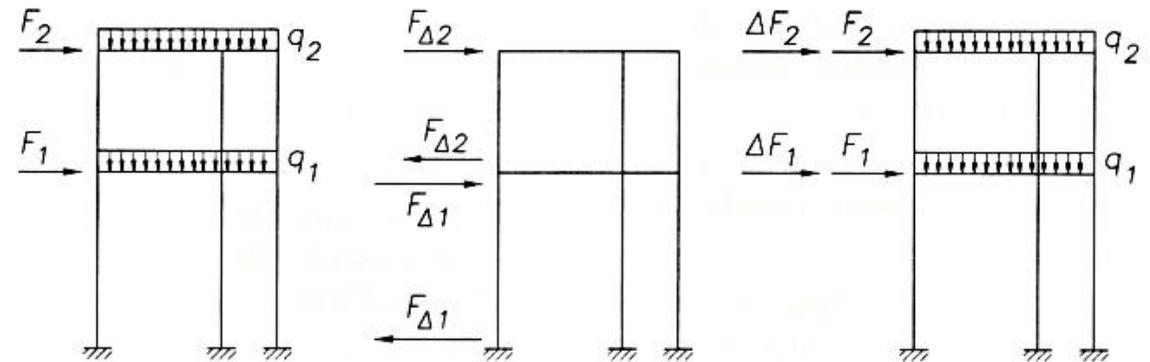
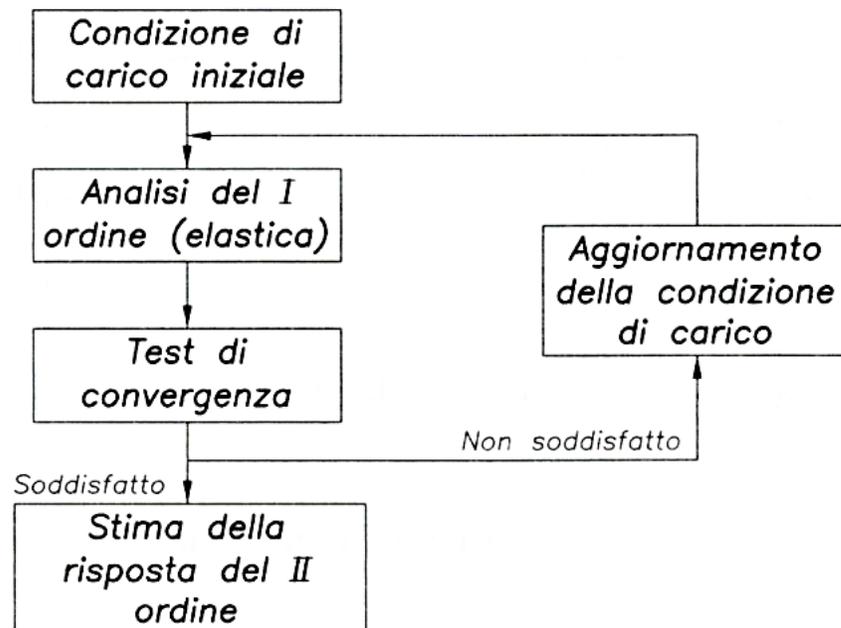
- Si può fare uso del «**metodo dei tagli fittizi**»
- Il metodo permette di approssimare, mediante una serie di analisi elastiche del I ordine (**iterative**), la risposta del sistema intelaiato tenendo approssimativamente in conto gli effetti del II ordine con riferimento alla particolare condizione di carico in esame
- La generica colonna, di altezza  $h_j$  è soggetta all'azione assiale  $N_j$ , determinata mediante un'analisi del I ordine. Nella configurazione deformata (con spostamento relativo  $\Delta V_j$ ), è soggetta a un'azione flettente aggiuntiva pari a  $N_j \cdot \Delta V_j$ , dovuta all'eccentricità dell'azione assiale. Il metodo è basato sulla trasformazione di questa azione flettente aggiuntiva in una **copia equivalente di tagli fittizi**  $F_{\Delta j}$  agenti all'estremità della colonna e di valore  $N_j \cdot \Delta V_j = h_j$
- Viene richiesta una nuova analisi elastica del del I ordine in cui la condizione di carico è stata aggiornata includendo anche il contributo del taglio fittizio  $F_{\Delta j}$

- Lo **spostamento** conseguente risulta allora superiore a quello determinato nell'analisi precedente, e quindi ne deriva un'**azione flettente** associata alla deformabilità del sistema di entità maggiore
- Con un numero limitato di iterazioni è possibile, nella maggior parte dei casi, approssimare in termini di spostamenti e di azioni interne la risposta elastica del II ordine della struttura



