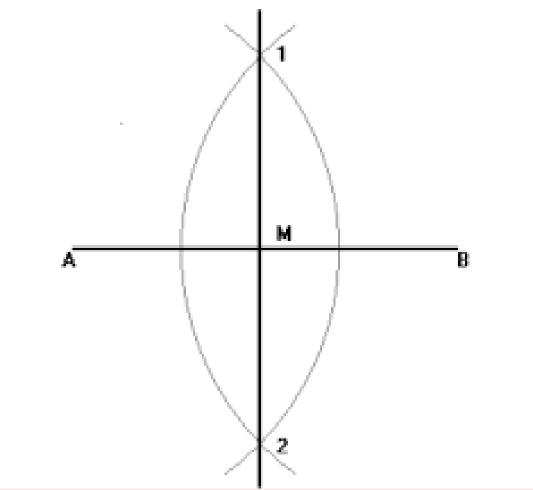
Passo Valles – 5-7 Ottobre 2022

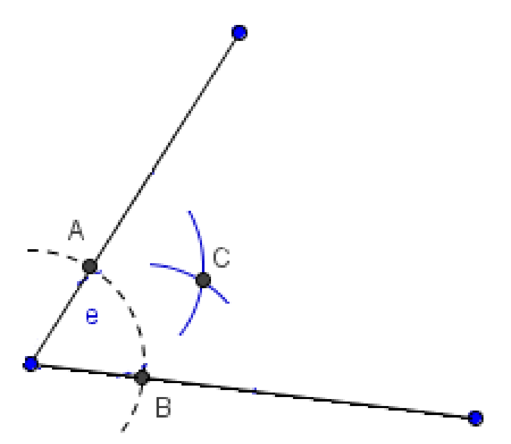
Fabio Vlacci

DiSPeS
Università di Trieste - Italy

October 9, 2022

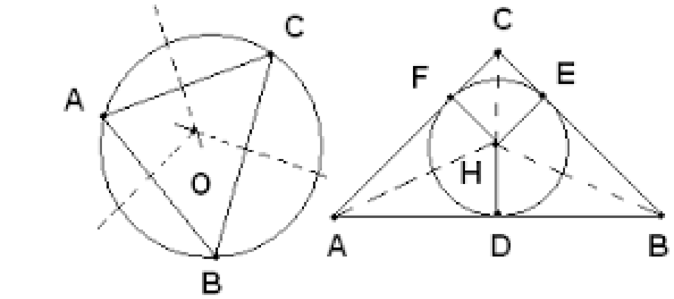


Costruzione grafica dell'asse di un segmento



Costruzione grafica di una bisettrice

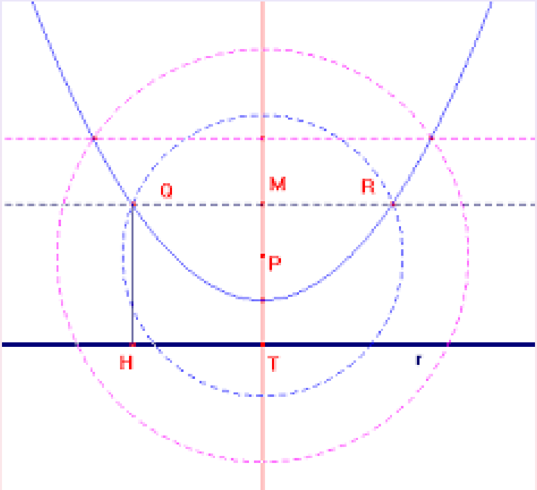
Punti notevoli triangolo: circocentro e incentro



Triangolo inscritto in una circonferenza

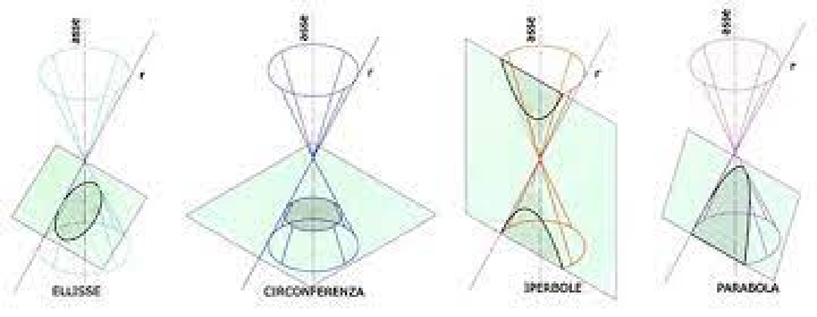
Triangolo circoscritto ad una circonferenza

