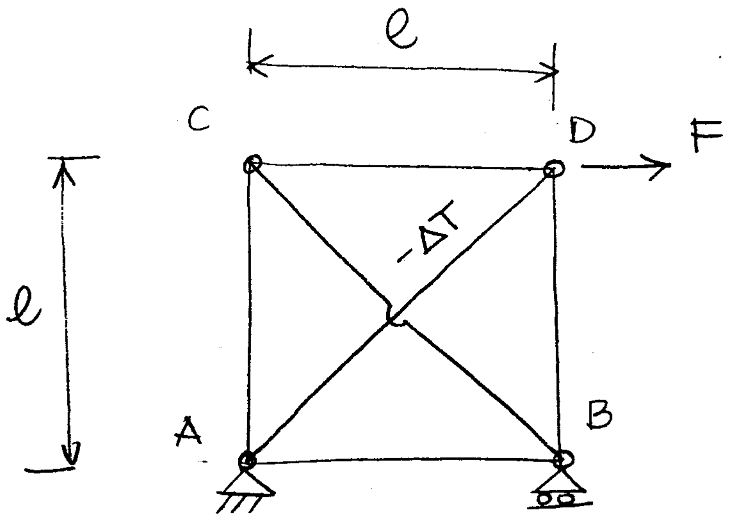
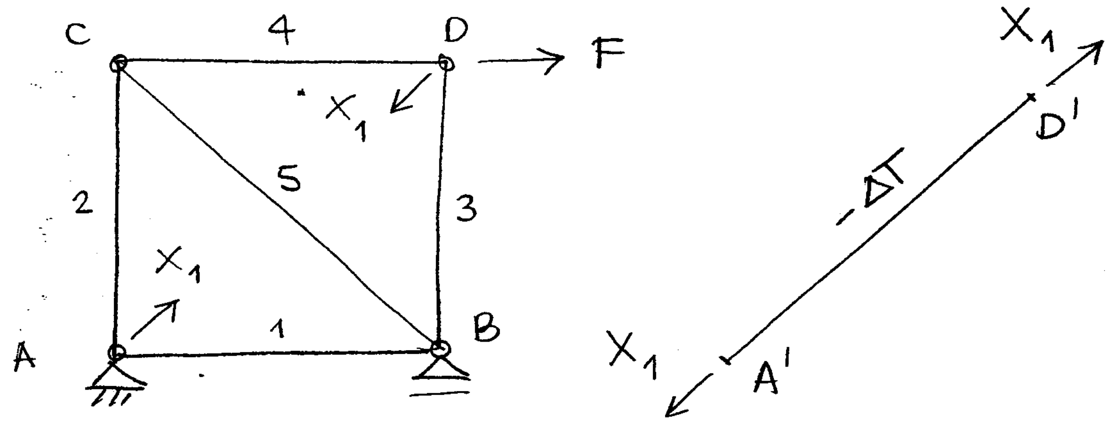


struttura reticolare 1 volta internamente iperstatica

Consideriamo la s.p.i. ottenuta distaccando l'asta AD e assumendo come incognita iperstatica X_1 lo sforzo normale in tale asta



condizione di congruenza $\delta_{AD} = \delta_{A'D'}$

dove δ_{AD} è lo spostamento relativo tra i punti A e D (positivo se D si allontana da A per convenzione)

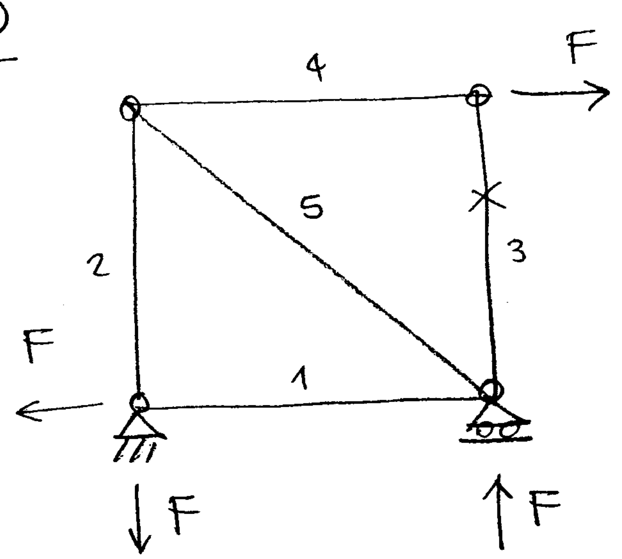
quindi:

$$\delta_{A'D'} = \frac{X_1 l\sqrt{2}}{EA} - \alpha \Delta T l\sqrt{2}$$

pertanto possiamo riferirci alla s.p.i. assumendo la condizione di congruenza:

$$\delta_{AD} = \left(\frac{X_1}{EA} - \alpha \Delta T\right) l\sqrt{2}$$

sistema 0

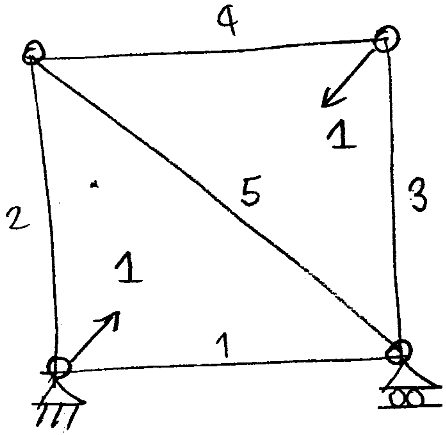


$N_1 = N_2 = N_4 = F$

$N_3 = 0$

$N_5 = -F\sqrt{2}$

sistema 1



$N_3 = N_4 = N_1 = N_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$N_5 = 1$

k	1	2	3	4	5
l_k	l	l	l	l	$l\sqrt{2}$
N_k^0	F	F	0	F	$-F\sqrt{2}$
N_k^1	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	1

$N_k \equiv N \quad L_{vi} = \sum N' \frac{N_k l_k}{EA_k}$

quindi

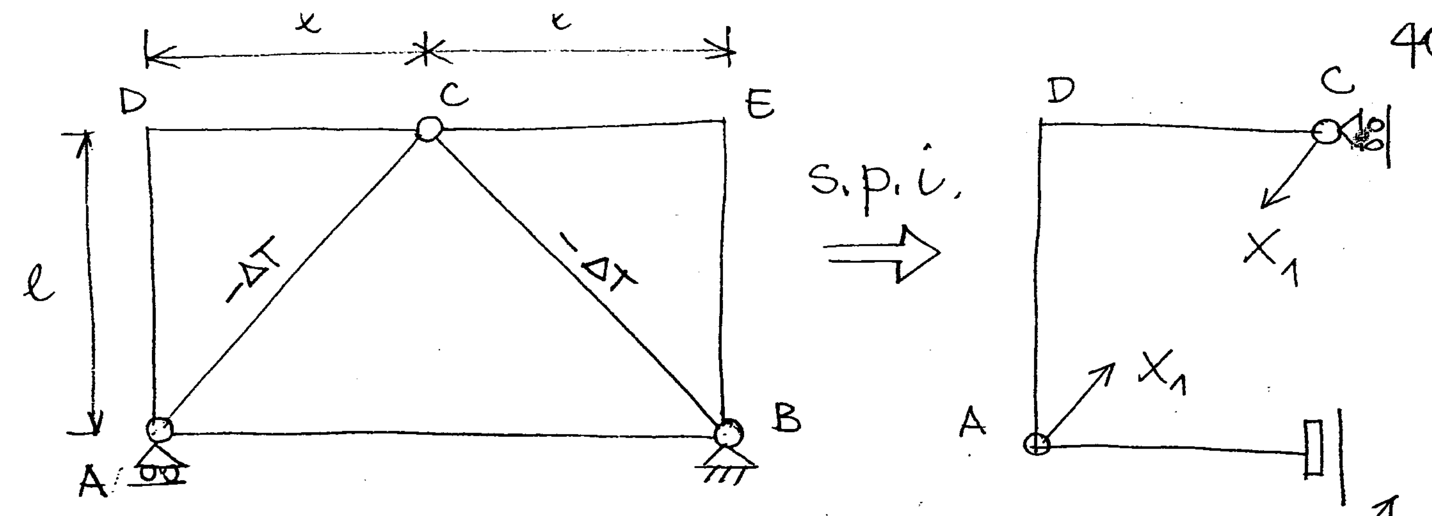
$$-1 \cdot \delta_{AD} = \eta_{10} + \eta_{11} X_1 = \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\right)\frac{Fl}{EA} + \left(\frac{4}{2} + \sqrt{2}\right)\frac{X_1 l}{EA}$$

cioè:

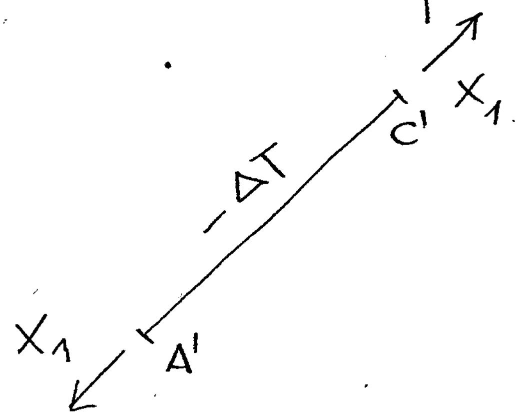
$$\left(-X_1 + \alpha \Delta T EA\right)\frac{\cancel{l}\sqrt{2}}{\cancel{EA}} = \left[\left(2+\sqrt{2}\right)X_1 - \left(2 + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)F\right]\frac{\cancel{l}}{\cancel{EA}}$$

da cui

$$X_1 = \frac{\left(3 + 2\sqrt{2}\right)F + 2\alpha \Delta T EA}{2\left(2+\sqrt{2}\right)}$$



Struttura simmetrica 2volte iperstatica, sollecitata in modo simmetrico. Esternamente isostatica con reazioni vincolari nulle,



per cui posso eliminare i vincoli esterni e studiare solo metà struttura. Se scelgo come incognita iperstatica X_1 lo sforzo normale nella biella AC mi riduco alla s.p.i. in figura, labile ma staticamente determinata per la particolare condizione di carico (in equilibrio). Inoltre, devo introdurre la condizione di congruenza sullo spostamento relativo dei punti A e C:

$$\delta_{AC} = \delta_{A'C'} = \frac{X_1 l\sqrt{2}}{EA} - \alpha \Delta T l\sqrt{2}$$

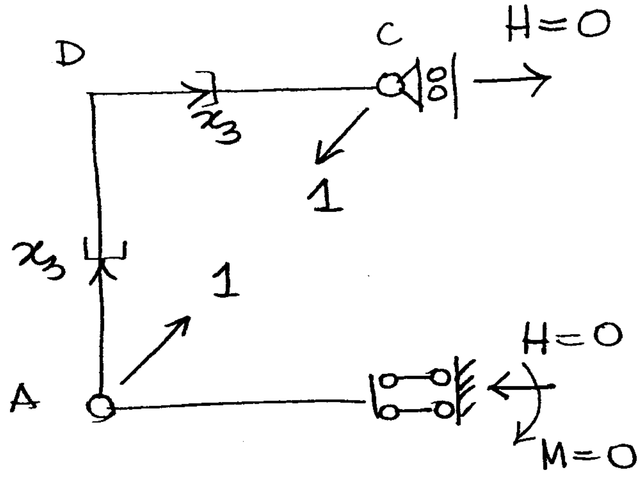
Pertanto:

$$L_{ve} = -1 \cdot \delta_{AC} = -\left(\frac{X_1}{EA} - \alpha \Delta T\right) l\sqrt{2}$$

$$L_{vi} = \eta_{10} + \eta_{11} X_1$$

Il sistema 0 è scarico non essendo presenti carichi esterni assegnati, pertanto $\eta_{10} = 0$.

sistema 1



per equilibrio attorno ad A

//

Pertanto:

$$\underline{AD}: \quad M^1(x_3) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\,x_3 \qquad (0 \leq x_3 \leq \ell)$$

$$\underline{DC}: \quad M^1(x_3) = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\ell - x_3) \qquad //$$

$$\eta_{11} = \frac{1}{EI}\,\frac{1}{2}\int_0^{\ell}\left[x_3^2 + (\ell - x_3)^2\right]dx_3 = \frac{\ell^3}{3EI}$$

Dall'identità $L_{ve} = L_{vi}$ si ottiene

$$-\left(\frac{X_1}{EA} - \alpha\,\Delta T\right)\sqrt{2}\,\ell = \frac{X_1 \ell^3}{3EI}$$

da cui

$$X_1 = \frac{3\sqrt{2}}{\ell^2}\,\frac{\alpha\,\Delta T\,EI}{1 + \frac{3\sqrt{2}}{\ell^2}\frac{EI}{EA}}$$