# Metodo di analisi – Valutazione effetti II ordine

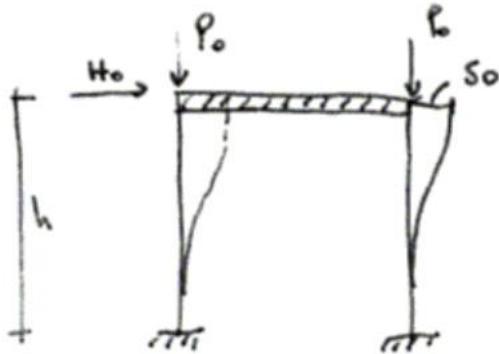
- «Metodo dei tagli fittizi» applicato ai telai
- Deve essere in primo luogo fissato il **parametro di controllo** sul quale basare la verifica di convergenza (usualmente lo spostamento trasversale massimo, il massimo spostamento di interpiano, oppure il valore di un'azione interna in una sezione critica) per potere interrompere la procedura iterativa, essendosi raggiunto un grado di accuratezza soddisfacente ai fini progettuali (usualmente fissato in qualche unità percentuale)



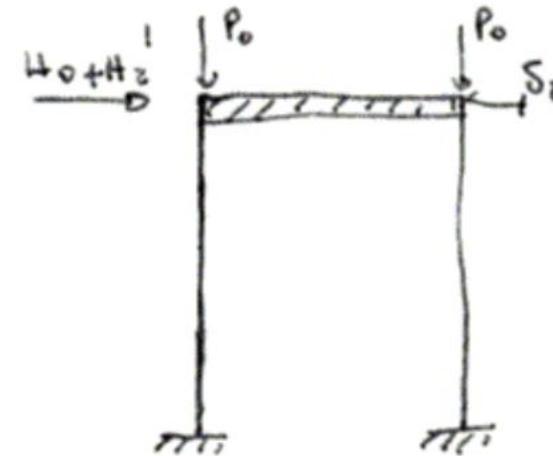
N.B: 3-4 iterazioni per arrivare a un soddisfacente livello di accuratezza. Diversamente, il metodo semplificato non è applicabile (risultati non affidabili) ed è pertanto richiesto uno strumento di analisi più raffinato

# Metodo di analisi – Valutazione effetti II ordine

**Passo 0**  $\underline{k} \cdot \underline{u}_0 = \underline{F}_0 \Rightarrow \delta_0, \quad H_1' = \frac{2P_0\delta_0}{h}$   
 con  $\underline{k}$  matrice di rigidezza,  $\underline{u}_0$  vettore degli spostamenti (incognito)  $\rightarrow$  ottenuto  $\delta_0$  ricavo la forza equivalente agli effetti del secondo ordine  $H_1$



**Passo 2**  $\underline{k} \cdot \underline{u}_2 = \underline{F}_0 + \underline{\Delta F}_2 \Rightarrow \delta_2, \quad H_3' = \frac{2P_0\delta_2}{h}$   
 se  $\delta_2 - \delta_1 \leq \epsilon \rightarrow STOP$



**Passo 1**  $\underline{k} \cdot \underline{u}_1 = \underline{F}_0 + \underline{\Delta F}_1 \Rightarrow \delta_1, \quad H_2' = \frac{2P_0\delta_1}{h}$   
 se  $\delta_1 - \delta_0 \leq \epsilon \rightarrow STOP$