Parabola



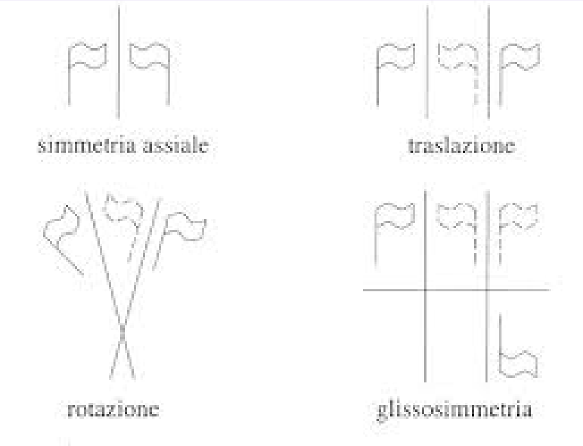
Costruzione grafica di una parabola

Coniche

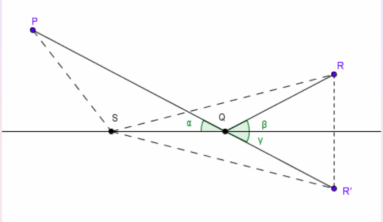


Coniche come sezione piana di un cono

Trasformazioni rigide del piano

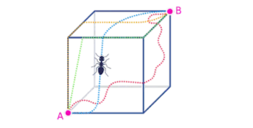


Problema di Erone



Soluzione (unica) del problema di Erone

Esercizio



Trovare il percorso più breve sul cubo per raggiungere il vertice *B* partendo dal vertice *A*.

Distanza.......in “matematichese”

Definition

Una distanza in un insieme A è una *funzione*

$$d : A \times A \to \mathcal{S}_{\geq 0}$$

con $\mathcal{S}$ insieme numerico ordinato (con ordinamento “$\geq$” e somma “$+$”) tale che

Distanza.......in "matematichese"

Definition

Una distanza in un insieme A è una *funzione*

$$d : A \times A \to \mathcal{S}_{\geq 0}$$

con $\mathcal{S}$ insieme numerico ordinato (con ordinamento "$\geq$" e somma "$+$") tale che

1. $d(a, a') = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad a = a'$;

Distanza.......in “matematichese”

Definition

Una distanza in un insieme A è una *funzione*

$$d : A \times A \to \mathcal{S}_{\geq 0}$$

con $\mathcal{S}$ insieme numerico ordinato (con ordinamento “$\geq$” e somma “$+$”) tale che

1. $d(a, a') = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad a = a'$;
2. $d(a, a') = d(a', a) \quad \forall a, a' \in A$;

Distanza.......in "matematichese"

Definition

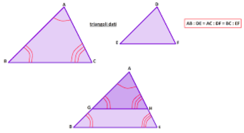
Una distanza in un insieme A è una *funzione*

$$d : A \times A \to \mathcal{S}_{\geq 0}$$

con $\mathcal{S}$ insieme numerico ordinato (con ordinamento "$\geq$" e somma "$+$") tale che

1. $d(a, a') = 0 \iff a = a'$;
2. $d(a, a') = d(a', a) \quad \forall a, a' \in A$;
3. $d(a, a'') + d(a'', a') \geq d(a, a') \quad \forall a, a', a'' \in A$.

Triangoli simili



Similitudine di triangoli

Triangoli simili

Remark

Dati due triangoli simili, ciascun lato del primo triangolo ha lunghezza nella stessa proporzione o scala *rispetto alla lunghezza del corrispondente lato del secondo tiangolo.*

Triangoli simili

Remark

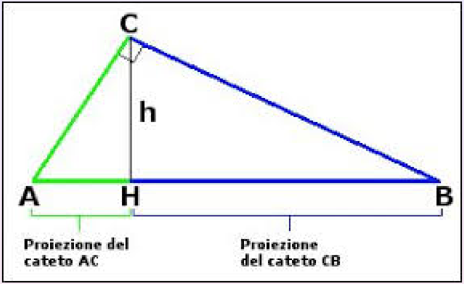
Dati due triangoli simili, ciascun lato del primo triangolo ha lunghezza nella stessa proporzione o scala *rispetto alla lunghezza del corrispondente lato del secondo tiangolo.*

In genere il rapporto *di scala (ovvero la costante di proporzionalità delle lunghezze l_a, $l_{a'}$ dei corrispondenti lati a e a' di due triangoli simili) si indica con*

$$l_a : l_{a'}$$

.

