Geometria

Note del corso

Ingegneria

Daniele Zuddas

Nozioni preliminari

Quantificatori $\begin{cases} \text{esistenziale } \exists \text{ (esiste)} \\ \text{universale } \forall \text{ (per ogni)} \end{cases}$

Insiemi "collezioni" non ordinate di elementi senza ripetizioni

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$ $\quad x_i \neq x_j \quad \forall i \neq j$

insieme finito (non ordinato)

X ha n elementi e diremo anche che X ha cardinalità n.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ insieme dei numeri naturali

insieme infinito $\quad$ $\mathbb{N}$ ha infiniti elementi

diremo che $\mathbb{N}$ ha cardinalità infinita

Spesso non è comodo, o non è possibile, elencare gli elementi di un insieme come negli esempi precedenti. Si può definire un insieme mediante una regola o una proprietà che ne caratterizzi gli elementi.

$A = \{x \mid x \text{ è un numero naturale}, x > 2, x < 10\}$
$= \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{x \mid x \text{ è un numero naturale pari}\} =$
$= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

In generale se P è una certa proprietà, l'insieme degli elementi che hanno la proprietà P si denota

$\{x \mid x \text{ soddisfa } P\}$ o $\{x : x \text{ soddisfa } P\}$

Se X è un insieme, e x è un elemento di X scriviamo

$$x \in X$$

e diremo che x appartiene a X

Se X e Y sono due insiemi e ogni elemento di X è anche elemento di Y scriviamo

$$X \subset Y$$

di diremo che X è <u>sottoinsieme</u> di Y o X è contenuto in Y.

In altri termini $X \subset Y$ se $\forall x \in X$ si ha che $x \in Y$.

Scriveremo anche $Y \supset X$ (Y contiene X).

$\subset$ contiene a volte indicato con $\subseteq$

$\subsetneq$ contiene strettamente: $X \subsetneq Y$ X è contenuto in Y ma è diverso da Y, indicato anche $Y \supsetneq X$.

ϕ insieme vuoto, cioè l'insieme che non contiene alcun elemento (è l'unico insieme con tale proprietà). Si ha $\phi \subset X$ $\forall$ insieme X.

Uguaglianza di insiemi:

$X = Y$ se $X \subset Y$ e $Y \subset X$, cioè se X e Y hanno esattamente gli stessi elementi (non importa l'ordine)

I simboli visti sopra hanno anche le negazioni

$x \notin X$ se x non è elemento di X

$X \not\subset Y$ se X non è sottoinsieme di X, ecc.

Se x è un qualunque elemento (o insieme), il singoletto di x è l'insieme che contiene soltanto x, cioè $\{x\}$

<u>**OSS**</u> $x \neq \{x\}$

$x \in X$ equivale a $\{x\} \subset X$

appartiene è contenuto.

a, b proposizioni

$a \underset{e}{\wedge} b$ congiunzione

$a \underset{o}{\vee} b$ disgiunzione

Implicazione

$a \Rightarrow b$ a implica b

a	b	$a \Rightarrow b$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

(tale che)

Esempio $n \in \mathbb{N}$ è pari $\Rightarrow \exists\, k \in \mathbb{N}$ t.c. $n = 2k$.

Doppia implicazione o equivalenza logica

$a \Leftrightarrow b$ a se e solo se b (a sse b) o a equivalente a b

a	b	$a \Leftrightarrow b$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

$a \Leftrightarrow b$ equivale a $(a \Rightarrow b \underset{e}{\wedge} b \Rightarrow a)$

Esempio $n \in \mathbb{N}$ è pari $\Leftrightarrow \exists\, k \in \mathbb{N}$ t.c. $n = 2k$.