**Altrimenti FINO ALLA CONVERGENZA**

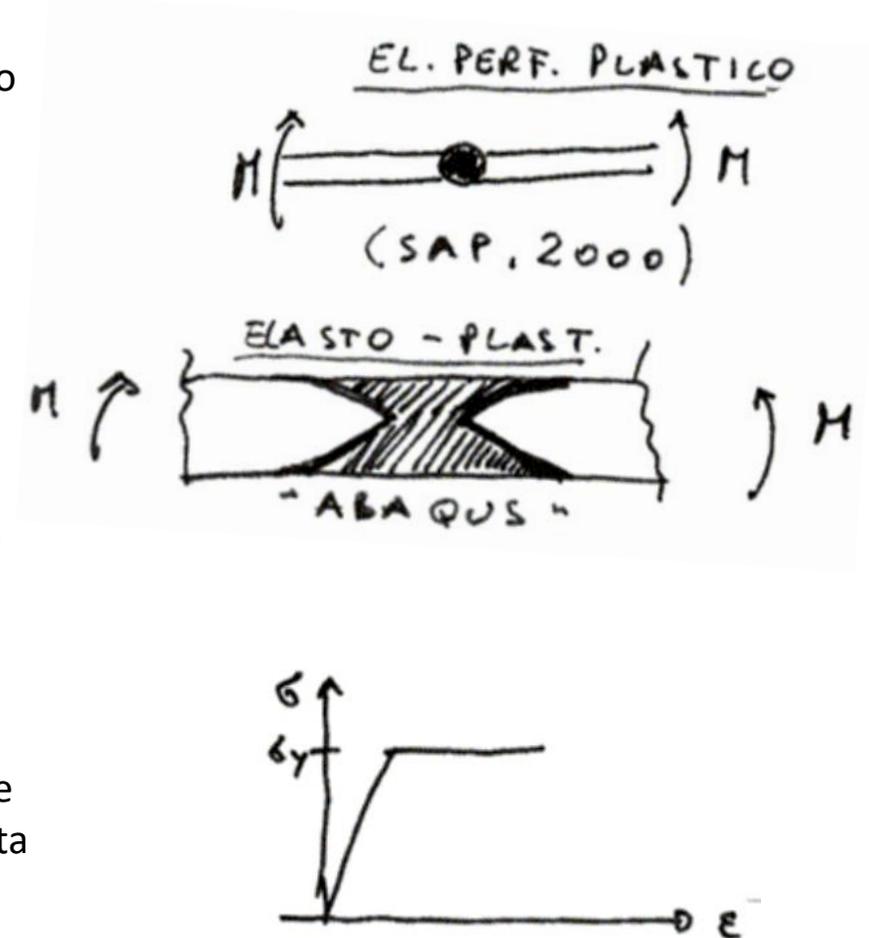
Si noti che la matrice di rigidezza è sempre la stessa;  
 il metodo risulta quindi di facile applicazione ma non rigoroso

# Metodo di analisi – Analisi plastica

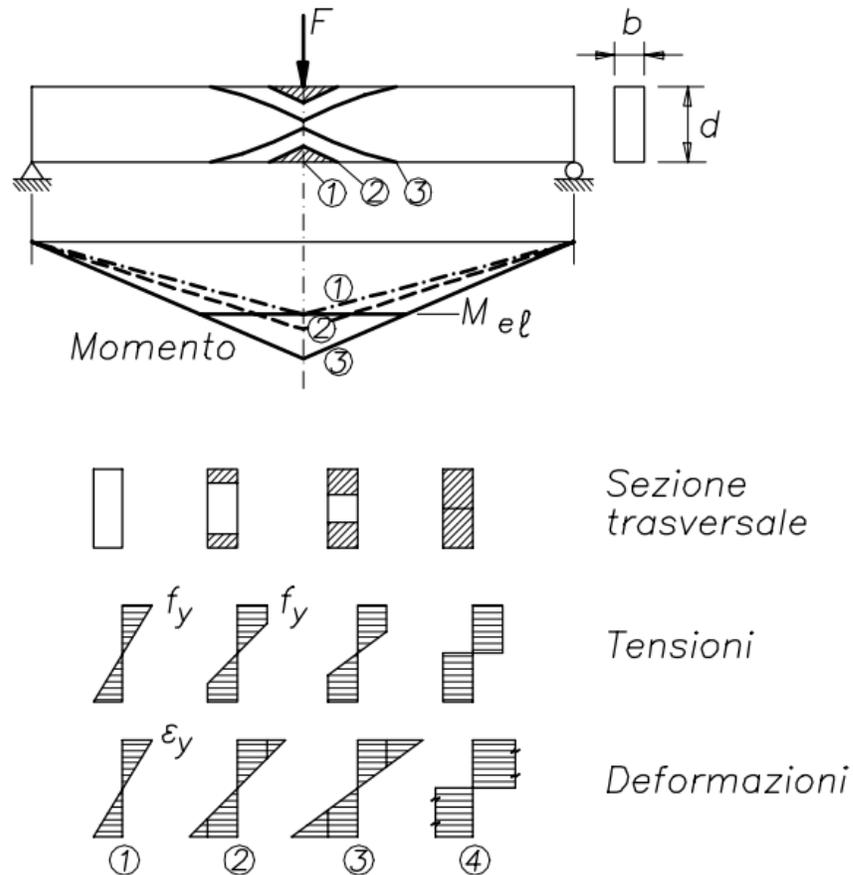
- Può essere eseguita se:
  - ✓ Le sezioni sono di classe I o II
  - ✓ I profili sono simmetrici
  - ✓ Non ci sono problemi di instabilità
  