Teoremi di Euclide (per triangoli *rettangoli*!)



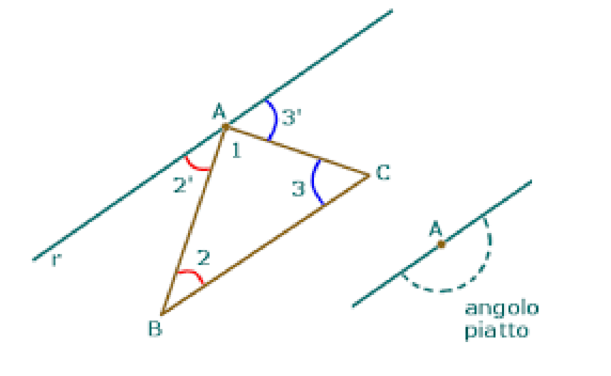
I due triangoli *AHC* e *HBC* sono simili tra loro e simili al triangolo *ABC*

Se $\overline{PQ}$ rappresenta la distanza fra i punti *P* e *Q*, allora

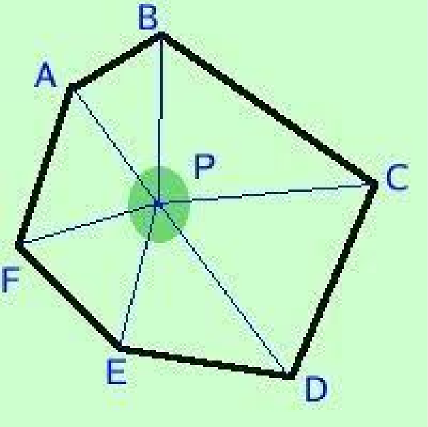
$$\overline{AH} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} \text{ e } \overline{HB} : \overline{CB} = \overline{CB} : \overline{AB} \quad \textit{primo Teorema di Euclide}$$

$$\overline{AH} : \overline{HC} = \overline{HC} : \overline{HB} \quad \textit{secondo Teorema di Euclide}$$

“Somma” angoli interni di un triangolo



“Somma” angoli interni di un poligono

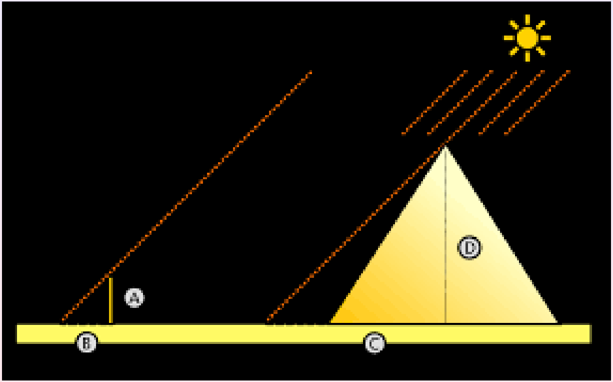


In un poligono di n lati la “somma” degli angoli interni è n volte l’angolo piatto meno un angolo giro.

Applicazione Teorema di Talete (triangoli simili)

Calcolo dell'altezza della piramide

Applicazione Teorema di Talete (triangoli simili)



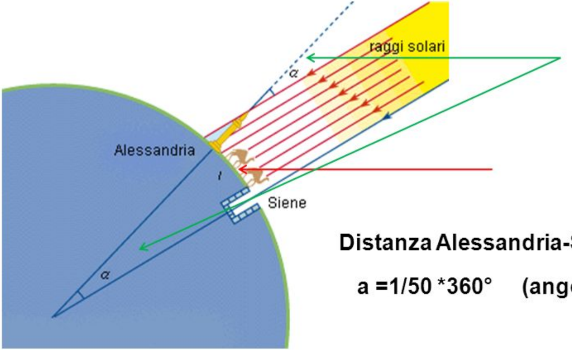
Calcolo dell'altezza della piramide $D : A = C : B$

Eratostene

Calcolo del raggio della terra

Eratostene

Il metodo di Eratostene per la misura del raggio terrestre



Distanza Alessandria-Siene= 800 km

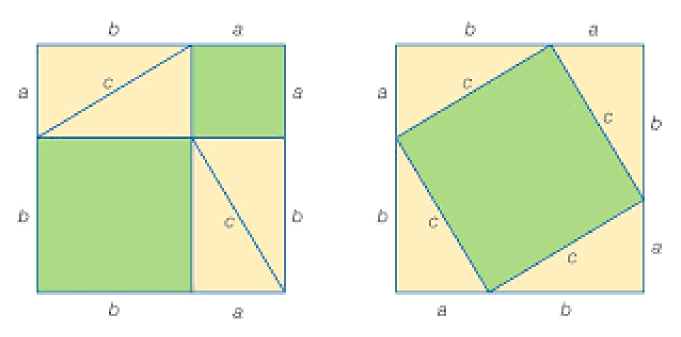
a =1/50 *360° (angolo giro)

Applicando la proporzione arco(AS) : Circ. = a : 360°

Circ.= arco(AS) *360°: a = 800*360*50:360 = 40.000 km

La circonferenza reale all'equatore è di 40.009 km con un errore di 9 km.

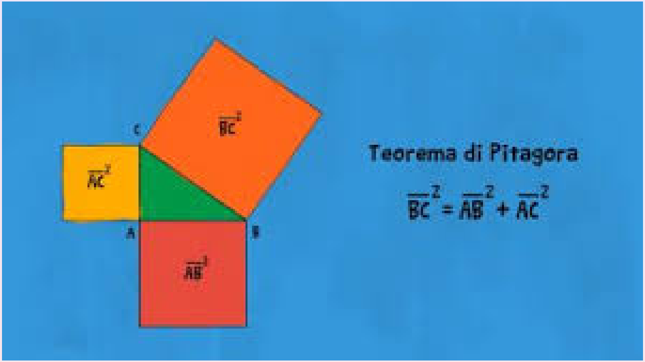
Teorema di Pitagora



$$a^2 + b^2 = c^2$$

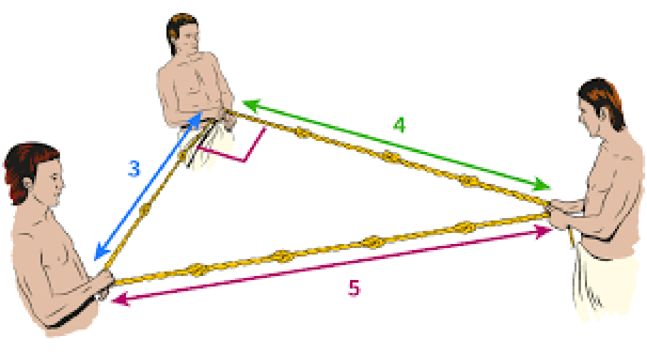
P.S. $x^2 = x \cdot x$

Esercizio



Vale una analoga relazione per se al posto del quadrato si considera un *qualunque* poligono regolare?

Applicazione del Teorema di Pitagora



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Ippaso e la irrazionalità della lunghezza della diagonale di un quadrato rispetto al lato

La lunghezza della diagonale di un quadrato di lato unitario è un numero *irrazionale* ossia un numero che non può esprimersi come rapporto di numeri interi.

Ippaso e la irrazionalità della lunghezza della diagonale di un quadrato rispetto al lato

La lunghezza della diagonale di un quadrato di lato unitario è un numero *irrazionale* ossia un numero che non può esprimersi come rapporto di numeri interi.
Questa proposizione può essere dimostrata utilizzando il metodo della dimostrazione per assurdo: si presuppone vera l'affermazione contraria (negazione della tesi) e si mostra che questa porta ad una contraddizione (negazione delle ipotesi).