- È in genere svolta su:
  - ✓ Telai a nodi fissi
  - ✓ Telai controventati con nodi semi-rigidi

# Metodo di analisi – **Analisi plastica**

- L'analisi plastica globale di un telaio può essere svolta considerando:
  - ✓ **Metodi rigido-plastici**: le deformazioni elastiche delle membrature sono trascurate e tutte le deformazioni plastiche sono concentrate nelle cerniere plastiche (calcolo a rottura), con aste indeformabili
  - ✓ **Metodi elasto-plastici**, che si suddividono in:
    - ❑ Metodo di analisi **elastico-perfettamente plastico** (tipo SAP2000)
    - ❑ Metodo di analisi **elasto-plastico** (plasticizzazione diffusa e eventuale incrudimento, tipo ABAQUS)
- In un'analisi **elastica-perfettamente plastica**, si assume che le sezioni restino elastiche fino a quando non viene raggiunto il momento plastico. Successivamente le sezioni diventano plastiche (in corrispondenza delle cerniere plastiche, descritte per esempio da molle)
- In un'analisi **elasto-plastica**, si assume che le sezioni possano essere descritte da un legame  $\sigma-\varepsilon$  di tipo bilineare. E' prevista una modellazione più sofisticata (es. tipo ABAQUS; in questo caso la sezione trasversale rimane elastica fino allo snervamento delle fibre esterne, e all'aumentare di  $M$  la plasticizzazione prosegue all'interno della sezione e lungo l'elemento)



# Metodo di analisi – Analisi plastica



**Figura 3.17** Andamento delle tensioni e deformazioni nella sezione di mezzera di una trave in semplice appoggio.

# Metodo di analisi – Analisi plastica

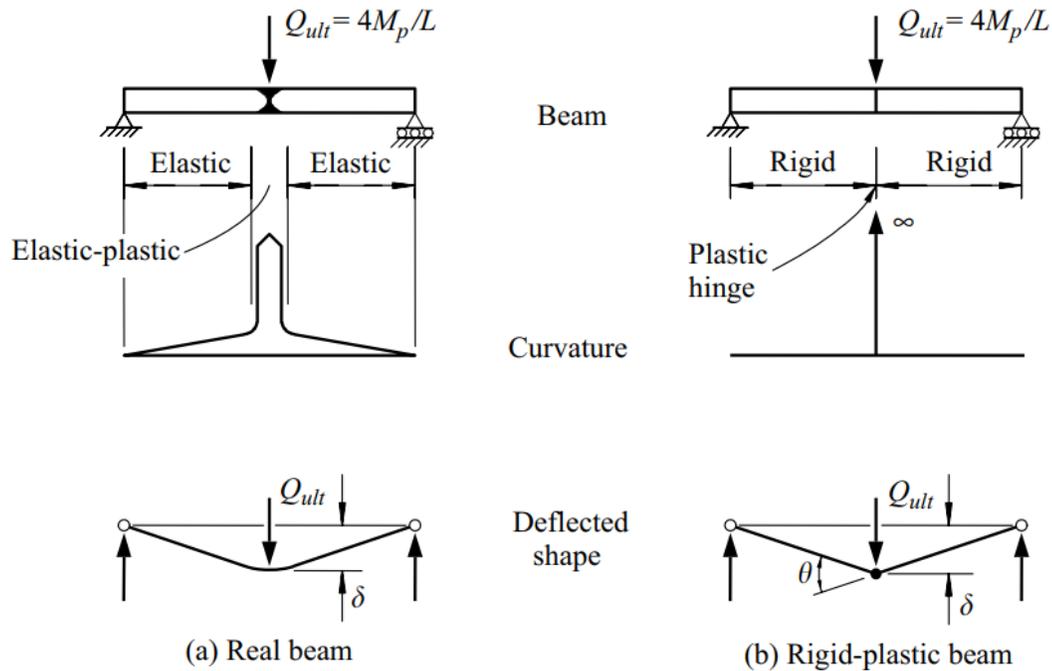


Figure 5.25 Beam with full plastic moment  $M_p$  at mid-span.