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tenere presente che:

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tener presente che:

- un qualsiasi numero naturale moltiplicato per 2 è un numero pari (ossia un multiplo di 2);

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tener presente che:

- un qualsiasi numero naturale moltiplicato per 2 è un numero pari (ossia un multiplo di 2);
- un numero naturale pari n può essere rappresentato come $n = 2 \cdot k$, con k numero naturale;

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tener presente che:

- un qualsiasi numero naturale moltiplicato per 2 è un numero pari (ossia un multiplo di 2);
- un numero naturale pari n può essere rappresentato come $n = 2 \cdot k$, con k numero naturale;
- se il quadrato di un numero n è pari anche n è pari

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tener presente che:

- un qualsiasi numero naturale moltiplicato per 2 è un numero pari (ossia un multiplo di 2);
- un numero naturale pari n può essere rappresentato come $n = 2 \cdot k$, con k numero naturale;
- se il quadrato di un numero n è pari anche n è pari(in generale se il prodotto di due numeri è pari, uno almeno dei numeri è pari, in quanto il prodotto di due numeri dispari è un numero dispari)
- ogni numero naturale si scrive (in un unico modo a meno dell'ordine di esecuzione della moltiplicazione) come il prodotto di numeri che non sono multipli se non di se stessi (oltre che di 1....)

Ippaso: parte seconda

Per comprendere i passaggi di questa dimostrazione occorre tener presente che:

- un qualsiasi numero naturale moltiplicato per 2 è un numero pari (ossia un multiplo di 2);
- un numero naturale pari n può essere rappresentato come $n = 2 \cdot k$, con k numero naturale;
- se il quadrato di un numero n è pari anche n è pari(in generale se il prodotto di due numeri è pari, uno almeno dei numeri è pari, in quanto il prodotto di due numeri dispari è un numero dispari)
- ogni numero naturale si scrive come il prodotto di $\underbrace{\textit{numeri che non sono multipli se non di se stessi (oltre che di } 1)}_{\textit{Numeri PRIMI}}$

Ippaso: parte terza

Supponiamo quindi *per assurdo* che la lunghezza della diagonale d di un quadrato di lato unitario sia un numero razionale;

Ippaso: parte terza

Supponiamo quindi *per assurdo* che la lunghezza della diagonale d di un quadrato di lato unitario sia un numero razionale;supponiamo altresì che

$$d = \frac{p}{q}$$

con (p, q) rappresentante della frazione $\frac{p}{q}$ scelto in modo tale che p e q siano *senza fattori comuni*.

Ippaso: parte terza

Supponiamo quindi *per assurdo* che la lunghezza della diagonale d di un quadrato di lato unitario sia un numero razionale;supponiamo altresì che

$$d = \frac{p}{q}$$

con (p, q) rappresentante della frazione $\frac{p}{q}$ scelto in modo tale che p e q siano *senza fattori comuni*.

Poiché $2 = d \cdot d = d^2 = \frac{p^2}{q^2}$ segue che

$$2 \cdot q^2 = p^2$$

ossia p è pari.

Ippaso: parte quarta

Pertanto esiste un numero naturale k tale che

$$p = 2 \cdot k;$$

Ippaso: parte quarta

Pertanto esiste un numero naturale k tale che

$$p = 2 \cdot k;$$

ne segue che

$$p^2 = p \cdot p = 4 \cdot k^2.$$

Ippaso: parte quarta

Pertanto esiste un numero naturale k tale che

$$p = 2 \cdot k;$$

ne segue che

$$p^2 = p \cdot p = 4 \cdot k^2.$$

Dunque

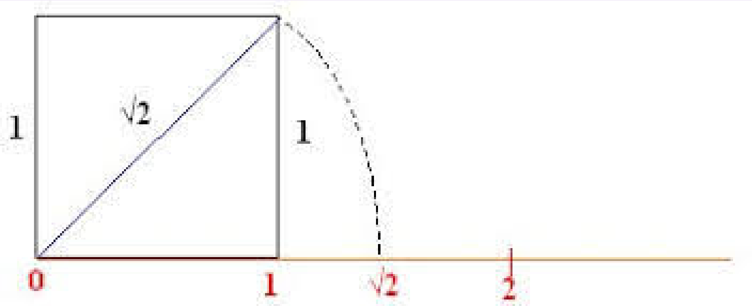
$$2 \cdot q^2 = p^2 = 4 \cdot k^2$$

cioè

$$q^2 = 2 \cdot k^2$$

ossia anche q è pari.

Non bastano i numeri razionali........



Ed inoltre........