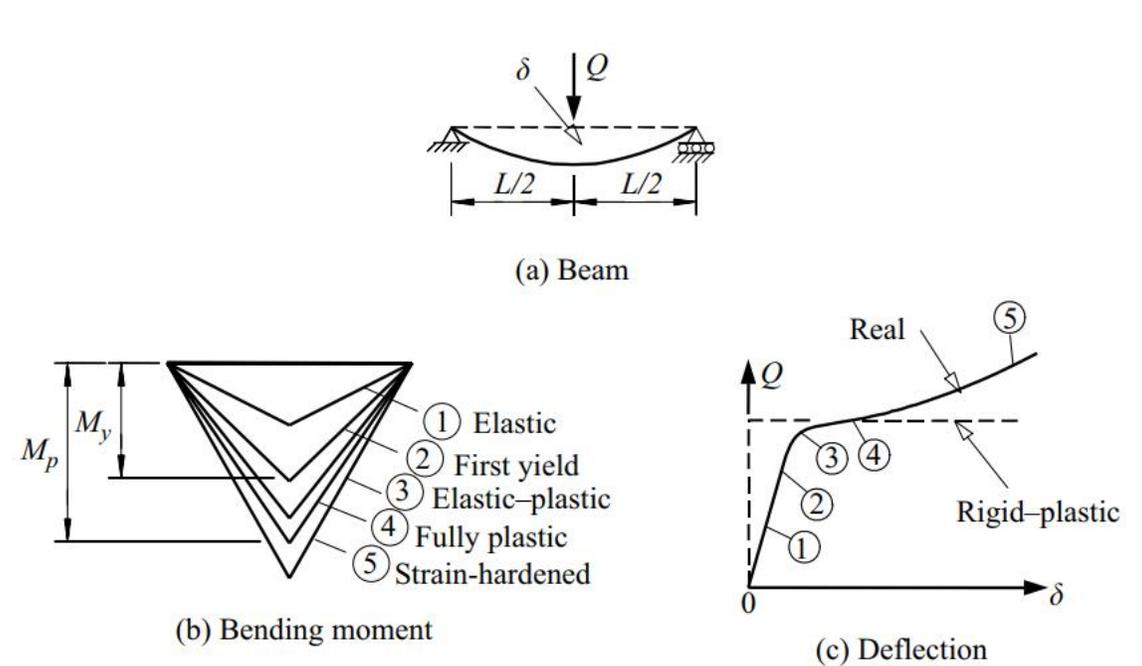
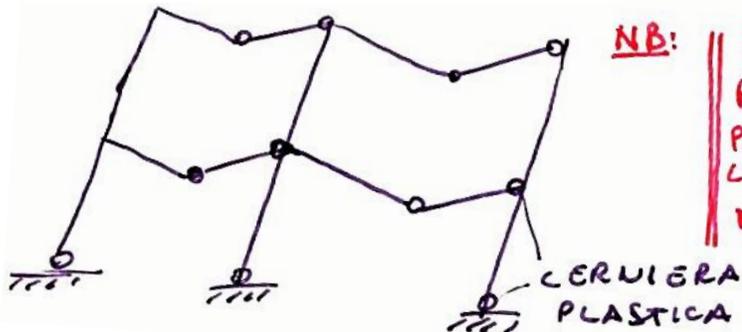


Figure 5.26 Behaviour of a simply supported beam.

# Metodo di analisi – Analisi plastica

- Sia l'analisi rigido-plastica che elasto-plastica possono essere effettuate secondo la teoria del I o del II ordine
- Se il sistema è a nodi fissi ( $V_{sd} / V_{cr} < 0.1$ ), possono essere trascurati gli effetti del II ordine
- Se  $0.1 \leq V_{sd} / V_{cr} \leq 0.2$ , può essere effettuata un'analisi rigido-plastica amplificando tutte le sollecitazioni della quantità  $1 / (1 - \frac{V_{sd}}{V_{cr}})$  (come per le analisi elastiche)



**NB:** QUANDO SI USA L'ANALISI PLASTICA DEVONO ESSERE PREDISPOSTI DEI VINCOLI LATERALI IN CORRISPONDENZA A TUTTE LE CER. PLASTICHE

## REQUISITI PER LE COLONNE

Se le cerniere plastiche si vengono a formare nelle colonne (ad es. al piede), deve esserne garantita una certa rigidezza; occorre, in buona sostanza controventare il telaio.

- Nei telai controventati è richiesto che:

$$\bar{\lambda} \leq 0.40 \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{sd}}}$$

ossia si richiedono colonne “tozze” che instabilizzino in campo plastico;

- mentre per i telai non controventati si richiede che:

$$\bar{\lambda} \leq 0.32 \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{sd}}}$$

con  $\bar{\lambda}$  snellezza della colonna nel piano in cui si plasticizza